



LICEO SCIENTIFICO STATALE "E. FERMI"

Via Mazzini 172/2 – 40139 Bologna (BO)

Telefono: 051-4298511 - Codice Fiscale: 80074870371 – C.U.U. UFEC0B

PEO: bops02000d@istruzione.it

PEC: bops02000d@pec.istruzione.it

Web-Site: www.liceofermibo.edu.it

PROGRAMMA DI MATEMATICA SVOLTO

CLASSE 5 SEZ. H a.s.2022/2023

DOCENTE: Gianna Ghera

Libro di testo: Leonardo Sasso "Matematica a colori" Edizione Blu Vol 4 e 5 Petrini

1- Nucleo fondante: Calcolo delle probabilità		
Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
Probabilità Classica. Diagrammi ad albero e tabelle a doppia entrata Teoremi sul calcolo delle probabilità. Teorema della probabilità totale o disintegrazione. Formula di Bayes	Definizioni di spazio campionario ed eventi. Definizione classica di probabilità Saper applicare il calcolo combinatorio al calcolo delle probabilità. Utilizzo dei diagrammi ad albero e tabelle a doppia entrata Saper applicare il principio di addizione e sottrazione. Teorema della probabilità dell'unione di due eventi. Probabilità dell'evento contrario. Calcolare probabilità composte ed eventi indipendenti. Probabilità condizionate. Saper applicare il teorema della probabilità totale o teorema della disintegrazione. Conoscere ed applicare la formula di Bayes. Risoluzione di problemi ed esercizi.	≈ 10
2- Nucleo fondante: Elementi Introduttivi all'analisi Infinitesimale		
Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
Elementi della teoria degli insiemi Topologia della retta reale Funzioni reali di variabile reale Studio di funzioni composte	Definire un insieme ordinato. Operare sull'insieme dei numeri reali. Operare con intervalli nell'insieme dei numeri reali. Definire ed operare con intorni (circolari), intorno destro e intorno sinistro. Determinare maggioranti [minoranti] di un insieme A. Riconoscere insiemi limitati. Stabilire l'estremo superiore [inferiore] di un insieme limitato. Individuare massimo [minimo] di un insieme limitato. Riconoscere punti di accumulazione di un insieme e punti isolati di un insieme. Sottoinsiemi di una successione numerica. Conoscere proprietà delle funzioni: monotonia, periodicità, parità, limitatezza, invertibilità. Stabilire il dominio di funzioni composte mediante funzioni razionali, irrazionali, goniometriche, logaritmiche ed esponenziali. Studiare funzioni definite a tratti. Determinare zeri e segni di funzioni composte. Delimitare le regioni del piano cartesiano delle quali il grafico di una funzione è sottoinsieme. Determinare le caratteristiche di $e^{f(x)}$, $\log f(x)$, $\frac{1}{f(x)}$, in base alle caratteristiche del grafico di $f(x)$.	≈ 8

3- Nucleo fondante: Limiti di Funzioni e Funzioni Continue		
Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
Limiti di funzioni reali	Ricondurre il concetto di limite di una funzione reale a quello di limite di una successione reale. Verificare il limite di funzioni reali di variabile reale. Utilizzare correttamente le notazioni (anche in merito a limite in difetto, in eccesso) . Correlare il limite di una funzione ad una caratteristica geometrica del suo grafico. Determinare l'esistenza di asintoti per il grafico di una funzione.	
I teoremi sui limiti Algebra dei limiti Continuità di una funzione	Conoscere e dimostrare i teoremi sui limiti (unicità del limite, permanenza del segno, confronto). Applicare le proprietà dell'algebra dei limiti. Risolvere forme di indecisione. Determinare i limiti di funzioni composte. Definire la continuità di funzione in un punto interno al dominio. Definire la continuità di funzione a destra, a sinistra. Definire la continuità di una funzione in un intervallo.	
I limiti notevoli Proprietà delle funzioni continue Funzioni continue e discontinuità I teoremi fondamentali sulle funzioni continue Infinitesimi e infiniti e loro confronto Grafico probabile di una funzione Metodo di bisezione	Dimostrare il limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Riconoscere e utilizzare il limite notevole $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$. Conoscere le proprietà delle funzioni continue (permanenza del segno, somma algebrica, prodotto, ecc.). Determinare la natura di alcuni tipi di discontinuità: eliminabile. Definire la discontinuità di I specie il caso in cui $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l'$, $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l''$ ma $l' \neq l''$ e di II specie (ogni altro tipo di discontinuità). Conoscere il significato del teorema di Weiestrass, del teorema dei valori intermedi, del teorema di esistenza degli zeri. Continuità della funzione inversa. Stabilire se f è infinitesima [infinita] per $x \rightarrow x_0$ (per $x \rightarrow +\infty$) Confrontare infinitesimi [infiniti]. Stabilire alcune caratteristiche del grafico di una funzione reale $y = f(x)$ di una variabile reale. Ricercare approssimazioni per gli zeri di una funzione.	
4- Nucleo fondante: Successioni e limiti di successioni		
Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
Principio di induzione Successioni reali Limiti di successioni Progressioni aritmetiche e geometriche	Saper enunciare il principio di induzione e saperlo applicare per dimostrare formule ricorsive o proprietà di successioni numeriche. Definire una successione reale. Definire una successione limitata superiormente; crescente; non decrescente; monotona. Definire una successione convergente. Sapere che una successione convergente non può ammettere due limiti distinti. Definire una successione divergente e sapere che una successione divergente non è limitata superiormente [inferiormente]. Riconoscere successioni indeterminate. Operare con limiti di successioni numeriche. Conoscere la definizione e saper riconoscere progressioni aritmetiche e geometriche. Saper calcolare la somma di n termini.	≈ 4

5- Nucleo fondante: Calcolo differenziale		
Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
<p>Il rapporto incrementale</p> <p>Derivata di una funzione in un punto</p> <p>Definizione derivata di una funzione assegnata</p> <p>Continuità delle funzioni derivabili</p> <p>Significato geometrico (e significato in fisica) della derivata</p> <p>Interpretazione geometrica di alcuni casi di non derivabilità</p>	<p>Scrivere il rapporto incrementale di una funzione f nel punto assegnato x_0 interno al dominio di f. Associare al rapporto incrementale il suo significato geometrico.</p> <p>Definire la derivata di una funzione f in un punto x_0.</p> <p>Definire la derivata nei casi in cui non si può considerare il limite del rapporto incrementale in x_0 per $h \rightarrow 0$ (ad esempio quando x_0 è un estremo di I) e può verificarsi che esista il limite finito di esso per $h \rightarrow 0^+$ ($h \rightarrow 0^-$); quindi definire la derivata destra [sinistra] in x_0. Definire la funzione derivata di una funzione in un intervallo I. Dimostrare che la derivabilità di $f(x)$ è condizione sufficiente per la continuità di $f(x)$.</p> <p>Interpretare geometricamente la derivata di una funzione in un punto.</p> <p>Scrivere l'equazione della tangente e della normale al grafico di una funzione f in un punto.</p> <p>Assegnare un significato in fisica della derivata di una funzione.</p> <p>Stabilire relazioni fra il grafico di f' ed il grafico di f.</p> <p>Interpretare geometricamente alcuni casi di non derivabilità.</p>	<p>≈ 25</p>
<p>Regole di derivazione</p>	<p>Determinare la derivata della funzione inversa.</p> <p>Stabilire la derivata di $y = x$ e di $y = k$. Determinare la derivata della somma algebrica, del prodotto, del quoziente di funzioni. Determinare la derivata delle funzioni composte. Determinare la funzione derivata della funzione potenza. Estendere il calcolo della funzione derivata a potenze con esponenti negativi o razionali. Calcolare la derivata delle funzioni (logaritmiche, esponenziali, ecc.) Determinare la derivata delle funzioni inverse delle funzioni goniometriche. Determinare la derivata delle funzioni elementari. Determinare la derivata delle principali funzioni. Calcolare le derivate successive di una funzione data.</p>	

6- Nucleo fondante: Teoremi sulle funzioni derivabili / Studio di funzione		
Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
<p>I teoremi fondamentali sulle funzioni derivabili</p> <p>Funzioni crescenti, decrescenti</p> <p>Massimi e minimi: Condizioni Necessarie e Condizioni Sufficienti</p>	<p>Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat. Enunciare e dimostrare teorema di Rolle, conoscerne il significato geometrico. Conoscere il significato del teorema Lagrange, enunciarlo e dimostrarlo. Individuare, per alcune funzioni, l'ascissa del punto citato sia nel teorema di Rolle sia in quello di Lagrange. Conoscere e saper dimostrare le conseguenze del teorema di Lagrange per funzioni continue. Conoscere il teorema di Cauchy (senza dim.)</p> <p>Conoscere la definizione di primitiva di una funzione e saper determinare le funzioni primitive di funzioni elementari.</p> <p>Enunciare e applicare la Regola di De L'Hôpital. Ricondurre alle forme previste dalla suddetta regola altre forme indeterminate.</p> <p>Determinare gli intervalli in cui una funzione è crescente [decrescente].</p> <p>Definire massimo relativo e minimo relativo. Determinare i punti di massimo e di minimo relativi per una funzione. Stabilire condizioni necessarie per l'esistenza di punti di minimo [massimo] relativo.</p>	<p>≈ 30</p>

Convessità di una funzione in un punto. Flessi	Utilizzare la derivata prima e la derivata seconda nella ricerca degli estremanti. Definire la convessità/concavità di una funzione in un punto. Determinare la convessità del grafico di una funzione in un punto. Ricerca le ascisse dei punti di flesso	
Grafico di una funzione	Costruire un grafico coerente per una funzione reale di una variabile reale. Costruire un grafico coerente per una funzione reale di una variabile reale, in base ad un insieme di condizioni assegnate. Interpretare l'andamento di una funzione in base ad informazioni desunte dal suo grafico. Associare ai valori assunti da uno (o più) parametri alcune caratteristiche del grafico di una funzione. Determinare le equazioni degli asintoti in base a strategie opportune.	

7- Nucleo fondante: Il Calcolo Integrale

Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
<p>Introduzione al concetto di integrale Somme inferiori, somme superiori Integrale definito</p> <p>La funzione integrale</p> <p>Integrale indefinito</p> <p>Metodi di integrazione</p> <p>Integrale definito Calcolo di aree Significato geometrico dell'integrale definito Integrale improprio</p>	<p>Riconoscere situazioni in cui è necessario ricorrere al concetto di integrale.</p> <p>Definire la partizione di un intervallo chiuso e limitato. Valutare somme inferiori e superiori per funzioni continue in un intervallo chiuso.</p> <p>Definire l'integrale definito di una funzione continua su un intervallo chiuso. Conoscere le proprietà degli integrali definiti. Conoscere, saper dimostrare e applicare il teorema della media</p> <p>Costruire e studiare la funzione integrale $F(x) = \int_{x_0}^x f(t) dt$ di una funzione continua $f(x)$, stabilire relazioni fra il grafico di $y = f(x)$ ed il grafico di $y = F(x)$.</p> <p>Conoscere il significato del teorema fondamentale del calcolo integrale e dimostrarlo. Conoscere il concetto di funzione primitiva di $f(x)$ e conoscere la relazione tra funzione primitiva e integrale definito.</p> <p>Utilizzare la formula fondamentale del calcolo integrale. Valutare integrali definiti di funzioni pari e dispari. Determinare le primitive di alcune funzioni elementari. Eseguire integrazioni immediate.</p> <p>Determinare l'integrale indefinito di funzioni elementari.</p> <p>Conoscere e applicare la regola di integrazione indefinita di una combinazione lineare di due o più funzioni. Conoscere e applicare la regola di integrazione per parti. Eseguire integrazioni ricorrendo al concetto di funzione composta.</p> <p>Conoscere e applicare la regola di integrazione per sostituzione. Integrare semplici funzioni razionali fratte.</p> <p>Conoscere il significato geometrico dell'integrale definito e applicare l'integrale definito al calcolo di aree. Significato fisico dell'integrale definito .</p> <p>Conoscere il significato di integrazione in senso improprio e calcolare semplici integrali impropri.</p>	<p>≈ 30</p>

8- Nucleo fondante: Risoluzione di problemi		
Argomenti svolti in relazione al nucleo sopraccitato	Competenze / abilità inerenti all'argomento indicato	* Ore dedicate ad ogni argomento
Risoluzione di problemi (anche in preparazione alla II prove dell'EdS e alle verifiche somministrate)	Risolvere problemi strutturati nell'ambito della geometria del piano cartesiano, della geometria solida, applicati a situazioni reali con particolare riferimento alla ricerca dei massimi e dei minimi. Costruire un modello analitico – funzionale di un problema. Risolvere problemi con applicazioni in fisica.	≈ 10

*comprensive delle ore di esercitazione, laboratorio e verifiche

Bologna, li 5 giugno 2023

FIRMA DEL DOCENTE

Gianna Ghiso