

Liceo Scientifico Statale "Enrico Fermi"

Prova Comune di Matematica, classi QUINTE – Anno Scolastico 2021/22

Classe: 5^a sez. ____ Nome e Cognome: _____ Data __/09/21

Durata della prova: 110 minuti

Svolgi i seguenti esercizi

Esercizio 1

Risolvi in \mathbb{R} le seguenti equazioni / disequazioni:

a) $\sqrt{\ln x} = 1 - \ln x$;

b) $2^{\sqrt{\sin x - \cos x}} = 2$;

c) $3 \log_2 x - \frac{12}{\log_2 x} < 5$

Esercizio 2

Determina il dominio delle seguenti funzioni reali a variabile reale:

a) $f(x) = \ln(2\sin^2 x - \sin 2x)$;

b) $f(x) = (2 - \sqrt{x+1})^{\ln(x-2)}$

Esercizio 3

Data la funzione

$$f(x) = 2^{x-1} - 2$$

a) determina il dominio, le intersezioni con gli assi, l'equazione dell'asintoto e, partendo dal grafico di $y = 2^x$, deduci, con le opportune trasformazioni geometriche, il grafico di $f(x)$;

b) scrivi l'espressione della funzione $g(x)$, simmetrica rispetto all'origine della funzione $f(x)$, e traccia il suo grafico.

Risolvi graficamente la disequazione $f(x) > g(x)$ evidenziando sull'asse delle ascisse l'intervallo soluzione (calcola in modo esatto gli estremi dell'intervallo/i di soluzione);

c) dopo aver motivato perché la funzione $f(x)$ è invertibile, traccia il grafico della funzione inversa $y = f^{-1}(x)$ in un nuovo piano cartesiano e deduci l'espressione analitica della funzione inversa fornendo il suo dominio, l'equazione dell'asintoto e l'insieme immagine.

Esercizio 4

Anna, Barbara, Carlo e Dario pescano una carta ciascuno da un mazzo di 52 carte (vedi figura).

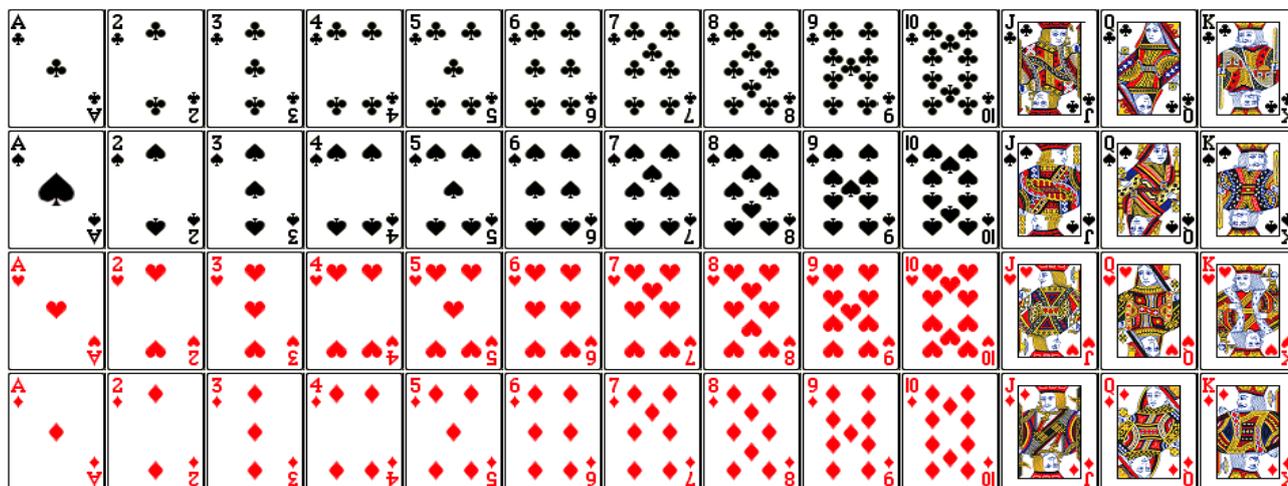
Calcola quante possibilità ci sono di estrarre le carte nei seguenti casi:

- a) Nessuno ha una carta di picche
- b) Dario non ha un re

c) Carlo non ha un asso e Dario ha una carta di cuori

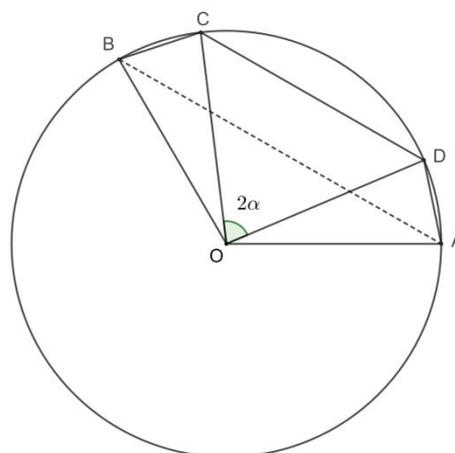
Supponi che ora sia solo Anna ad estrarre le quattro carte dal mazzo di 52 carte.

d) Calcola in quanti modi Anna può estrarre le quattro carte sapendo che ha esattamente due assi (*non si tenga conto dell'ordine di estrazione*).



Esercizio 5

Nella figura a lato è rappresentato il settore circolare $A\hat{O}B = \frac{2}{3}\pi$ di una circonferenza di raggio r e la corda $\overline{CD} = \frac{6}{5}r$ parallela alla corda AB . L'angolo al centro è indicato $C\hat{O}D = 2\alpha$. Calcola:



- Il seno dell'angolo α
- La lunghezza delle corde BC e AD

È consentito l'uso della calcolatrice scientifica non programmabile.

Non scrivere nulla nella tabella sottostante.

	E1	E2	E3	E4	E5	punteggio massimo totale	voto
Punti	20	20	20	20	20	100	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza della risoluzione degli ESERCIZI, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura).