

↑ IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. Le componenti di un vettore	 ANIMAZIONE Versori e componenti cartesiane di un vettore Come si ottengono le componenti di un vettore lungo gli assi cartesiani? E lungo direzioni qualsiasi?	1 minuto
	 ANIMAZIONE Seno e coseno con la calcolatrice Un semplice tutorial spiega come usare la calcolatrice scientifica per calcolare seno e coseno e le rispettive operazioni inverse.	3 minuti
4. Il prodotto scalare	 ANIMAZIONE Prodotto scalare Come si calcola il prodotto scalare tra due vettori?	1 minuto
5. Il prodotto vettoriale	 ANIMAZIONE Il prodotto vettoriale Come si calcola il prodotto scalare tra due vettori?	1 minuto

30 TEST INTERATTIVI SU  CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»

↑ VERSO IL CLIL

 QUESTIONS AND ANSWERS

 AUDIO

- What is the difference between a scalar and a vector?

A scalar is a quantity that is fully described by a magnitude (numerical value) alone, whereas a vector is described by both a magnitude and a direction: 5 km and 5 km/s are scalars whereas 5 km north and 5 km/s west are vectors.

- Why are vectors needed in Physics?

Many quantities in physics, such as the mass of a book or the time taken for it to fall a certain distance are fully described by a 'size' called a scalar: 10 kg or 10 s for instance. Some quantities such as velocity or force also have direction and to be understandable and verifiable physics requires a mechanism for describing both magnitude and direction, which are combined in vectors.

- Draw intersecting x and y axes on a sheet of graph paper. Draw a vector in the plane of the axes and derive the general formula for the magnitude of a vector.

To make the exercise simple draw the vector in the upper right quadrant where x and y are positive. Once the vector is drawn label the start and end points as (x_1, y_1) and (x_2, y_2) . It can be seen that the point (x_2, y_1) form a right angled triangle with the start and end points of the vector. The magnitude (also called the *modulus*) of the vector can therefore be derived using Pythagoras' Theorem.

- The following instructions are in vector form: A) move 10 m north-west, B) move 10 m north, C) move 10 m east, D) move 10 m south. Does it matter in which order the instructions are carried out?

The sum of a number of vectors is called the resultant, the sum of the displacement vectors A, B, C and D is the resultant displacement. Vector addition is commutative, for example $A+B+C+D=C+A+D+B$, and the resultant is independent of the order in which the vectors are added. Therefore the above vector instructions can be carried out in any order and the resultant displacement will always be the same.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 VETTORI E SCALARI

- 10** **★★★** Il treno Milano-Roma parte alle ore 8:05. Alle ore 9:10 passa per Bologna, alle ore 9:50 arriva a Firenze e alle 10:30 giunge a Roma.



- ▶ Individua nella figura i vettori spostamento Milano-Bologna, Bologna-Firenze, Firenze-Roma.
- ▶ Individua nella figura il vettore spostamento totale.

- 11** **★★★** Le regate sono competizioni tra imbarcazioni senza motore che si muovono a vela. Una gara si svolge su un percorso di andata e ritorno; per muoversi controvento la

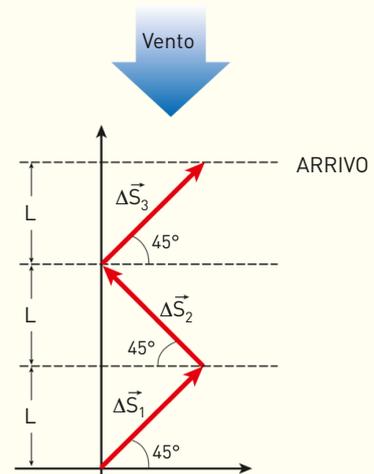
2 OPERAZIONI SUI VETTORI

- 21** **★★★** Una nave si muove sul mare calmo. In un'ora e mezza la nave si è spostata di 36,7 km verso Est e di 31,4 km verso Nord.

- ▶ Disegna i vettori che rappresentano gli spostamenti parziali verso Est e verso Nord, e lo spostamento complessivo $\Delta \vec{s}$.
- ▶ Calcola il modulo dello spostamento.
- ▶ Descrivi il vettore che rappresenta la velocità media della nave.

[48,3 km; 32,2 km/h]

barca compie una serie di virate a 45° come mostra la figura. Mantenendo una velocità costante di 5,40 km/h, l'imbarcazione più veloce impiega 9,00 min per compiere le virate indicate nella figura e percorrere il tratto controvento.



- ▶ Calcola il vettore spostamento in ogni tratto.
- ▶ Nel sistema di riferimento disegnato, individua le coordinate della barca all'arrivo.
- ▶ Disegna il vettore spostamento totale e calcola la sua lunghezza.
- ▶ Confronta la lunghezza del vettore spostamento con la distanza percorsa dalla barca.

[270 m; (191 m, 573 m); 604 m]

- 22** **★★★** Durante una partita di basket, in 0,38 s un giocatore cambia la propria velocità di 3,1 m/s verso Nord e di 4,3 m/s verso Ovest.

- ▶ Disegna i vettori che rappresentano le variazioni parziali di velocità verso Nord e verso Ovest, e la variazione complessiva di velocità $\Delta \vec{v}$.
- ▶ Calcola il valore di $\Delta \vec{v}$.
- ▶ Calcola il valore dell'accelerazione media del giocatore nell'intervallo di tempo in esame e descrivi il vettore che rappresenta tale accelerazione.

[5,3 m/s; 14 m/s²]

3 LE COMPONENTI DI UN VETTORE

PROBLEMA MODELLO 3 ACCELERAZIONE SU UN PIANO INCLINATO

Una slitta da *sleddog*, trainata da cani, sta procedendo in salita, su un rettilineo inclinato di 12° rispetto all'orizzontale. La massa complessiva della slitta e del passeggero è 95 kg e il coefficiente di attrito tra i pattini della slitta e la neve è 0,11. A un certo istante la forza applicata dai cani lungo la salita ha modulo $F = 5,4 \times 10^2$ N.



► Quanto vale l'accelerazione della slitta?

■ DATI

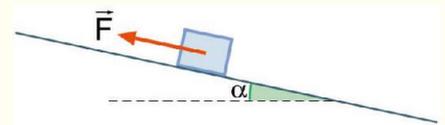
Angolo di inclinazione: $\alpha = 12^\circ$
 Massa totale: $m = 95$ kg
 Coefficiente di attrito dinamico: $\mu_d = 0,11$
 Forza esercitata: $F = 5,4 \times 10^2$ N

■ INCOGNITE

Accelerazione della slitta: $a = ?$

L'IDEA

La forza totale che accelera la slitta è la somma vettoriale di forze tutte parallele al piano inclinato.



LA SOLUZIONE

Disegno il diagramma delle forze applicate alla slitta.

Sulla slitta sono applicate la forza di trascinamento \vec{F} , la forza-peso \vec{F}_p , la forza di reazione vincolare \vec{F}_v e la forza di attrito dinamico \vec{F}_A . Scomponiamo \vec{F}_p nei suoi componenti $\vec{F}_{//}$ e \vec{F}_\perp . In questo modo \vec{F}_v e \vec{F}_\perp si annullano a vicenda e la forza totale \vec{F}_{tot} risulta la somma di forze tutte parallele al piano inclinato:

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F} + \vec{F}_A + \vec{F}_{//} + \vec{F}_\perp + \vec{F}_v = \vec{F} + \vec{F}_A + \vec{F}_{//}$$

Calcolo le componenti della forza-peso.

Tenendo conto delle formule [10] possiamo calcolare i moduli di $\vec{F}_{//}$ e \vec{F}_\perp , che risultano

$$\begin{cases} F_\perp = mg \cos(12^\circ) = (95 \text{ kg}) \times \left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times 0,978 = 9,1 \times 10^2 \text{ N} \\ F_{//} = mg \sin(12^\circ) = (95 \text{ kg}) \times \left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times 0,208 = 1,9 \times 10^2 \text{ N} \end{cases}$$

Determino l'accelerazione a partire dalla forza totale sulla slitta.

Quindi il modulo della forza di attrito è

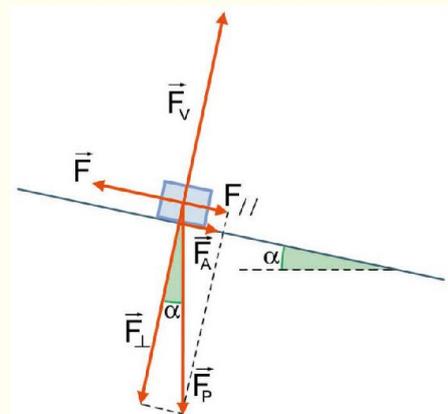
$$F_A = \mu_d F_\perp = 0,11 \times (9,1 \times 10^2 \text{ N}) = 1,0 \times 10^2 \text{ N}$$

Allora, tenendo conto dei versi delle varie forze, possiamo scrivere il modulo della forza totale

$$\begin{aligned} F_{tot} &= F - F_A - F_{//} = 5,4 \times 10^2 \text{ N} - 1,9 \times 10^2 \text{ N} - 1,0 \times 10^2 \text{ N} = \\ &= (5,4 - 1,9 - 1,0) \times 10^2 \text{ N} = 2,5 \times 10^2 \text{ N} \end{aligned}$$

e, dal secondo principio della dinamica $\vec{F}_{tot} = m\vec{a}$, possiamo infine ricavare

$$a = \frac{F_{tot}}{m} = \frac{2,5 \times 10^2 \text{ N}}{95 \text{ kg}} = 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



PER NON SBAGLIARE

- Con una forza minore di quella data dal problema, la slitta non riuscirebbe ad affrontare la salita e si muoverebbe in discesa: allora l'accelerazione totale sarebbe verso il basso e la forza di attrito punterebbe verso l'alto.

35 ★★★ La componente a_b del vettore \vec{a} lungo \vec{b} vale 12 mentre la componente b_a del vettore \vec{b} lungo \vec{a} vale 34.

- ▶ Determina il rapporto tra i due vettori.

[0,35]

36 ★★★ \vec{a} è un vettore lungo 5,0 cm che forma un angolo di 30° verso Est rispetto alla direzione Nord. Moltiplica il vettore \vec{a} per -2 .

- ▶ Calcola le componenti del vettore risultante rispetto a un sistema di riferimento cartesiano con l'asse y orientato nella direzione Sud-Nord e l'asse x nella direzione Ovest-Est.

[-5,0 cm; -8,7 cm]

37 ★★★ Il vettore \vec{v} è dato dalla combinazione dei tre vettori

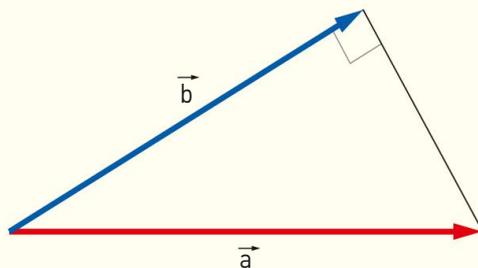
5 IL PRODOTTO VETTORIALE

58 ★★★ I due vettori \vec{a} e \vec{b} hanno modulo rispettivamente di 5,0 e 8,0 unità. Il vettore $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ha modulo pari a 20 unità.

- ▶ Calcola l'ampiezza dell'angolo formato dalle direzioni dei due vettori \vec{a} e \vec{b} .
- ▶ Il vettore $\vec{d} = \vec{b} \times \vec{a}$ ha lo stesso modulo di \vec{c} ?

[30°]

59 ★★★ I vettori \vec{a} e \vec{b} costituiscono rispettivamente l'ipotenusa e un cateto di un triangolo rettangolo. Il modulo di \vec{a} vale 10 unità e l'altro cateto del triangolo è lungo 5,0 unità. Calcola:



- ▶ l'ampiezza dell'angolo formato dalle direzioni dei due vettori;
- ▶ il modulo del vettore \vec{b} ;
- ▶ il modulo del prodotto vettoriale $\vec{a} \times \vec{b}$.

[30° ; 8,7 unità; 44 unità]

$\vec{a} = 3\hat{x} + 2\hat{y}$, $\vec{b} = -1\hat{x} + 2\hat{y}$, $\vec{c} = -\hat{x} - 5\hat{y}$ e della costante k , in modo che $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} - k\vec{c}$.

- ▶ Determina il valore della costante k per cui \vec{v} forma un angolo di 45° con l'asse delle x .
- ▶ Disegna su un piano cartesiano i quattro vettori.
- ▶ Calcola le componenti di \vec{v} .

[-1/2; 3/2; 3/2]

38 ★★★ Il vettore $\vec{a} = 1\hat{x} + 1\hat{y}$ forma un angolo di 45° con l'asse delle x e il versore $\hat{b} = b_x\hat{x} + b_y\hat{y}$ è un vettore di lunghezza unitaria che si trova nel quarto quadrante.

- ▶ Calcola le componenti del versore \hat{b} affinché si verifichi la condizione: $|\vec{a} + \hat{b}| = |\vec{a} - \hat{b}|$
- ▶ Disegna i vettori su un piano cartesiano.

$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y} \right]$$

60 ★★★ Claudia apre un rubinetto come quello mostrato nella fotografia.



Applica con le dita dalle seguenti forze: $F_1 = 3,0$ N, $F_2 = 4,0$ N, $F_3 = 5,0$ N e $F_4 = 3,0$ N. Il diametro del rubinetto è $d = 6,0$ cm.

- ▶ Calcola il momento totale delle forze rispetto al centro del rubinetto.

[0,45 N · m]

61 ★★★ Un bullone è sottoposto all'azione di una forza. In un sistema di riferimento cartesiano, il vettore che congiunge l'origine O al punto in cui si trova il bullone ha componenti (4,0 cm; -2,0 cm; 3,0 cm). La forza sul bullone di intensità 15 N è diretta in orizzontale cioè parallelamente all'asse x con verso negativo.

- ▶ Determina i moduli dei vettori \vec{r} e \vec{F} .
- ▶ Determina le componenti e il modulo del vettore momento della forza rispetto all'origine del sistema di riferimento.
- ▶ Calcola l'angolo compreso fra i due vettori \vec{r} e \vec{F} .

$$[5,4 \times 10^{-2} \text{ m}, 15 \text{ N}; -(45 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{y} + (30 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{z}, 54 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}; 42^\circ]$$

PROBLEMI GENERALI

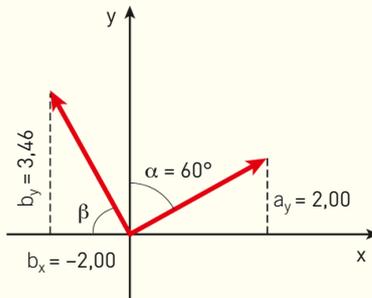
5 **★★★** Il moto di un proiettile è scomposto nel moto lungo x a velocità costante, e nel moto lungo y ad accelerazione costante. Per esempio se si spara un proiettile dall'origine di un sistema di coordinate a un angolo di $\alpha = 45^\circ$ rispetto all'orizzontale con velocità $v_0 = 80$ m/s si ottengono le seguenti equazioni del moto:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases} \begin{cases} x = v_0 (\cos \alpha) t \\ y = v_0 (\sin \alpha) t - \frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

- ▶ Determina il prodotto scalare tra la velocità e l'accelerazione.
- ▶ Calcola l'istante in cui il vettore velocità è perpendicolare al vettore accelerazione.
- ▶ A quale punto sulla traiettoria corrisponde?

$$[g^2 t - gv_0 \sin \alpha; 5,8 \text{ s}]$$

6 **★★★** Calcola il prodotto scalare dei due vettori disegnati nella figura.



- ▶ In base al risultato ottenuto determina l'angolo β .

$$[0; 60^\circ]$$

7 **★★★** Con i due vettori dell'esercizio precedente vogliamo costruire un nuovo sistema di riferimento cartesiano.

TEST

7 Il prodotto vettoriale \vec{c} di due vettori \vec{a} e \vec{b} è nullo:

- A quando i due vettori sono perpendicolari.
- B quando i due vettori sono paralleli.
- C solamente quando uno dei due vettori è nullo.
- D solamente quando entrambi i vettori sono nulli.

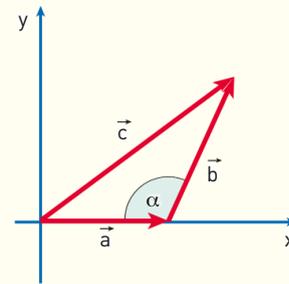
8 La componente cartesiana di un vettore lungo una retta r :

- A è sempre positiva.
- B è sempre negativa.
- C può essere positiva, negativa o nulla.
- D non può mai essere nulla.

- ▶ Determina i nuovi versori \hat{a} e \hat{b} .
- ▶ Calcola il prodotto scalare tra i nuovi versori e \hat{x} .
- ▶ Esprimi il versore \hat{x} in funzione di \hat{a} e \hat{b} .

$$\left[\begin{array}{c} 3,46 \hat{x} + 2,00 \hat{y} \\ 4,00 \end{array} ; \begin{array}{c} -2,00 \hat{x} + 3,46 \hat{y} \\ 4,00 \end{array} \right]; [0,865; -0,500; 0,865 \hat{a} - 0,500 \hat{b}]$$

8 **★★★** Il teorema del coseno fornisce una relazione matematica che permette di calcolare la lunghezza del lato di un triangolo quando si conosce la lunghezza degli altri due lati e l'angolo compreso fra essi. Per esempio, conoscendo la lunghezza dei vettori \vec{a} e \vec{b} e l'angolo compreso α , risulta che $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$.



- ▶ Determina le componenti cartesiane dei vettori \vec{a} e \vec{b} .
- ▶ Determina le componenti del vettore \vec{c} , somma di \vec{a} e \vec{b} .
- ▶ Dal calcolo del modulo di \vec{c} , puoi verificare il teorema del coseno.
- ▶ Sai che $a = 5,0$ cm, $b = 5,5$ cm e $\alpha = 100^\circ$; calcola la lunghezza del terzo lato c .

Suggerimento: usa le relazioni $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ e $\sin \alpha$ e l'identità trigonometrica $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.

$$[a \hat{x}; -b \cos \alpha \hat{x} + b \sin \alpha \hat{y} ((a - b \cos \alpha), b \sin \alpha); 8,0 \text{ cm}]$$

9 Un piccolo carrello è fermo, a causa dell'attrito, su un piano inclinato. Si aumenta l'inclinazione del piano finché il carrello comincia a muoversi; a questo punto si mantiene l'inclinazione raggiunta. Il carrello:

- A rallenta.
- B accelera.
- C scende a velocità costante.
- D si ferma immediatamente dopo aver cominciato a muoversi.
- E scende a scatti lungo il piano.

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
4. Il secondo principio della dinamica	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Forza, accelerazione e massa inerziale</p> <p>Il secondo principio della dinamica viene illustrato tramite un disco a ghiaccio secco.</p>	1 minuto e mezzo
	<p>ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>Masse e accelerazioni</p> <p>Gioca, misura, esercitati</p>	
5. I sistemi di riferimento non inerziali e le forze apparenti	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Sistemi di riferimento non inerziali e forze apparenti</p> <p>Il moto di un ragazzo a bordo di un autobus: come è visto dalla strada? Come è visto dall'interno dell'autobus?</p>	1 minuto
6. Il terzo principio della dinamica	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Principio di azione e reazione</p> <p>Una sfera di ferro attira una calamita con la stessa forza con cui la calamita attira la sfera.</p>	2 minuti e mezzo
	<p>FILM</p> <p>Newton nello spazio</p> <p>I principi della dinamica a bordo della ISS</p>	16 minuti
MAPPA INTERATTIVA	<p>IN TRE MINUTI • Le forze</p>	
	<p>IN TRE MINUTI • $\vec{F} = m\vec{a}$</p>	
<p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>		

VERSO IL CLIL

🇬🇧 FORMULAE IN ENGLISH		AUDIO
Newton's second Law of motion	$\vec{F} = m\vec{a}$	The total force vector equals the product of mass and the acceleration vector.
The newton	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	The unit of force is the "newton": one newton equals one kilogram multiplied by one metre divided by seconds squared.
Newton's third Law of motion	$\vec{F}_{A \text{ on } B} = \vec{F}_{B \text{ on } A}$	The force vector of body A on body B is equal and opposite to the force vector of body B on body A.

 QUESTIONS AND ANSWERS

- ▶ State Newton's first law of motion and provide an example of a balanced force and an example of an unbalanced one.

Newton's first law of motion states that an object at rest will stay at rest, and an object in motion will stay in motion at constant velocity, unless acted upon by an unbalanced force. A book lying on a table is an example of balanced forces in which gravity and the normal force of the table on the book are in balance, an apple falling towards the ground undergoes acceleration being acted on by gravity without a balancing force.

- ▶ State two forms of Newton's second law of motion.

Newton's second law of motion states that the acceleration \vec{a} of a body is parallel and directly proportional to the net force \vec{F} and inversely proportional to the mass m . The law applies to the behaviour of objects for which all existing forces are not balanced. The above statement of the law is often rearranged to the more familiar form: the net force is equated to the product of the mass times the acceleration, i.e., $\vec{F} = m\vec{a}$.

- ▶ State Newton's third law. Can a force exist in isolation?

The forces of two bodies on each other are always equal in magnitude and opposite in direction. Forces are here defined as interactions between different bodies and a force that acts on only one body is impossible by definition.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 IL PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

PROBLEMA MODELLO 1 SCIVOLA O RESTA FERMO?

Anna ha lasciato un libro sul tavolo da disegno, inclinato di 30° . La forza-peso del libro è 25 N, la forza di attrito sul libro vale 10 N e la reazione vincolare del tavolo vale 22 N.

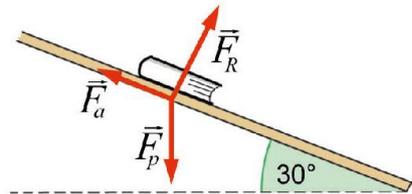
- Determina la forza totale che agisce sul libro.
- Il libro scivola o resta fermo dove Anna lo ha appoggiato?

■ DATI

Forza-peso del libro: $\vec{F}_p = 25 \text{ N}$
 Reazione vincolare: $\vec{F}_R = 22 \text{ N}$
 Forza di attrito: $\vec{F}_a = 10 \text{ N}$

■ INCOGNITE

Forza totale sul libro: $\vec{F}_{\text{tot}} = ?$



L'IDEA

- Scelgo il sistema di riferimento con l'asse x parallelo al piano inclinato e l'asse y perpendicolare a esso. In questo modo, dobbiamo scomporre nelle due componenti x (cioè $\vec{F}_{p\parallel}$) e y (cioè $\vec{F}_{p\perp}$) solo la forza-peso del libro. Infatti la reazione vincolare \vec{F}_R è diretta lungo l'asse y e la forza di attrito \vec{F}_a lungo l'asse x .
- Determino la forza totale che agisce sia nella direzione parallela al piano inclinato che in quella perpendicolare.

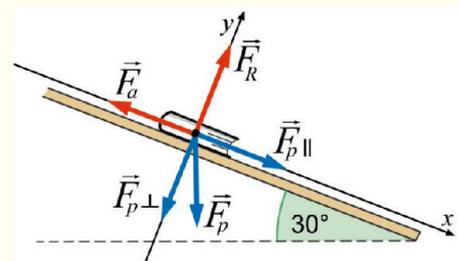
LA SOLUZIONE

Determino le componenti della forza-peso lungo le direzioni x e y .

Dalle relazioni trigonometriche ottengo

$$F_{p\parallel} = F_p \sin \alpha = (25 \text{ N}) \sin 30^\circ = 13 \text{ N}$$

$$F_{p\perp} = F_p \cos \alpha = (25 \text{ N}) \cos 30^\circ = 22 \text{ N}$$



Determino la forza totale che agisce lungo l'asse x (parallelo al piano).

Sommando tutte le componenti che agiscono parallelamente al piano ottengo:

$$F_{x\text{tot}} = F_{p\parallel} - F_a = 13 \text{ N} - 10 \text{ N} = 3 \text{ N}.$$

Determino la forza totale che agisce lungo l'asse y (perpendicolare al piano).

Sommando tutte le componenti che agiscono perpendicolarmente al piano ottengo:

$$F_{y\text{tot}} = F_{p\perp} - F_R = 22 \text{ N} - 22 \text{ N} = 0 \text{ N}.$$

Quindi il libro è soggetto a una forza esterna di 3 N lungo la direzione parallela al piano inclinato, che lo fa scivolare verso il basso.

PER NON SBAGLIARE

Ricordati di fissare il sistema di riferimento nel modo più utile in base ai dati del problema. Nel nostro caso, abbiamo fissato gli assi x e y in modo da dover scomporre solo una delle tre forze iniziali.

3 IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ GALILEIANA

19 ★★★ Tre macchine raggiungono un incrocio. Il conducente della macchina *B* vede la macchina *A* muoversi a una velocità di 30 km/h verso nord. Quello della macchina *B* vede la macchina *C* viaggiare a 40 km/h verso est.

► Con quale velocità *C* vede viaggiare *A*?

Suggerimento: per le trasformazioni di Galileo, la velocità di *A* rispetto a *C* è data dalla velocità di *A* rispetto a *B*, sommata alla velocità di *B* rispetto a *C*.

[50 km/h, con un angolo di 53° Nord-Ovest]

20 ★★★ Carla è seduta nello scompartimento di un treno che viaggia alla velocità di 68 km/h lungo un tratto rettilineo. Guardando fuori dal finestrino vede delle gocce di pioggia, che scendono a velocità costante, con componenti

$$v_x = -16 \text{ m/s e } v_y = 3,0 \text{ m/s.}$$

► Quanto vale la velocità delle gocce di pioggia misurata da un osservatore che si trova a terra?

[4,2 m/s]

21 ★★★ Luca sta nuotando lentamente in piscina mentre vede Federica venirgli incontro, nella corsia accanto, alla velocità di 1,8 m/s. Quando Federica raggiunge il bordo della piscina, inverte il suo moto mantenendo il modulo della velocità costante e poi sorpassa Luca, che la vede passare alla velocità di 0,80 m/s. Durante tutto questo tempo Luca ha mantenuto la sua velocità costante.

► Quali sono, in modulo, le velocità di Luca e Federica?

[0,50 m/s; 1,3 m/s]

4 IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

22 Forza, massa e accelerazione: quali coppie di queste grandezze sono direttamente proporzionali e quali inversamente proporzionali?

23 In base al secondo principio della dinamica, se la somma delle forze applicate a un corpo è nulla, esso non accelera e, viceversa, se il corpo non accelera la somma delle forze a esso applicate è nulla. Poiché questo è anche quanto affermato dal principio di forza d'inerzia, ciò significa che il principio di inerzia è superfluo e potrebbe essere omesso?

PROBLEMA MODELLO 4 LA FORZA SUL LAMPADARIO

Un lampadario a molla di 4,4 kg viene montato al soffitto. La molla ha costante elastica 480 N/m e lunghezza a riposo di 18 cm. Dopo essere stato montato, il lampadario viene lasciato scendere gradualmente.

► A che distanza dal soffitto si trova il lampadario?

■ DATI

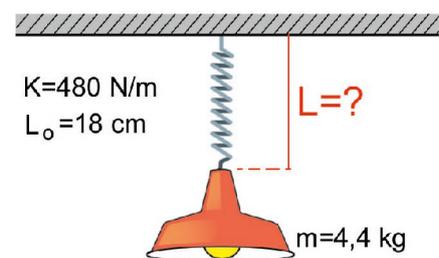
Massa: $m = 4,4 \text{ kg}$

Lunghezza a riposo: $L_0 = 18 \text{ cm}$

Costante elastica della molla: $k = 480 \text{ N/m}$

■ INCOGNITE

Lunghezza totale della molla: $L = ?$



L'IDEA

- Se il sistema è in equilibrio la somma delle forze sul lampadario è nulla.
- Scriviamo la somma vettoriale delle forze applicate al lampadario, ricaviamo la forza elastica e dalla formula $x = \frac{F_e}{k}$ troviamo l'allungamento x della molla e quindi la lunghezza totale della molla, cioè la distanza dal soffitto.

LA SOLUZIONE

Considero tutte le forze applicate al lampadario.

Dopo che il lampadario è stato montato e lasciato scendere esso è fermo, ma sottoposto a due forze: la forza-peso \vec{F}_p , diretta verso il basso, e la forza elastica $\vec{F}_e = -k\Delta x$ della molla, diretta verso l'alto.

Applico il secondo principio considerando il sistema in equilibrio.

Per il secondo principio della dinamica, la somma vettoriale di queste due forze è nulla,

$$F_e - F_p = ma = 0.$$

Ricavo l'intensità della forza elastica esercitata dalla molla.

La forza elastica controbilancia la forza-peso del lampadario ed ha quindi modulo

$$F_e = F_p = mg = (4,4 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) = 43 \text{ N}$$

per cui l'allungamento della molla è

$$\Delta x = \frac{F_e}{k} = \frac{43 \text{ N}}{480 \text{ N/m}} = 0,090 \text{ m} = 9,0 \text{ cm}.$$

Quindi la distanza del lampadario dal soffitto è

$$L = L_0 + x = 18 \text{ cm} + 9,0 \text{ cm} = 27 \text{ cm}.$$

PER NON SBAGLIARE

Ogni molla ha una sua lunghezza a riposo L_0 , quando non è sottoposta ad alcuna forza, mentre ha lunghezza variabile L quando è sottoposta a forze. L'intensità della forza elastica che la molla esercita non è proporzionale né a L_0 né a L , ma a $|x| = |L - L_0|$.

35 ★★★ Un libro di 940 g è poggiato su un tavolo e viene spinto con una forza esterna di 5,0 N inclinata verso l'alto, che forma un angolo di 30° con l'orizzontale. L'attrito tra il libro e il tavolo non è trascurabile. Il libro si muove con un'accelerazione di 2,5 m/s²,

- ▶ Disegna un diagramma delle forze applicate al libro.
- ▶ Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico?

Suggerimento: fissa un opportuno sistema di riferimento cartesiano.

[0,3]

36 ★★★ Un canoista sta remando con una sola pagaia e imprime alla canoa una forza media di 15 N verso est. Il vento sta soffiando in modo da esercitare una forza di 13 N in una direzione inclinata di 60° sud rispetto a est. La massa totale di canoista e canoa è di 100 kg.

6 IL TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

44 Il principio di azione e reazione afferma che se un corpo A esercita una forza su un secondo corpo B , anche B esercita una forza su A di uguale intensità e di verso opposto. Quale delle due è l'azione e quale la reazione?

45 Una mela è appoggiata ferma sul tavolo del giardino.

- ▶ Disegna tutte le forze applicate alla mela e al tavolo e le loro reazioni.
- ▶ Nella figura (che non è in scala) sono mostrati gli oggetti, separati per chiarezza, e alcune coppie di forze. In rosso la forza-peso della mela e la sua reazione, che è applicata al centro della Terra. In viola le forze di

- ▶ Rappresenta le forze in un diagramma, fissando un sistema di riferimento con gli assi x e y orientati come est e nord.
- ▶ Calcola il modulo dell'accelerazione della canoa e le due componenti a_x e a_y .

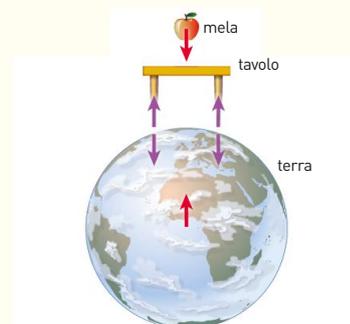
[0,22 N; -0,12 N]

37 ★★★ Un vigile urbano viaggia in moto alla velocità di 36 km/h e viene superato da un'auto che viaggia alla velocità costante di 72 km/h. Due secondi dopo essere stato superato, il vigile accelera al massimo per raggiungere l'auto, ma nello stesso istante anche l'auto accelera al massimo per fuggire. La massa del vigile e della moto è 300 kg e la forza massima del suo motore è 3,0 kN. La massa del guidatore e dell'auto è 900 kg e la forza massima del suo motore è 6,0 kN.

- ▶ Dopo quanto tempo il vigile riesce a raggiungere l'auto?

[7,6 s]

contatto tavolo-Terra. Quelle superiori sono applicate dalla Terra alle gambe del tavolo. E quelle inferiori?



- ▶ Chi bilancia la forza-peso della mela se si trova in equilibrio?

- ▶ Se il tavolo viene sfilato da sotto la mela, perché vediamo la mela cadere sul terreno e non viceversa?

PROBLEMI GENERALI

- 12** ******* Un uomo, di massa 75 kg, si trova sopra una bilancia pesapersona all'interno di un ascensore, che scende con un'accelerazione di $0,39 \text{ m/s}^2$.
▶ Quanti kilogrammi indica la bilancia?

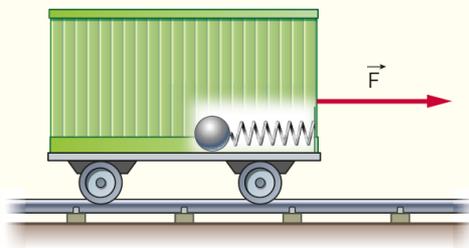
[72 kg]

- 13** ******* Chiara è ancora in ascensore (risolvi prima gli esercizi 18 e 34). Questa volta si trova su una bilancia pesapersona e misura la sua forza-peso prima che l'ascensore si metta in moto. In seguito, a un certo punto, osserva che la bilancia fornisce per il suo peso un valore pari a 1,3 volte quello misurato da ferma.
▶ Disegna le forze applicate a Chiara: che cosa rappresenta la reazione della bilancia?
▶ Quanto vale l'accelerazione dell'ascensore nel momento in cui Chiara legge il valore indicato dalla bilancia? E qual è il suo verso? Esprimi il risultato in unità di g.

Suggerimento: risolvi il problema rispetto a un osservatore esterno posto in un sistema inerziale, e fissa verso l'alto il verso positivo del sistema di riferimento scelto.

[0,3 g]

- 14** **IN LABORATORIO** ******* Un carrello di massa 24 kg è posto su una superficie priva di attrito ed è tirato da una forza orizzontale di 200 N. All'estremità anteriore del carrello è collegata una molla di massa trascurabile, di costante elastica 150 N/m e lunghezza a riposo di 20 cm. All'altro capo della molla è collegata una palla, di massa 2,0 kg, come mostrato nella figura. La palla è ferma, in posizione di equilibrio.
▶ La molla è dilatata o compressa? Di quanto?

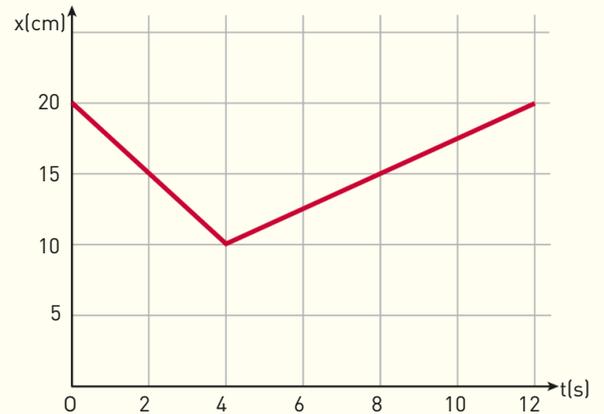


[La molla è dilatata di 10 cm]

- 15** **IN LABORATORIO** ******* Una palla di massa 1,4 kg è posta su un tavolo privo di attrito ed è collegata a una molla orizzontale di costante elastica 120 N/m e lunghezza a riposo 15 cm, fissata all'altro estremo a un supporto. La palla si muove lungo il tavolo sotto l'effetto di una forza esterna. La figura mostra il grafico spazio-tempo del moto

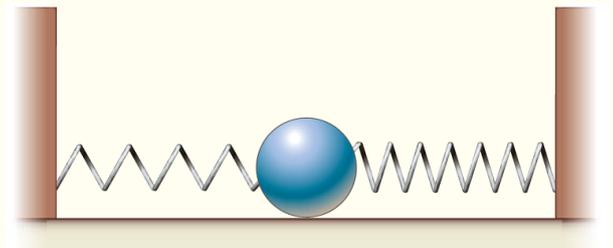
della palla: l'estremità fissa della molla è presa come origine del sistema di riferimento.

- ▶ Disegna il grafico che rappresenta la forza elastica al variare del tempo.



- 16** **IN LABORATORIO** ******* Una palla di massa 2 kg e raggio 5 cm è collegata a due molle, di costanti elastiche rispettivamente 200 N/m e 400 N/m, come mostrato nella figura. La lunghezza a riposo della molla di sinistra è 30 cm, quella della molla di destra è 40 cm. La distanza tra i due estremi delle molle ancorati a sostegni fissi è 1 m. La palla viene posta a metà strada tra i due sostegni fissi e lasciata libera.

- ▶ In quale direzione inizierà a muoversi e con quale accelerazione?



[5 m/s²; verso sinistra]

- 17** **IN LABORATORIO** ******* Una molla di costante elastica a 200 N/m e lunga 13 cm ha un estremo collegato a un sostegno fisso ed è adagiata su un tavolo. L'altro estremo è attaccato all'estremo della seconda molla, di costante elastica 100 N/m e lunga 8,0 cm. Il secondo capo della seconda molla è tirato finché la lunghezza complessiva delle due molle diventa 30 cm.

- ▶ Determina l'intensità della forza che tira la seconda molla.

[6 N]

TEST

9 Un uomo è fermo su di una bilancia a molla, posta all'interno di un ascensore. In quale delle seguenti condizioni il peso registrato dalla bilancia risulta doppio di quello registrato quando l'ascensore è fermo?

- A** L'ascensore scende con velocità costante.
- B** L'ascensore sale con velocità costante.
- C** L'ascensore si muove con accelerazione uguale a g , orientata verso l'alto.
- D** L'ascensore si muove con accelerazione uguale a g , orientata verso il basso.
- E** L'ascensore si muove con accelerazione uguale a zero.

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

10 STATEMENT 1: For an observer looking out through the window of a fast moving train, the nearby objects appear to move in the opposite direction to the train, while the distant objects appear to be stationary.

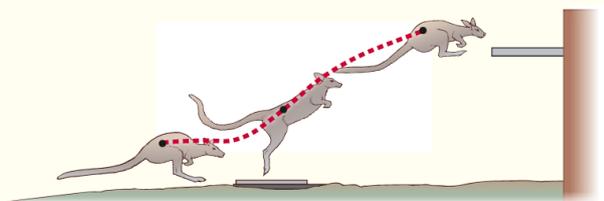
And

STATEMENT 2: If the observer and the object are moving at velocities \vec{v}_1 and \vec{v}_2 respectively with reference to a laboratory frame, the velocity of the object with respect to the observer is $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

- A** Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is a correct explanation for Statement 1.
- B** Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is NOT a correct explanation for Statement 1.
- C** Statement 1 is true, Statement 2 is false.
- D** Statement 1 is false, Statement 2 is true.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2008-2009

11 A kangaroo hops along and then jumps from a flat plate on the ground up to a ledge, as shown above. When a jumping kangaroo is in contact with the plate, its feet exert a force on the plate in the vertical direction, and the plate exerts a force on the kangaroo's feet in the vertical direction. Which statement BEST describes the magnitudes of these forces?



- A** Both forces equal the mass of the kangaroo.
- B** Both forces equal half the mass of the kangaroo.
- C** They vary in size but stay equal to each other.

D The force from the plate becomes larger than the force from the feet.

Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009

12 Che cosa sono i principi della dinamica?

- A** Affermazioni dimostrate a partire dagli assiomi della fisica.
- B** Generalizzazioni di un gran numero di osservazioni sperimentali.
- C** Descrizioni delle forze esistenti.
- D** Previsioni sul movimento dei corpi formulate in base alle leggi della fisica.

13 Qual è la frase corretta?

- A** Solo un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme.
- B** Ogni corpo continua necessariamente a muoversi di moto rettilineo uniforme.
- C** Ogni corpo si muove di moto rettilineo uniforme a meno che non subisca l'azione di una forza.
- D** Ogni corpo che non abbia subito l'azione di una forza si muove di moto rettilineo uniforme.

14 In presenza di una forza totale costante, quale grandezza resta necessariamente costante?

- A** La velocità.
- B** La posizione.
- C** L'accelerazione.
- D** La distanza percorsa.

15 Un sistema di riferimento inerziale è, per definizione:

- A** un sistema di riferimento soggetto alla legge di inerzia.
- B** un sistema di riferimento che si muove di moto inerziale rispetto al Sole.
- C** un sistema di riferimento in cui il primo principio della dinamica è valido.
- D** un sistema di riferimento in moto rispetto al Sole.

16 Se osserviamo che un corpo non soggetto a forze accelera, cosa dobbiamo concludere?

- A** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo è inerziale.
- B** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo non è inerziale.
- C** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo si sta avvicinando al Sole.
- D** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo si sta allontanando dal Sole.

- 17 Una biglia rimbalza urtando contro un mobile. Perché il mobile non si sposta affatto?
- A Perché il mobile è un corpo rigido.
 - B Perché la forza d'attrito che agisce fra il mobile e il pavimento è molto maggiore della forza esercitata dalla biglia.
 - C Perché la forza della biglia è minore della forza del mobile.
 - D Perché in questo caso il terzo principio della dinamica non è valido.

- 18 Se vedi un palloncino fermo in aria, è corretto affermare che:
- A su di esso non agisce alcuna forza.
 - B su di esso agisce solo la forza del vento che lo tiene sollevato da terra.
 - C su di esso agiscono più forze ma la loro risultante è nulla.
 - D non è una situazione fisica possibile.

- 19 Un oggetto libero inizialmente fermo, sottoposto all'azione di una forza costante, percorre distanze:
- A proporzionali ai tempi impiegati.
 - B inversamente proporzionali ai tempi impiegati.
 - C proporzionali ai quadrati dei tempi impiegati.
 - D inversamente proporzionali ai quadrati dei tempi impiegati.

- 20 Carlo viaggia su un'automobile a velocità \vec{v}_1 rispetto al riferimento della strada. Il suo veicolo è sorpassato da una motocicletta che viaggia a velocità \vec{v}_2 rispetto al riferimento della strada. A quale velocità Carlo vede muoversi il motociclista?

- A \vec{v}_2
- B $\vec{v}_2 + \vec{v}_1$
- C $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$
- D $\frac{\vec{v}_2}{\vec{v}_1}$

- 21 Quale condizione deve valere per applicare le trasformazioni di Galileo fra due sistemi di riferimento inerziali?
- A $v = v'$
 - B $s = s'$
 - C $t = t'$
 - D $(s - s') = (v - v')$

- 22 La massa di un corpo è tanto più grande:
- A quanto maggiore è la resistenza che il corpo oppone a essere accelerato.
 - B quanto minore è la resistenza che il corpo oppone a essere accelerato.
 - C quanto maggiore è la densità del corpo.
 - D quanto maggiore è l'attrito con l'aria.

- 23 Se la risultante delle forze agenti su un corpo è nulla, allora:
- A il corpo è sicuramente fermo.
 - B il corpo non è sottoposto a forze di attrito.
 - C l'accelerazione del corpo è uguale a zero.
 - D l'accelerazione del corpo è costante.
 - E non posso dire nulla sul moto del corpo.

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 24 Su un corpo di 10 kg agisce una forza di 20 N, parallela al piano su cui il corpo è appoggiato. Ciò causa:
- A un'accelerazione di 2 m/s².
 - B un'accelerazione di 0,5 m/s².
 - C un'accelerazione di 5 m/s².
 - D una velocità di 2 m/s.
 - E nessuna delle precedenti.

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 25 STATEMENT 1: A cloth covers a table. Some dishes are kept on it. The cloth can be pulled out without dislodging the dishes from the table.

Because

STATEMENT 2: For every action there is an equal and opposite reaction.

- A Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is a correct explanation for Statement 1.
- B Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is NOT a correct explanation for Statement 1.
- C Statement 1 is true, Statement 2 is false.
- D Statement 1 is false, Statement 2 is true.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2007-2008

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
4. Il secondo principio della dinamica	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Forza, accelerazione e massa inerziale</p> <p>Il secondo principio della dinamica viene illustrato tramite un disco a ghiaccio secco.</p>	1 minuto e mezzo
	<p>ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>Masse e accelerazioni</p> <p>Gioca, misura, esercitati</p>	
5. I sistemi di riferimento non inerziali e le forze apparenti	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Sistemi di riferimento non inerziali e forze apparenti</p> <p>Il moto di un ragazzo a bordo di un autobus: come è visto dalla strada? Come è visto dall'interno dell'autobus?</p>	1 minuto
6. Il terzo principio della dinamica	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Principio di azione e reazione</p> <p>Una sfera di ferro attira una calamita con la stessa forza con cui la calamita attira la sfera.</p>	2 minuti e mezzo
	<p>FILM</p> <p>Newton nello spazio</p> <p>I principi della dinamica a bordo della ISS</p>	16 minuti
MAPPA INTERATTIVA	<p>IN TRE MINUTI • Le forze</p>	
	<p>IN TRE MINUTI • $\vec{F} = m\vec{a}$</p>	
<p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>		

VERSO IL CLIL

🇬🇧 FORMULAE IN ENGLISH		AUDIO
Newton's second Law of motion	$\vec{F} = m\vec{a}$	The total force vector equals the product of mass and the acceleration vector.
The newton	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	The unit of force is the "newton": one newton equals one kilogram multiplied by one metre divided by seconds squared.
Newton's third Law of motion	$\vec{F}_{A \text{ on } B} = \vec{F}_{B \text{ on } A}$	The force vector of body A on body B is equal and opposite to the force vector of body B on body A.

 QUESTIONS AND ANSWERS AUDIO

- ▶ State Newton's first law of motion and provide an example of a balanced force and an example of an unbalanced one.

Newton's first law of motion states that an object at rest will stay at rest, and an object in motion will stay in motion at constant velocity, unless acted upon by an unbalanced force. A book lying on a table is an example of balanced forces in which gravity and the normal force of the table on the book are in balance, an apple falling towards the ground undergoes acceleration being acted on by gravity without a balancing force.

- ▶ State two forms of Newton's second law of motion.

Newton's second law of motion states that the acceleration \vec{a} of a body is parallel and directly proportional to the net force \vec{F} and inversely proportional to the mass m . The law applies to the behaviour of objects for which all existing forces are not balanced. The above statement of the law is often rearranged to the more familiar form: the net force is equated to the product of the mass times the acceleration, i.e., $\vec{F} = m\vec{a}$.

- ▶ State Newton's third law. Can a force exist in isolation?

The forces of two bodies on each other are always equal in magnitude and opposite in direction. Forces are here defined as interactions between different bodies and a force that acts on only one body is impossible by definition.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 IL PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

PROBLEMA MODELLO 1 SCIVOLA O RESTA FERMO?

Anna ha lasciato un libro sul tavolo da disegno, inclinato di 30° . La forza-peso del libro è 25 N, la forza di attrito sul libro vale 10 N e la reazione vincolare del tavolo vale 22 N.

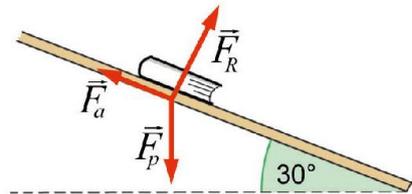
- Determina la forza totale che agisce sul libro.
- Il libro scivola o resta fermo dove Anna lo ha appoggiato?

■ DATI

Forza-peso del libro: $\vec{F}_p = 25 \text{ N}$
 Reazione vincolare: $\vec{F}_R = 22 \text{ N}$
 Forza di attrito: $\vec{F}_a = 10 \text{ N}$

■ INCOGNITE

Forza totale sul libro: $\vec{F}_{\text{tot}} = ?$



L'IDEA

- Scelgo il sistema di riferimento con l'asse x parallelo al piano inclinato e l'asse y perpendicolare a esso. In questo modo, dobbiamo scomporre nelle due componenti x (cioè $\vec{F}_{p\parallel}$) e y (cioè $\vec{F}_{p\perp}$) solo la forza-peso del libro. Infatti la reazione vincolare \vec{F}_R è diretta lungo l'asse y e la forza di attrito \vec{F}_a lungo l'asse x .
- Determino la forza totale che agisce sia nella direzione parallela al piano inclinato che in quella perpendicolare.

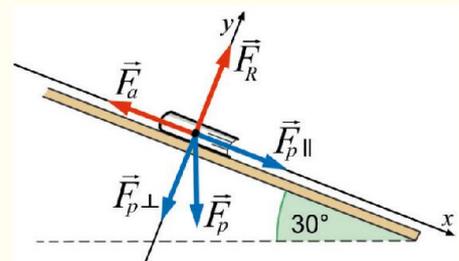
LA SOLUZIONE

Determino le componenti della forza-peso lungo le direzioni x e y .

Dalle relazioni trigonometriche ottengo

$$F_{p\parallel} = F_p \sin \alpha = (25 \text{ N}) \sin 30^\circ = 13 \text{ N}$$

$$F_{p\perp} = F_p \cos \alpha = (25 \text{ N}) \cos 30^\circ = 22 \text{ N}$$



Determino la forza totale che agisce lungo l'asse x (parallelo al piano).

Sommando tutte le componenti che agiscono parallelamente al piano ottengo:

$$F_{x\text{tot}} = F_{p\parallel} - F_a = 13 \text{ N} - 10 \text{ N} = 3 \text{ N}.$$

Determino la forza totale che agisce lungo l'asse y (perpendicolare al piano).

Sommando tutte le componenti che agiscono perpendicolarmente al piano ottengo:

$$F_{y\text{tot}} = F_{p\perp} - F_R = 22 \text{ N} - 22 \text{ N} = 0 \text{ N}.$$

Quindi il libro è soggetto a una forza esterna di 3 N lungo la direzione parallela al piano inclinato, che lo fa scivolare verso il basso.

PER NON SBAGLIARE

Ricordati di fissare il sistema di riferimento nel modo più utile in base ai dati del problema. Nel nostro caso, abbiamo fissato gli assi x e y in modo da dover scomporre solo una delle tre forze iniziali.

3 IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ GALILEIANA

19 ★★★ Tre macchine raggiungono un incrocio. Il conducente della macchina *B* vede la macchina *A* muoversi a una velocità di 30 km/h verso nord. Quello della macchina *B* vede la macchina *C* viaggiare a 40 km/h verso est.

► Con quale velocità *C* vede viaggiare *A*?

Suggerimento: per le trasformazioni di Galileo, la velocità di *A* rispetto a *C* è data dalla velocità di *A* rispetto a *B*, sommata alla velocità di *B* rispetto a *C*.

[50 km/h, con un angolo di 53° Nord-Ovest]

20 ★★★ Carla è seduta nello scompartimento di un treno che viaggia alla velocità di 68 km/h lungo un tratto rettilineo. Guardando fuori dal finestrino vede delle gocce di pioggia, che scendono a velocità costante, con componenti

$$v_x = -16 \text{ m/s} \text{ e } v_y = 3,0 \text{ m/s}.$$

► Quanto vale la velocità delle gocce di pioggia misurata da un osservatore che si trova a terra?

[4,2 m/s]

21 ★★★ Luca sta nuotando lentamente in piscina mentre vede Federica venirgli incontro, nella corsia accanto, alla velocità di 1,8 m/s. Quando Federica raggiunge il bordo della piscina, inverte il suo moto mantenendo il modulo della velocità costante e poi sorpassa Luca, che la vede passare alla velocità di 0,80 m/s. Durante tutto questo tempo Luca ha mantenuto la sua velocità costante.

► Quali sono, in modulo, le velocità di Luca e Federica?

[0,50 m/s; 1,3 m/s]

4 IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

22 Forza, massa e accelerazione: quali coppie di queste grandezze sono direttamente proporzionali e quali inversamente proporzionali?

23 In base al secondo principio della dinamica, se la somma delle forze applicate a un corpo è nulla, esso non accelera e, viceversa, se il corpo non accelera la somma delle forze a esso applicate è nulla. Poiché questo è anche quanto affermato dal principio di forza d'inerzia, ciò significa che il principio di inerzia è superfluo e potrebbe essere omesso?

PROBLEMA MODELLO 4 LA FORZA SUL LAMPADARIO

Un lampadario a molla di 4,4 kg viene montato al soffitto. La molla ha costante elastica 480 N/m e lunghezza a riposo di 18 cm. Dopo essere stato montato, il lampadario viene lasciato scendere gradualmente.

► A che distanza dal soffitto si trova il lampadario?

■ DATI

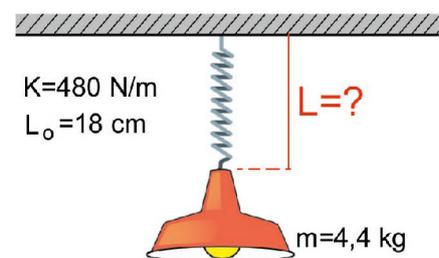
Massa: $m = 4,4 \text{ kg}$

Lunghezza a riposo: $L_0 = 18 \text{ cm}$

Costante elastica della molla: $k = 480 \text{ N/m}$

■ INCOGNITE

Lunghezza totale della molla: $L = ?$



L'IDEA

- Se il sistema è in equilibrio la somma delle forze sul lampadario è nulla.
- Scriviamo la somma vettoriale delle forze applicate al lampadario, ricaviamo la forza elastica e dalla formula $x = \frac{F_e}{k}$ troviamo l'allungamento x della molla e quindi la lunghezza totale della molla, cioè la distanza dal soffitto.

LA SOLUZIONE

Considero tutte le forze applicate al lampadario.

Dopo che il lampadario è stato montato e lasciato scendere esso è fermo, ma sottoposto a due forze: la forza-peso \vec{F}_p , diretta verso il basso, e la forza elastica $\vec{F}_e = -k\Delta x$ della molla, diretta verso l'alto.

Applico il secondo principio considerando il sistema in equilibrio.

Per il secondo principio della dinamica, la somma vettoriale di queste due forze è nulla,

$$F_e - F_p = ma = 0.$$

Ricavo l'intensità della forza elastica esercitata dalla molla.

La forza elastica controbilancia la forza-peso del lampadario ed ha quindi modulo

$$F_e = F_p = mg = (4,4 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) = 43 \text{ N}$$

per cui l'allungamento della molla è

$$\Delta x = \frac{F_e}{k} = \frac{43 \text{ N}}{480 \text{ N/m}} = 0,090 \text{ m} = 9,0 \text{ cm}.$$

Quindi la distanza del lampadario dal soffitto è

$$L = L_0 + x = 18 \text{ cm} + 9,0 \text{ cm} = 27 \text{ cm}.$$

PER NON SBAGLIARE

Ogni molla ha una sua lunghezza a riposo L_0 , quando non è sottoposta ad alcuna forza, mentre ha lunghezza variabile L quando è sottoposta a forze. L'intensità della forza elastica che la molla esercita non è proporzionale né a L_0 né a L , ma a $|x| = |L - L_0|$.

35 ★★★ Un libro di 940 g è poggiato su un tavolo e viene spinto con una forza esterna di 5,0 N inclinata verso l'alto, che forma un angolo di 30° con l'orizzontale. L'attrito tra il libro e il tavolo non è trascurabile. Il libro si muove con un'accelerazione di 2,5 m/s²,

- ▶ Disegna un diagramma delle forze applicate al libro.
- ▶ Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico?

Suggerimento: fissa un opportuno sistema di riferimento cartesiano.

[0,3]

36 ★★★ Un canoista sta remando con una sola pagaia e imprime alla canoa una forza media di 15 N verso est. Il vento sta soffiando in modo da esercitare una forza di 13 N in una direzione inclinata di 60° sud rispetto a est. La massa totale di canoista e canoa è di 100 kg.

6 IL TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

44 Il principio di azione e reazione afferma che se un corpo A esercita una forza su un secondo corpo B , anche B esercita una forza su A di uguale intensità e di verso opposto. Quale delle due è l'azione e quale la reazione?

45 Una mela è appoggiata ferma sul tavolo del giardino.

- ▶ Disegna tutte le forze applicate alla mela e al tavolo e le loro reazioni.
- ▶ Nella figura (che non è in scala) sono mostrati gli oggetti, separati per chiarezza, e alcune coppie di forze. In rosso la forza-peso della mela e la sua reazione, che è applicata al centro della Terra. In viola le forze di

- ▶ Rappresenta le forze in un diagramma, fissando un sistema di riferimento con gli assi x e y orientati come est e nord.
- ▶ Calcola il modulo dell'accelerazione della canoa e le due componenti a_x e a_y .

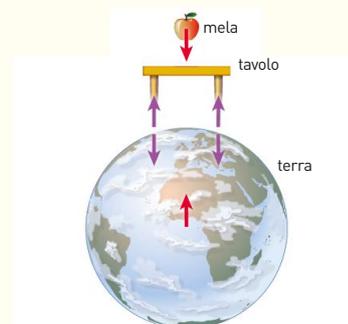
[0,22 N; -0,12 N]

37 ★★★ Un vigile urbano viaggia in moto alla velocità di 36 km/h e viene superato da un'auto che viaggia alla velocità costante di 72 km/h. Due secondi dopo essere stato superato, il vigile accelera al massimo per raggiungere l'auto, ma nello stesso istante anche l'auto accelera al massimo per fuggire. La massa del vigile e della moto è 300 kg e la forza massima del suo motore è 3,0 kN. La massa del guidatore e dell'auto è 900 kg e la forza massima del suo motore è 6,0 kN.

- ▶ Dopo quanto tempo il vigile riesce a raggiungere l'auto?

[7,6 s]

contatto tavolo-Terra. Quelle superiori sono applicate dalla Terra alle gambe del tavolo. E quelle inferiori?



- ▶ Chi bilancia la forza-peso della mela se si trova in equilibrio?

- ▶ Se il tavolo viene sfilato da sotto la mela, perché vediamo la mela cadere sul terreno e non viceversa?

PROBLEMI GENERALI

- 12** ******* Un uomo, di massa 75 kg, si trova sopra una bilancia pesapersona all'interno di un ascensore, che scende con un'accelerazione di $0,39 \text{ m/s}^2$.
▶ Quanti kilogrammi indica la bilancia?

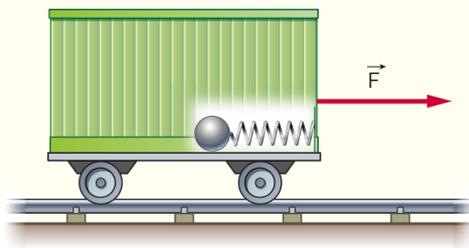
[72 kg]

- 13** ******* Chiara è ancora in ascensore (risolvi prima gli esercizi 18 e 34). Questa volta si trova su una bilancia pesapersona e misura la sua forza-peso prima che l'ascensore si metta in moto. In seguito, a un certo punto, osserva che la bilancia fornisce per il suo peso un valore pari a 1,3 volte quello misurato da ferma.
▶ Disegna le forze applicate a Chiara: che cosa rappresenta la reazione della bilancia?
▶ Quanto vale l'accelerazione dell'ascensore nel momento in cui Chiara legge il valore indicato dalla bilancia? E qual è il suo verso? Esprimi il risultato in unità di g.

Suggerimento: risolvi il problema rispetto a un osservatore esterno posto in un sistema inerziale, e fissa verso l'alto il verso positivo del sistema di riferimento scelto.

[0,3 g]

- 14** **IN LABORATORIO** ******* Un carrello di massa 24 kg è posto su una superficie priva di attrito ed è tirato da una forza orizzontale di 200 N. All'estremità anteriore del carrello è collegata una molla di massa trascurabile, di costante elastica 150 N/m e lunghezza a riposo di 20 cm. All'altro capo della molla è collegata una palla, di massa 2,0 kg, come mostrato nella figura. La palla è ferma, in posizione di equilibrio.
▶ La molla è dilatata o compressa? Di quanto?

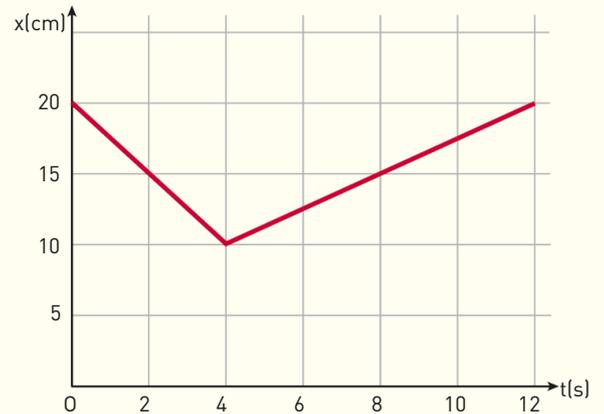


[La molla è dilatata di 10 cm]

- 15** **IN LABORATORIO** ******* Una palla di massa 1,4 kg è posta su un tavolo privo di attrito ed è collegata a una molla orizzontale di costante elastica 120 N/m e lunghezza a riposo 15 cm, fissata all'altro estremo a un supporto. La palla si muove lungo il tavolo sotto l'effetto di una forza esterna. La figura mostra il grafico spazio-tempo del moto

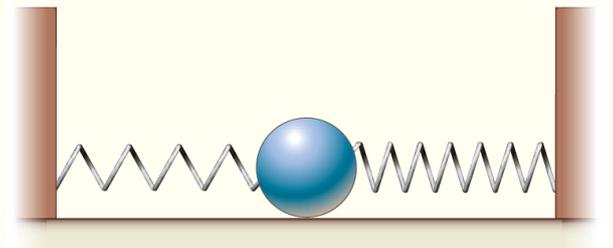
della palla: l'estremità fissa della molla è presa come origine del sistema di riferimento.

- ▶ Disegna il grafico che rappresenta la forza elastica al variare del tempo.



- 16** **IN LABORATORIO** ******* Una palla di massa 2 kg e raggio 5 cm è collegata a due molle, di costanti elastiche rispettivamente 200 N/m e 400 N/m, come mostrato nella figura. La lunghezza a riposo della molla di sinistra è 30 cm, quella della molla di destra è 40 cm. La distanza tra i due estremi delle molle ancorati a sostegni fissi è 1 m. La palla viene posta a metà strada tra i due sostegni fissi e lasciata libera.

- ▶ In quale direzione inizierà a muoversi e con quale accelerazione?



[5 m/s²; verso sinistra]

- 17** **IN LABORATORIO** ******* Una molla di costante elastica a 200 N/m e lunga 13 cm ha un estremo collegato a un sostegno fisso ed è adagiata su un tavolo. L'altro estremo è attaccato all'estremo della seconda molla, di costante elastica 100 N/m e lunga 8,0 cm. Il secondo capo della seconda molla è tirato finché la lunghezza complessiva delle due molle diventa 30 cm.

- ▶ Determina l'intensità della forza che tira la seconda molla.

[6 N]

TEST

9 Un uomo è fermo su di una bilancia a molla, posta all'interno di un ascensore. In quale delle seguenti condizioni il peso registrato dalla bilancia risulta doppio di quello registrato quando l'ascensore è fermo?

- A** L'ascensore scende con velocità costante.
- B** L'ascensore sale con velocità costante.
- C** L'ascensore si muove con accelerazione uguale a g , orientata verso l'alto.
- D** L'ascensore si muove con accelerazione uguale a g , orientata verso il basso.
- E** L'ascensore si muove con accelerazione uguale a zero.

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

10 STATEMENT 1: For an observer looking out through the window of a fast moving train, the nearby objects appear to move in the opposite direction to the train, while the distant objects appear to be stationary.

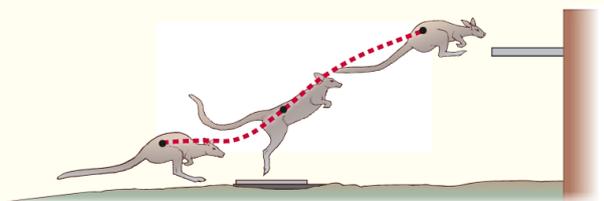
And

STATEMENT 2: If the observer and the object are moving at velocities \vec{v}_1 and \vec{v}_2 respectively with reference to a laboratory frame, the velocity of the object with respect to the observer is $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

- A** Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is a correct explanation for Statement 1.
- B** Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is NOT a correct explanation for Statement 1.
- C** Statement 1 is true, Statement 2 is false.
- D** Statement 1 is false, Statement 2 is true.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2008-2009

11 A kangaroo hops along and then jumps from a flat plate on the ground up to a ledge, as shown above. When a jumping kangaroo is in contact with the plate, its feet exert a force on the plate in the vertical direction, and the plate exerts a force on the kangaroo's feet in the vertical direction. Which statement BEST describes the magnitudes of these forces?



- A** Both forces equal the mass of the kangaroo.
- B** Both forces equal half the mass of the kangaroo.
- C** They vary in size but stay equal to each other.

D The force from the plate becomes larger than the force from the feet.

Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009

12 Che cosa sono i principi della dinamica?

- A** Affermazioni dimostrate a partire dagli assiomi della fisica.
- B** Generalizzazioni di un gran numero di osservazioni sperimentali.
- C** Descrizioni delle forze esistenti.
- D** Previsioni sul movimento dei corpi formulate in base alle leggi della fisica.

13 Qual è la frase corretta?

- A** Solo un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme.
- B** Ogni corpo continua necessariamente a muoversi di moto rettilineo uniforme.
- C** Ogni corpo si muove di moto rettilineo uniforme a meno che non subisca l'azione di una forza.
- D** Ogni corpo che non abbia subito l'azione di una forza si muove di moto rettilineo uniforme.

14 In presenza di una forza totale costante, quale grandezza resta necessariamente costante?

- A** La velocità.
- B** La posizione.
- C** L'accelerazione.
- D** La distanza percorsa.

15 Un sistema di riferimento inerziale è, per definizione:

- A** un sistema di riferimento soggetto alla legge di inerzia.
- B** un sistema di riferimento che si muove di moto inerziale rispetto al Sole.
- C** un sistema di riferimento in cui il primo principio della dinamica è valido.
- D** un sistema di riferimento in moto rispetto al Sole.

16 Se osserviamo che un corpo non soggetto a forze accelera, cosa dobbiamo concludere?

- A** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo è inerziale.
- B** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo non è inerziale.
- C** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo si sta avvicinando al Sole.
- D** Che il sistema di riferimento in cui ci troviamo si sta allontanando dal Sole.

- 17 Una biglia rimbalza urtando contro un mobile. Perché il mobile non si sposta affatto?
- A Perché il mobile è un corpo rigido.
 - B Perché la forza d'attrito che agisce fra il mobile e il pavimento è molto maggiore della forza esercitata dalla biglia.
 - C Perché la forza della biglia è minore della forza del mobile.
 - D Perché in questo caso il terzo principio della dinamica non è valido.

- 18 Se vedi un palloncino fermo in aria, è corretto affermare che:
- A su di esso non agisce alcuna forza.
 - B su di esso agisce solo la forza del vento che lo tiene sollevato da terra.
 - C su di esso agiscono più forze ma la loro risultante è nulla.
 - D non è una situazione fisica possibile.

- 19 Un oggetto libero inizialmente fermo, sottoposto all'azione di una forza costante, percorre distanze:
- A proporzionali ai tempi impiegati.
 - B inversamente proporzionali ai tempi impiegati.
 - C proporzionali ai quadrati dei tempi impiegati.
 - D inversamente proporzionali ai quadrati dei tempi impiegati.

- 20 Carlo viaggia su un'automobile a velocità \vec{v}_1 rispetto al riferimento della strada. Il suo veicolo è sorpassato da una motocicletta che viaggia a velocità \vec{v}_2 rispetto al riferimento della strada. A quale velocità Carlo vede muoversi il motociclista?

- A \vec{v}_2
- B $\vec{v}_2 + \vec{v}_1$
- C $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$
- D $\frac{\vec{v}_2}{\vec{v}_1}$

- 21 Quale condizione deve valere per applicare le trasformazioni di Galileo fra due sistemi di riferimento inerziali?
- A $v = v'$
 - B $s = s'$
 - C $t = t'$
 - D $(s - s') = (v - v')$

- 22 La massa di un corpo è tanto più grande:
- A quanto maggiore è la resistenza che il corpo oppone a essere accelerato.
 - B quanto minore è la resistenza che il corpo oppone a essere accelerato.
 - C quanto maggiore è la densità del corpo.
 - D quanto maggiore è l'attrito con l'aria.

- 23 Se la risultante delle forze agenti su un corpo è nulla, allora:
- A il corpo è sicuramente fermo.
 - B il corpo non è sottoposto a forze di attrito.
 - C l'accelerazione del corpo è uguale a zero.
 - D l'accelerazione del corpo è costante.
 - E non posso dire nulla sul moto del corpo.

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 24 Su un corpo di 10 kg agisce una forza di 20 N, parallela al piano su cui il corpo è appoggiato. Ciò causa:
- A un'accelerazione di 2 m/s².
 - B un'accelerazione di 0,5 m/s².
 - C un'accelerazione di 5 m/s².
 - D una velocità di 2 m/s.
 - E nessuna delle precedenti.

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 25 STATEMENT 1: A cloth covers a table. Some dishes are kept on it. The cloth can be pulled out without dislodging the dishes from the table.

Because

STATEMENT 2: For every action there is an equal and opposite reaction.

- A Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is a correct explanation for Statement 1.
- B Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is NOT a correct explanation for Statement 1.
- C Statement 1 is true, Statement 2 is false.
- D Statement 1 is false, Statement 2 is true.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2007-2008

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
7. La velocità angolare	<p> ANIMAZIONE</p> <p>La velocità angolare Cos'è la velocità angolare? Come si misura?</p>	2
	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Caratteristiche del moto circolare uniforme Definizioni ed esempi di periodo, frequenza e velocità scalare in un moto circolare uniforme.</p>	2
8. L'accelerazione centripeta nel moto circolare uniforme	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Accelerazione centripeta Come varia la velocità in un moto circolare uniforme? Ricaviamo graficamente le proprietà dell'accelerazione centripeta.</p>	2
	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Il moto armonico Come nasce un moto armonico? Proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale in moto circolare uniforme.</p>	1,5
10. Il moto armonico	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Grafico spazio-tempo del moto armonico Disegniamo il grafico spazio-tempo del moto di un peso attaccato a una molla.</p>	1
	<p> MAPPA INTERATTIVA</p> <p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>	

VERSO IL CLIL

 FORMULAE IN ENGLISH		 AUDIO
Acceleration on an inclined plane	$a = g \frac{h}{l}$	Acceleration down an inclined plane equals the product of acceleration due to gravity and the ratio of the height to the length of the plane.
Projectile motion-horizontal initial velocity	$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$	The horizontal position equals the product of the initial velocity and the time taken. The vertical position equals minus one-half of the product of gravitational acceleration and the square of the time taken.
Angular speed in uniform circular motion	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	Magnitude of angular speed equals two pi divided by the period, equals two pi multiplied by frequency
Linear speed in uniform circular motion	$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$	Linear speed equals two pi multiplied by the radius of the circular motion divided by period, equals angular velocity multiplied by the radius
Centripetal acceleration in uniform circular motion	$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$	Magnitude of centripetal acceleration equals the square of the linear velocity divided by the radius of the circular motion, equals the square of the angular velocity multiplied by the radius
Centripetal force	$F_c = m \frac{v^2}{r}$	The magnitude of the centripetal force equals the product of the mass of the object and the square of the speed of the object along the circular path, all divided by the radius of the circular path.

Displacement in simple harmonic motion	$s = r \cos(\omega t)$	The displacement of a body in SHM equals the amplitude of the motion multiplied by the cosine of the product of angular frequency and time
Velocity in simple harmonic motion	$s = -\omega r \sin(\omega t)$	Velocity equals minus the product of angular frequency, amplitude and the sine of the product of angular frequency and time
Acceleration in simple harmonic motion	$s = -\omega^2 r \cos(\omega t)$	Acceleration equals minus the square of the angular frequency multiplied by the amplitude and the cosine of the product of angular frequency and time
Period of an oscillating spring	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	The period of a mass in an elastic system is equal to the product of two pi and the square root of the product of the mass and the inverse of the spring constant.
Period of an oscillating pendulum	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	The period of oscillation of a pendulum equals two times pi multiplied by the square root of the ratio of the length of the pendulum to gravitational acceleration.

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

- For a skier going downhill, what are the forces that should be included in a free body diagram?

This is an example of an inclined plane problem. The relevant forces acting on the skier include Earth's gravitational force acting straight down, the normal force is perpendicular to the slope, and the frictional force acts parallel to the slope and opposes the direction of motion. Air resistance is usually ignored. This is a two dimensional problem, so the forces must be divided into x and y components. For inclined plane problems, it is often easier to define the x -axis parallel to the slope and the y -axis perpendicular to the slope.

- Define TENSION FORCE.

Tension force is the force that is transmitted through a string, rope, cable or wire when it is pulled tight by forces acting from opposite ends. The tension force is directed along the length of the wire and pulls equally on the objects on the opposite ends of the wire. Tension is the magnitude of the pulling force exerted by the wire and is measured in newtons.

- Explain why equilibrium and nonequilibrium can be described in terms of balanced and unbalanced forces.

A book lying on a table is acted upon by two forces, gravity exerting a downward force and the upward force of the table on the book. The two forces are balanced and the book is not accelerating, it is at equilibrium. If the book is pushed across the table such that the force applied is greater than the opposing friction force then the horizontal forces acting on the book are unbalanced and the book accelerates from rest.

- For an object launched at an angle to the horizontal why does a launch angle of 45° result in the maximum range?

To answer the question it is helpful to think of the components of the initial velocity. If the object is launched vertically (launch angle of 90°) it will fall to the ground without covering any ground and evidently if the launch angle is zero the launch is aborted. The vertical component of velocity determines the time the object is in the air. The horizontal component determines how far it travels. The range will be the maximum when these components are balanced, i.e. at 45° .

- Define UNIFORM CIRCULAR MOTION in physics.

In physics, **uniform circular motion** is defined as the motion of a body travelling at constant speed in a circular path for which the distance of the body from the axis of rotation remains constant at all times. The period of the motion is the time taken for the object to complete one complete revolution around the circle. The frequency of the motion is the inverse of the period: the number of revolutions per unit time.

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

- What is happening to the velocity of an object in uniform circular motion?

Although an object in uniform circular motion has constant speed the velocity vector is constantly changing: its magnitude remains constant but as the direction of the vector is at a tangent to the circular path, velocities at different points on the path have different directions.

- What does changing velocity tell us?

A change in velocity tells us that an object is undergoing acceleration. In the case of uniform circular motion the direction of the acceleration vector is given by the change in direction of the velocity vector: this is always directed towards the centre of the circular path. The magnitude of the acceleration is constant and is given by v^2/r where v is the linear velocity and r is the radius of the circular path. This acceleration is called centripetal from the Latin *centrum* "centre" and *petere* "to seek".

- Define SIMPLE HARMONIC MOTION in Physics and provide three examples of this motion.

Simple harmonic motion is one in which the acceleration causing the motion of an object is proportional and in opposition to the object's displacement from the equilibrium position. Simple harmonic motion is a component of uniform circular motion, this can be visualised by the projection of UCM onto the diameter of a circle. Other examples of SHM are the simple pendulum and a mass attached to a slinky spring.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 IL MOTO LUNGO IL PIANO INCLINATO

1 Come varia il vettore componente $\vec{F}_{//}$ della forza-peso parallelo al piano inclinato al variare dell'angolo di inclinazione? Puoi dire che il suo modulo è direttamente proporzionale all'angolo?

2 **APPLICA I CONCETTI** Un libro è poggiato su un tavolo, il quale viene inclinato sollevando un suo bordo fino a quando, raggiunto un certo angolo, il libro inizia a scivolare verso il basso. Spiega questo fenomeno.

3 **APPLICA I CONCETTI** Durante la discesa di uno sciatore lungo la pista, l'inclinazione della pista può variare. Assumendo che il coefficiente di attrito tra gli sci e la pista non cambi, che tipo di moto è quello dello sciatore?

4 Un cubetto di legno di lato 2 cm e un blocco di granito di 1000 kg sono posti su due piani con uguale lunghezza e uguale angolo di inclinazione. Quale dei due oggetti raggiungerà per primo la base del piano se l'attrito è trascurabile? E in presenza di attrito? Da quale parametro dipende la risposta?

PROBLEMA MODELLO 1 GIÙ PER LO SCIVOLO!

Un bambino di massa 26 kg impiega 1,8 s a scendere lungo uno scivolo, alto 2,4 m e inclinato di 60° rispetto al suolo.

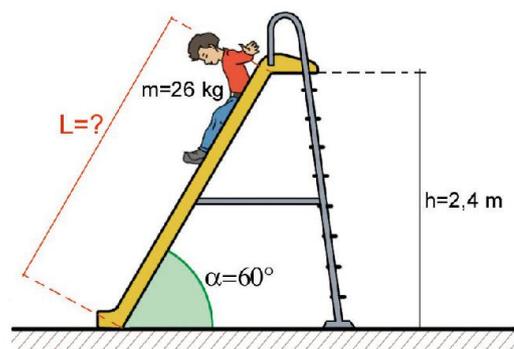
- Calcola la lunghezza dello scivolo.
- Calcola il coefficiente di attrito dinamico tra il bambino e lo scivolo.

■ DATI

Massa del bambino: $m = 26$ kg
 Altezza dello scivolo: $h = 2,4$ m
 Angolo di inclinazione: $\alpha = 60^\circ$
 Tempo di discesa: $\Delta t = 1,8$ s

■ INCOGNITE

Lunghezza dello scivolo: $l = ?$
 Coefficiente di attrito: $\mu_d = ?$



L'IDEA

- Lo scivolamento del bambino può essere rappresentato dal modello di un oggetto che scivola lungo un piano inclinato in presenza di attrito.
- Da $\frac{h}{l} = \sin \alpha$ calcolo la lunghezza dello scivolo.
- Il moto è uniformemente accelerato: dall'equazione del moto uniformemente accelerato con partenza da fermo $l = \frac{1}{2} a t^2$ ricavo l'accelerazione e dalla seconda legge della dinamica $F = ma$ ricavo il coefficiente di attrito.

LA SOLUZIONE

Calcolo la lunghezza dello scivolo.

Conoscendo l'inclinazione dello scivolo e la sua altezza posso ricavarne la lunghezza dalle formule per il piano inclinato:

$$l = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{2,4 \text{ m}}{0,5} = 4,8 \text{ m}.$$

Calcolo l'accelerazione lungo lo scivolo.

Il bambino scende lungo lo scivolo con un moto uniformemente accelerato; la sua accelerazione è

$$a = \frac{2l}{\Delta t^2} = \frac{2 \times (4,8 \text{ m})}{(1,8 \text{ s})^2} = 3,0 \text{ m/s}^2.$$

Esamino le forze applicate al bambino.

Sul bambino agiscono: la forza-peso, la forza di reazione vincolare perpendicolare allo scivolo e la forza di attrito dinamico, parallela allo scivolo. Le forze che agiscono sono le seguenti (le forze sono rappresentate da linee continue, mentre i vettori componenti della forza-peso sono rappresentati dalle linee tratteggiate):

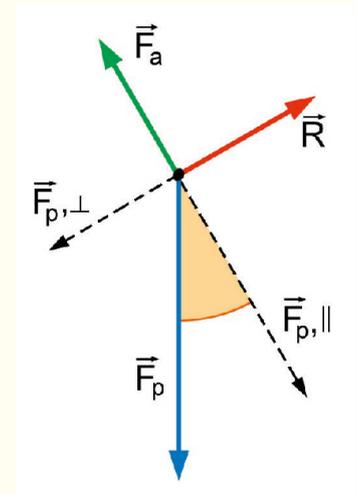
La forza di reazione vincolare \vec{R}_V è opposta al vettore componente della forza-peso perpendicolare al piano: $\vec{R}_V = \vec{F}_{p,\perp}$ da cui si ricava $R_V = \mu mg \sin 30^\circ$. Il modulo della forza di attrito \vec{F}_a è proporzionale alla forza di reazione vincolare, $F_a = \mu R = \mu mg \sin 30^\circ$.

Determino il coefficiente di attrito dinamico.

Dal secondo principio della dinamica applicato lungo la direzione parallela allo scivolo otteniamo l'equazione

$$F_{p,\parallel} - F_a = ma \text{ cioè } mg \cos 30^\circ - \mu mg \sin 30^\circ = ma$$

$$\text{da cui } \mu = \frac{g \cos 30^\circ - a}{g \sin 30^\circ} = \frac{(9,8 \text{ m/s}^2) \times \cos 30^\circ - (3,0 \text{ m/s}^2)}{(9,8 \text{ m/s}^2) \times \sin 30^\circ} = 1,1.$$



PER NON SBAGLIARE

- Il valore della massa del bambino è ininfluente ai fini del risultato, dal momento che non è stato usato nei calcoli.

17 ★★★ Una borsa di 2,4 kg è appoggiata su un tavolo. Il tavolo, alto 1,3 m e lungo 3,3 m viene lentamente inclinato, finché, raggiunto un angolo di inclinazione di 35° , la borsa inizia a scivolare, con accelerazione costante di $0,40 \text{ m/s}^2$.

► Calcola il coefficiente di attrito dinamico tra la borsa e il tavolo.

[0,65]

18 ★★★ Un carrello di massa 8,3 kg, privo di ruote, scivola giù per un piano scabro, con coefficiente di attrito dinamico 0,25, inclinato di 26° rispetto alla direzione orizzontale. Durante la discesa, viene posta nel carrello una valigia di massa 3,1 kg.

► Qual è l'accelerazione del carrello prima e dopo l'arrivo della valigia?

- Qual è l'intensità della forza di reazione vincolare del piano sul carrello prima e dopo l'arrivo della valigia?

[2,1 m/s²; 2,1 m/s²; 73 N; 1,0 × 10² N]

- 19** ★★★ Un pacco di 1,7 kg si trova su un piano inclinato con altezza uguale alla lunghezza di base. Tra il pacco e il piano

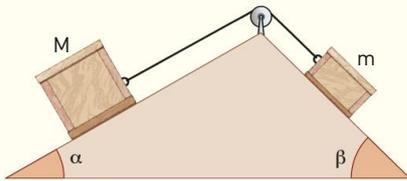
il coefficiente di attrito dinamico è 0,070. Il pacco viene spinto contro il piano con una forza orizzontale di intensità 60 N che lo fa salire lungo il piano.

- Determina la forza di attrito dinamico.
- Determina l'accelerazione del pacco.

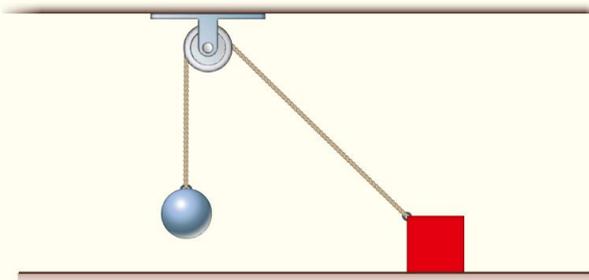
[3,8 N; 16 m/s²]

2 IL DIAGRAMMA DELLE FORZE PER UN SISTEMA DI CORPI IN MOVIMENTO

- 21** Due casse si trovano su due piani inclinati e sono collegate tramite una fune. Le accelerazioni delle due casse hanno lo stesso modulo?



- 22** Considera la sfera e il blocco rappresentati nella figura. La parte destra del filo è inclinata a 45°. La massa della sfera è sufficientemente grande da mettere in moto il blocco. Nel momento in cui la sfera e il blocco si mettono in moto, hanno la stessa accelerazione?



- 28** ★★★ Un vagone ferroviario viaggia con accelerazione costante di 0,60 m/s² lungo un binario rettilineo. All'interno una lampadina di 200 g è sospesa a un filo di massa trascurabile e lunghezza 25 cm.

- Calcola l'angolo di inclinazione del filo rispetto alla direzione verticale.
- Improvvisamente l'accelerazione del vagone aumenta fino a 1,2 m/s² e la lampadina si mette a oscillare. Determina il suo periodo di oscillazione.

[3,5°; 1,0 s]

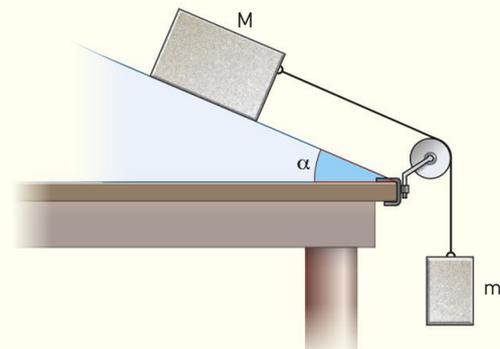
3 L'EQUILIBRIO DEL PUNTO MATERIALE

- 31** **APPLICA I CONCETTI** Su un punto materiale viene applicata una forza \vec{F} .

- Vogliamo tenere il punto materiale in equilibrio applicando una seconda forza \vec{F}' : quali condizioni deve soddisfare?
- Vogliamo tenere il punto materiale in equilibrio ap-

- 29** ★★★ Due blocchi sono collegati tramite una fune come mostrato nella figura. Il primo è su un piano scabro, inclinato di 30° rispetto all'orizzontale, mentre il secondo di massa 8,7 kg, è sospeso nel vuoto. Il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e il piano è 0,05. I due blocchi si muovono con accelerazione 5,2 m/s².

- Determina la tensione della fune e la massa del blocco sul piano inclinato.



[40 N; 55 kg]

- 30** ★★★ Un blocco di massa $m_1 = 7,0$ kg si trova su un piano inclinato di un angolo di 45°, con coefficiente di attrito dinamico di 0,40 e di attrito statico di 0,60. Il blocco è collegato a un secondo oggetto tramite una fune di massa trascurabile che passa attorno una puleggia. Il secondo oggetto ha massa $m_2 = 3,0$ kg e si trova sospeso nel vuoto.

- Il blocco 1 riesce a muoversi? Quanto vale la sua accelerazione?

Suggerimento: risolvi prima il problema in assenza di attrito, e determina la forza totale sul blocco 1.

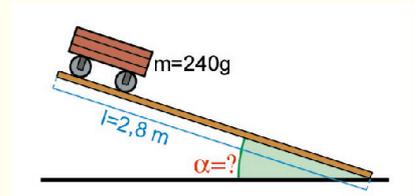
[0 m/s²]

plicando due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 . Le due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 sono univocamente determinate da \vec{F} ?

- 32** Come devono essere dirette tre forze, di uguale intensità, applicate allo stesso oggetto, affinché l'oggetto rimanga fermo?

PROBLEMA MODELLO 3 NON CADE, NON CADE... CADE!

Un carrellino di massa $m = 240$ g si trova in cima a una guida lunga $2,8$ m. La guida è inizialmente in posizione orizzontale. Tra il carrellino e la guida c'è attrito; i coefficienti di attrito statico e dinamico sono $\mu_s = 0,25$ e $\mu_d = 0,18$. La guida viene lentamente inclinata, sollevando la parte su cui poggia il carrellino. A un certo punto, il carrellino inizia a scendere lungo il piano, che non viene mosso ulteriormente.



- Calcola per quale angolo di inclinazione della guida il carrellino inizia a scivolare.
- Calcola quanto tempo impiega il carrellino a percorrere la guida.

■ DATI

Massa del carrellino: $m = 240$ g
 Lunghezza della guida: $l = 2,8$ m
 Coefficiente di attrito statico: $\mu_s = 0,25$
 Coefficiente di attrito dinamico: $\mu_d = 0,18$

■ INCOGNITE

Angolo di inclinazione: $\alpha = 60^\circ$
 Tempo di discesa: $\Delta t = ?$

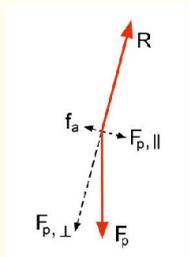
L'IDEA

- Quando si inclina la guida, aumenta la componente della forza-peso parallela alla guida; nel frattempo, diminuisce anche la forza di reazione vincolare perpendicolare alla guida, quindi diminuisce anche il massimo valore della forza di attrito statico.
- Giunti a un angolo di inclinazione critico, la componente della forza-peso parallela alla guida sarà maggiore della forza di attrito statico massima e il carrellino si metterà in moto.
- A quel punto, il carrellino subirà una forza di attrito dinamico e si muoverà di moto rettilineo uniformemente accelerato.

LA SOLUZIONE**Analizzo le forze applicate al carrellino quando si mette in moto e determino l'angolo minimo di inclinazione affinché il carrellino si muova.**

Il diagramma delle forze applicate al carrellino è rappresentato qui a fianco.

Le forze parallele alla guida sono: la forza di attrito \vec{F}_A , che agisce in verso contrario al movimento, e il vettore componente della forza-peso parallelo alla guida $\vec{F}_{p\parallel}$. Quando il modulo di quest'ultimo è maggiore del modulo della massima forza di attrito statico $\vec{F}_{As\max}$ il carrellino si mette in moto; la condizione è $F_{p\parallel} > F_{As\max} = \mu_s F_V = \mu_s F_{p,\perp}$.



Da questa disequaglianza ricaviamo $mg \sin \alpha > \mu_s mg \cos \alpha$ cioè $\tan \alpha > \mu_s = 0,25$.

Con una calcolatrice scientifica possiamo risalire al minimo valore dell'angolo che rispetta la condizione:

$$\alpha = \arctan(0,25) = 14^\circ.$$

Ricavo l'accelerazione del carrellino.

Quando il carrellino si mette in moto, la forza di attrito dinamico \vec{F}_{Ad} sostituisce quella di attrito statico: il moto è uniformemente accelerato. Ricaviamo l'accelerazione dalla seconda legge della dinamica, applicandola alle forze parallele al piano: $F_{p\parallel} - F_{Ad} = ma$ cioè $mg \sin \alpha - \mu_d mg \cos \alpha = ma$.

L'accelerazione quindi è

$$a = (\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha)g = (\sin 14^\circ - 0,18 \times \cos 14^\circ) \times (9,8 \text{ m/s}^2) = 0,66 \text{ m/s}^2.$$

Calcolo il tempo di discesa del carrellino.

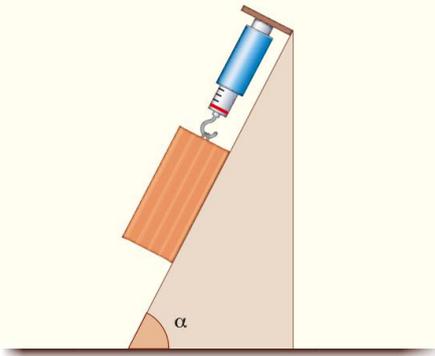
Dalla legge oraria del moto uniformemente accelerato con partenza da fermo ricavo:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times (9,8 \text{ m/s}^2)}{0,66 \text{ m/s}^2}} = 2,9 \text{ s.}$$

PER NON SBAGLIARE

- Su un oggetto fermo è applicata la forza di attrito statico, mentre su un oggetto in movimento è applicata la forza di attrito dinamico; le due forze non sono mai presenti contemporaneamente.

- 38** ★★★ Un mattone di 3,5 kg giace su un piano inclinato lungo 3,0 m e alto 2,6 m ed è agganciato per la parte superiore a un dinamometro la cui molla ha costante elastica pari a 320 N/m. Tra il mattone e il piano non è presente attrito.



- ▶ Determina l'allungamento della molla del dinamometro quando il mattone è fermo.
- ▶ Assumi ora che tra il mattone e il piano sia presente attrito, con coefficiente statico di 0,25. Di quanto si può allungare la molla del dinamometro senza che il mattone si metta a oscillare?

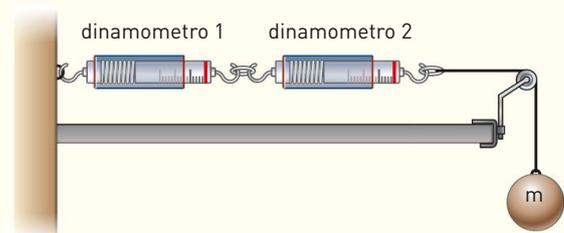
[$9,3 \times 10^{-2} \text{ m}$; 7,9 cm]

- 39** ★★★ Una scatola di massa 1,7 kg si trova su un ripiano lungo 3,1 m, inizialmente in posizione orizzontale. Il ripiano viene lentamente inclinato, sollevando la parte su cui poggia la scatola. Quando il ripiano è inclinato di 12° , la scatola inizia a muoversi.

- ▶ Calcola il coefficiente di attrito statico tra la scatola e il ripiano.
- ▶ La scatola giunge all'altra estremità del ripiano in 2,4 s. Calcola il coefficiente di attrito dinamico tra la scatola e il ripiano.

[0,21; 0,10]

- 40** ★★★ Due dinamometri sono agganciati in serie come nella figura. La massa appesa è $m=1,0 \text{ kg}$ e il sistema è in equilibrio.



- ▶ Quanto vale la forza misurata dal dinamometro 1?

[9,8 N]

4 L'EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO

41 APPLICA I CONCETTI

- ▶ È possibile che un oggetto si muova se è sottoposto a due forze opposte?
- ▶ A un'asta viene applicata una coppia di forze. Attorno a quale punto gira l'asta?

42 APPLICA I CONCETTI

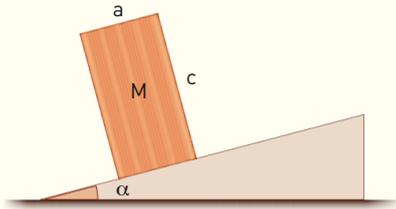
La stadera è una bilancia a un solo piatto, spesso usata dai venditori ambulanti perché non necessita di un piano di appoggio per l'uso. La stadera viene tenuta dal gancio in alto: la merce da pesare viene posta nel piatto e si fa scorrere il peso lungo l'asta, che è stata tarata dal produttore, fino a quando l'asta rimane in posizione orizzontale. Spiega il suo funzionamento.



- 45** ★★★ Enrico svita il tappo di una bottiglia d'acqua, di diametro 2,0 cm, applicando, con le dita, ai due estremi del tappo due forze di 4,0 N ciascuna.
- ▶ Quanto vale l'intensità del momento totale delle forze? Qual è il suo verso?

[$8,0 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{N}$]

- 46** ★★★ Su un piano che può essere inclinato a piacere è posto un mattone di 2,0 kg, con gli spigoli $a = b = 16 \text{ cm}$ a contatto con il piano e lo spigolo $c = 30 \text{ cm}$ perpendicolare a esso, come mostrato nella figura. Il coefficiente di attrito statico tra il piano e il mattone è 0,60. La massa del mattone è distribuita uniformemente.



- ▶ Determina fino a quale angolo si può inclinare il piano senza che il mattone si muova e stabilisci se, superato tale angolo, il mattone scivola sul piano oppure ruota.

[28° ; ruota]

- 47** ★★★ Per far ruotare un bicchiere su se stesso applichiamo con le dita di una mano due forze uguali e opposte sull'orlo del bicchiere, in punti diametralmente opposti e in modo che le due forze siano tangenti all'orlo stesso. Il raggio del bicchiere è di 36 mm e ciascuna delle forze ha un'intensità di 1,5 N.

- ▶ Traccia uno schema della situazione e determina il momento della coppia applicata al bicchiere.

[$0,11 \text{ N} \cdot \text{m}$]

- 48** ★★★ Ai due estremi di un'asta vengono sospese due cassette porta-attrezzi che pesano rispettivamente 30 N e 10 N. L'asta in equilibrio se viene appoggiata a un gancio situato a 20 cm dalla cassetta su cui si esercita la forza-peso maggiore.

- ▶ Quanto è lunga l'asta?

[80 cm]

- 49** ★★★ Claudio e Francesco, di massa rispettivamente 40 kg e 51 kg, stanno giocando su un'altalena. Claudio è seduto a un estremo dell'altalena alla distanza di 1,2 m dal fulcro centrale.

- ▶ Calcola a quale distanza da Claudio deve sedersi Francesco affinché l'altalena sia in equilibrio in posizione orizzontale e non ruoti.

[2,1 m]

5 IL MOTO DI UN PROIETTILE LANCIATO ORIZZONTALMENTE

PROBLEMA MODELLO 5 UN SASSO DAL PONTE DI BROOKLYN

A New York, il ponte di Brooklyn sull'East River è alto 84 m. Dai un calcio in orizzontale a un sasso dal bordo del ponte. Prima di raggiungere l'acqua, il sasso percorre in orizzontale una distanza di 20 m.

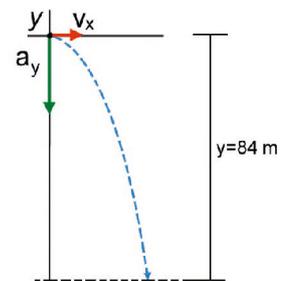
- ▶ Con quale velocità hai calciato il sasso? Trascura la resistenza dell'aria.

■ DATI

Altezza del sasso: $y_f = -84 \text{ m}$
 Accelerazione verticale: $a_y = g = -9,8 \text{ m/s}^2$
 Distanza percorsa in orizzontale: $x = 20 \text{ m}$

■ INCOGNITE

Velocità iniziale del sasso: $v_{0x} = ?$



L'IDEA

- Scelgo il sistema di riferimento con l'asse x diretto verso destra e l'asse y verso l'alto, e come origine O il punto in cui il sasso viene calciato.
- L'accelerazione del sasso g e la sua posizione y sono negativi se li misuriamo nel nostro sistema di riferimento. Quindi l'accelerazione con cui il sasso cade verso il basso è $-g = -9,8 \text{ m/s}^2$ e $y_f = -84 \text{ m}$.

- Il moto del sasso è descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases}$$

LA SOLUZIONE

Ricavo t dall'equazione della y .

Poiché l'accelerazione verticale del sasso è $-g$ ricavo $t = \sqrt{\frac{2y_f}{-g}}$.

Sostituisco nell'equazione della x l'espressione trovata per t e risolvo nell'incognita v_{0x} .

Inserisco i dati trovati nell'equazione della direzione orizzontale e ottengo

$$v_{0x} = \frac{x}{t} = x \sqrt{\frac{-g}{2y_f}} = (20 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{-9,8 \text{ m/s}^2}{2 \times (-84 \text{ m})}} = 4,8 \text{ m}$$

6 IL MOTO DI UN PROIETTILE CON VELOCITÀ INIZIALE OBLIQUA

70 ******* Una freccia è lanciata con un angolo di 30° rispetto all'orizzontale con una velocità iniziale di 30 m/s e colpisce il bersaglio.

- ▶ Qual è l'altezza massima raggiunta dalla freccia?
- ▶ Il bersaglio si trova alla stessa altezza dalla quale la freccia è stata lanciata. Quanto dista il bersaglio?

[11 m; 80 m]

- ▶ Quanto vale lo spostamento orizzontale della pallina prima di colpire il suolo?

[12 m]

72 ******* Una palla da baseball viene lanciata in 0,65 s da un giocatore a un compagno di squadra che dista 17 m. Assumi di poter trascurare l'attrito dell'aria.

- ▶ Determina la velocità iniziale della palla nella direzione verticale.

[3,2 m/s]

71 ******* Una pallina è lanciata con una velocità iniziale di 12 m/s e con un angolo di inclinazione di 20° sotto l'orizzontale. La pallina è lanciata da una finestra posta a 10 m da terra.

7 LA VELOCITÀ ANGOLARE

73 **APPLICA I CONCETTI** Quando un DVD viene inserito nel lettore ottico e avviato, le sue parti si muovono alla stessa velocità (in modulo) o alla stessa velocità angolare?

74 **APPLICA I CONCETTI** La catena della bicicletta è montata su due corone di raggi diversi. Quando la bicicletta si muove, le parti esterne delle due corone hanno la stessa velocità (in modulo) o la stessa velocità angolare?

PROBLEMA MODELLO 7 DENTRO UN LETTORE DVD

Un disco DVD è inserito in un lettore e gira compiendo 390 giri al minuto.

- ▶ Calcola la frequenza di rotazione del DVD.
- ▶ Calcola la velocità angolare del DVD.
- ▶ Calcola lo spostamento angolare del DVD nell'intervallo di tempo $\Delta t = 12$ s. Esprimi la grandezza in radianti e in gradi.

■ DATI

Numero di giri al minuto: $n = 390$
 Intervallo di tempo: $\Delta t = 12$ s

■ INCOGNITE

Frequenza: $f = ?$
 Velocità angolare: $\omega = ?$
 Spostamento angolare: $\Delta\alpha = ?$

L'IDEA

Tutti i punti del disco compiono un giro nello stesso intervallo di tempo, che è il periodo. Hanno quindi la stessa frequenza di rotazione e la stessa velocità angolare.

LA SOLUZIONE**Calcolo la frequenza di rotazione.**

La frequenza di rotazione del DVD è pari al numero di giri che esso compie in un secondo, cioè:

$$f = \frac{n}{60 \text{ s}} = \frac{390}{60 \text{ s}} = 6,5 \text{ Hz.}$$

Calcolo la velocità angolare.

Ricavo la velocità angolare dal dato della frequenza:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times (6,5 \text{ Hz}) = 41 \text{ rad/s.}$$

Calcolo l'ampiezza dello spostamento angolare.

In un intervallo di tempo $\Delta t = 12 \text{ s}$ il DVD ruota di un angolo pari a $\Delta\alpha = \omega\Delta t = (41 \text{ rad/s}) \times (12 \text{ s}) = 4,9 \text{ rad}$.

Esprimo l'angolo di rotazione in gradi.

Poiché a 180° corrispondono π radianti, vale la proporzione:

$$\frac{\Delta g^\circ}{180^\circ} = \frac{\Delta\alpha}{\pi} \text{ da cui ricaviamo: } \Delta g^\circ = \frac{180^\circ \times \Delta\alpha}{\pi} = \frac{180^\circ \times 4,9 \text{ rad}}{3,14 \text{ rad}} = 2,8 \times 10^2^\circ$$

77 **★★★** La distanza media Venere-Sole è di $1,1 \times 10^8 \text{ km}$. Il periodo orbitale è di 224,70 giorni.

- ▶ Quanto vale il valore della sua velocità media?
- ▶ Quanto vale la velocità angolare di rotazione attorno al Sole?

Suggerimento: assumi che l'orbita di Venere intorno al Sole sia circolare.

$$[3,6 \times 10^4 \text{ m/s}; 3,2 \times 10^{-7} \text{ rad/s}]$$

78 **★★★** La sirena di un'ambulanza lampeggia 15 volte in 3,0 s.

- ▶ Qual è la velocità angolare dello schermo che periodicamente copre e scopre la luce della sirena?

$$[31 \text{ rad/s}]$$

79 **★★★** Il bordo di un vecchio disco a 45 giri (al minuto) ruota alla velocità di 0,47 m/s.

- ▶ Qual è il valore della velocità di un punto del disco a 3,0 cm dal bordo?

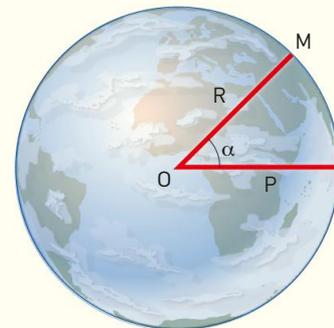
$$[0,33 \text{ m/s}]$$

80 **★★★** Un disco rotante ha un raggio di 50 cm e descrive un angolo di 90° in 0,60 s.

- ▶ Calcola il valore della velocità angolare.
- ▶ Calcola il modulo della velocità di un oggetto che si trova sul bordo del disco.

$$[2,6 \text{ rad/s}; 1,3 \text{ m/s}]$$

81 **★★★** Una località M si trova a una latitudine $\alpha = +45^\circ$. Il raggio della Terra vale $R = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$.



- ▶ Calcola la velocità angolare della Terra nel suo moto di rotazione.
- ▶ Calcola la velocità di rotazione della Terra in corrispondenza di quella località.

$$[7,3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}; 3,3 \times 10^2 \text{ m/s}]$$

8 L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA NEL MOTO CIRCOLARE UNIFORME

PROBLEMA MODELLO 8 IN PIEDI SU UNA GIOSTRA

Marco è in piedi su una giostra che sta ruotando a velocità di modulo costante, e impiega 17 s per compiere un giro. Marco si trova a 2,3 m dal centro della giostra.

- ▶ Calcola l'accelerazione centripeta di Marco.
- ▶ Marco si sposta di verso l'esterno della giostra. Calcola il valore della sua velocità nella nuova posizione.

■ DATI

Periodo: $T=17$ s
 Distanza iniziale dal centro: $R_i = 2,3$ m
 Spostamento di Marco: $d = 1,5$ m

■ INCOGNITE

Accelerazione centripeta: $a_c = ?$
 Velocità dopo lo spostamento: $v_f = ?$

L'IDEA

In entrambe le posizioni, Marco compie un moto circolare uniforme, con lo stesso periodo, e quindi con la stessa velocità angolare. Il modulo del vettore velocità e l'accelerazione centripeta, invece, dipendono dalla posizione di Marco.

LA SOLUZIONE

Calcolo l'accelerazione centripeta a partire dalla velocità angolare.

La velocità angolare di rotazione della giostra è espressa dalla relazione $\omega = \frac{2\pi}{T}$ quindi l'accelerazione centripeta è

$$a_c = \omega^2 R_i = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_i = \left(\frac{2\pi}{17\text{ s}}\right)^2 \times (2,3\text{ m}) = 0,31\text{ m/s}^2.$$

Calcolo la velocità nella nuova posizione.

La nuova posizione di Marco rispetto al centro della giostra è $R_f = R_i + d = 2,3\text{ m} + 1,5\text{ m} = 3,8\text{ m}$; da questa ricavò la nuova velocità:

$$v_f = \omega R_f = \left(\frac{2\pi}{T}\right) R_f = \left(\frac{2\pi}{17\text{ s}}\right) \times (3,8\text{ m}) = 1,4\text{ m/s}.$$

92 **★★★** Una sferetta di acciaio di massa 730 g è appesa a un filo lungo 63 cm e sta oscillando lungo una traiettoria circolare. In un determinato istante, ha una velocità di 0,34 m/s.

- ▶ Calcola l'accelerazione centripeta della sferetta.

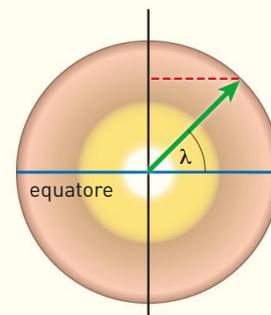
[0,18 m/s²]

93 **★★★** Una giostra impiega 9,8 s a compiere mezzo giro. Un punto sul bordo si muove alla velocità di 18,6 cm/s.

- ▶ Calcola il modulo dell'accelerazione centripeta.

[6,0 × 10⁻² m/s²]

94 **★★★** Maria si trova all'equatore ed è soggetta a una accelerazione (che diminuisce se si dirige verso il polo Nord) dovuta al moto di rotazione della Terra ($R_T = 6,4 \times 10^6$ m).



- ▶ Determina il valore di a_c in funzione della latitudine λ .
- ▶ Calcola l'accelerazione centripeta alla latitudine di 0°, 30°, 45°, 60° e 90°.
- ▶ Esprimi l'accelerazione centripeta massima in unità di g.

[(0,034 m/s²)cosλ; 0,034 m/s²; 0,029 m/s²; 0,024 m/s²; 0,017 m/s²; 0 m/s²; 3,5 × 10⁻³ g]

9 LA FORZA CENTRIPETA E LA FORZA CENTRIFUGA APPARENTE

100 Le gare di ciclismo nei velodromi si svolgono su piste inclinate verso l'interno in corrispondenza delle curve. Per quale motivo secondo te queste piste non sono piane?

101 La forza centripeta è una forza come la forza elastica, la forza-peso o la forza di attrito? In altre parole, è una «nuova» forza da aggiungere a queste?

105 Su un piano orizzontale un disco è in rotazione attorno a un asse che passa per il suo centro con una velocità angolare di 2 rad/s. Un tappo di bottiglia di 5,0 g è poggiato sul disco a 8,0 cm dal suo centro e ruota insieme al disco.

- Quali forze il disco applica sul tappo?

[$4,9 \times 10^{-2}$ N verso l'alto; $1,6 \times 10^{-3}$ N verso il centro]

106 Una moto di massa 350 kg percorre un curva di raggio 16 m a velocità di modulo costante. Il coefficiente di attrito statico tra pneumatici e asfalto è 0,26.

- Calcola la massima velocità con cui la moto può affrontare la curva senza perdere aderenza.

[6,4 m/s]

107 Una sferetta di acciaio di massa 510 g è appesa a un filo di massa trascurabile e lunghezza 46 cm. Quando il filo forma un angolo di 30° con la verticale, la velocità della sferetta è 0,76 m/s.

- Calcola la forza esercitata dal filo sulla sferetta.

[5,0 N]

10 IL MOTO ARMONICO

114 Una ruota, di diametro 90 cm, sta ruotando con una pulsazione di 5,03 rad/s. Sul bordo della ruota c'è una manovella e la sua ombra si proietta verticalmente sul terreno, descrivendo un moto armonico.

- Calcola il periodo del moto armonico.
- Trova l'ampiezza del moto armonico dell'ombra.

[1,2 s; 45 cm]

12 IL MOTO ARMONICO DI UNA MASSA ATTACCATA A UNA MOLLA

133 Un blocco di legno di massa 1,5 kg è poggiato su un piano orizzontale, collegato a una molla di costante elastica 160 N/m. Tra il blocco e il piano è presente attrito, con coefficiente di attrito statico 0,21 e coefficiente di attrito dinamico 0,16. Il blocco è inizialmente fermo e la molla è a riposo.

108 All'Oktoberfest di Monaco di Baviera ci sono le montagne russe Olympia, con 5 "cerchi della morte", disposti come i cerchi olimpici. Il giro della morte centrale ha un diametro di 20,0 m.

Assumi che un carrello trasporti una persona di massa 75,0 kg alla velocità di 4,20 m/s.

- Calcola la forza che il carrello applica alla persona quando si trova nel punto più basso del cerchio.
- Calcola la forza che il carrello applica alla persona quando si trova nel punto più alto del cerchio. Verso dove è diretta?

[867 N; 603 N, verso l'alto]

109 Un'auto di massa 1000 kg affronta una curva alla velocità di 55 km/h. Il coefficiente di attrito tra le gomme e il piano stradale è 0,7.

- Quanto misura il raggio della curva?

Suggerimento: la forza centripeta è la forza di attrito della strada.

[34 m]

110 Un cavallo di 400 kg trotta in circolo alla velocità di 2,0 m/s. Il cavallo è tenuto per mezzo di una corda lunga 3,8 m da un addetto del maneggio che si trova al centro del cerchio. Assumi che la corda sia di massa trascurabile.

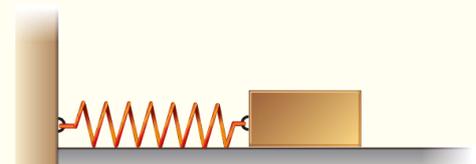
- Determina la forza che l'uomo esercita sulla corda.
- A un certo punto, l'addetto si stanca: per fare meno fatica deve allentare la corda permettendo al cavallo una traiettoria circolare più ampia o, viceversa, deve accorciare la corda avvicinando il cavallo a sé?

[$4,2 \times 10^2$ N]

115 Considera la situazione del Problema modello 10: un altro atleta percorre 4 giri di pista con velocità di modulo costante in 224 s, in verso orario.

- Calcola il periodo, la frequenza e la pulsazione del moto armonico osservato dal giudice di gara.
- Disegna il grafico del moto armonico.

[56 s; $1,8 \times 10^{-2}$ Hz; 0,11 rad/s]



A un certo punto il blocco viene spostato di 6,0 cm verso destra.

- ▶ Determina il valore della forza elastica e della forza di attrito statico, e stabilisci se l'oggetto si mette in moto.
- ▶ Mostra che il blocco si muove verso sinistra, compiendo mezza oscillazione di un moto armonico rispetto a una nuova posizione di equilibrio, con pulsazione $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, e calcola la nuova posizione di equilibrio.

[9,6 N, 3,1 N; 0,015 m]

13 IL MOTO ARMONICO DI UN PENDOLO

- 138** ******* Un orologio a pendolo regolarmente funzionante sulla Terra viene trasportato sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $1,6 \text{ m/s}^2$.

- 134** ******* **OLIMPIADI DELLA FISICA** Sulla Terra, un oggetto sospeso a una molla produce un allungamento L e oscilla con frequenza f . Se l'oggetto viene trasportato sulla Luna e sospeso alla stessa molla, le due quantità diventano $L' = \frac{L}{n}$ e f' .

- ▶ Qual è il rapporto $\frac{f}{f'}$?

(Olimpiadi della Fisica, Gara di primo livello, 2000)

- ▶ Quando sulla Terra sono trascorsi 5,0 min di quanto è andato avanti l'orologio?

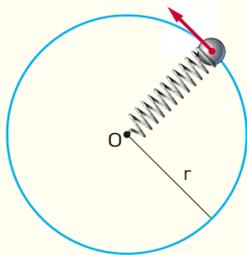
[2,0 min]

PROBLEMI GENERALI

- 16** ******* **SPORT** Una casa produttrice di sci vuole testare i suoi nuovi modelli di sci; il primo modello ha un coefficiente di attrito dinamico con la neve di 0,16, il secondo di 0,17. Sceglie due piste rettilinee lunghe 540 m, la prima con inclinazione di 18° e la seconda con inclinazione di 19° ; chiede ad uno sciatore di partire da fermo e percorrere la prima indossando il primo paio di sci e la seconda indossando il secondo paio.

- ▶ Dove si registrerà il tempo inferiore?
- ▶ Dove si registrerà la velocità maggiore?

- 17** ******* **IN LABORATORIO** Una sfera di massa 240 g percorre una guida circolare, di raggio 18 cm, compiendo un moto circolare uniforme con velocità $0,22 \text{ m/s}$. La sfera è collegata a una molla con una estremità fissa al centro della guida, come mostrato nella figura. La molla ha una costante elastica 80 N/m ed è allungata di 1,2 cm rispetto alla sua lunghezza a riposo. La guida è in posizione verticale (la forza-peso è diretta verso il basso).



- ▶ Calcola l'intensità della forza esercitata dalla guida sulla sfera quando passa dal punto più alto della sua traiettoria. Verso dove è diretta?
- ▶ Calcola l'intensità della forza esercitata dalla guida sulla sfera quando passa dal punto più basso della sua traiettoria. Verso dove è diretta?

[3,2 N verso l'esterno; 1,5 N verso l'interno]

- 18** ******* Una grossa molla di costante elastica 400 N/m , massa trascurabile e lunghezza a riposo 14 cm si trova in verticale su un tavolo. Un libro di massa $1,1 \text{ kg}$ viene posato sulla molla e immediatamente rilasciato, prima che la molla inizi a comprimersi.

- ▶ Mostra che il libro si muove di moto armonico.
- ▶ Calcola i parametri del moto armonico della molla (ampiezza, frequenza, periodo).

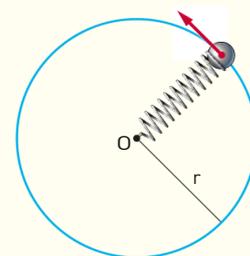
[2,7 cm; 3,0 Hz; 0,33 s]

- 19** ******* A una estremità di una fune, di massa trascurabile e lunghezza 60 cm , è legato un pacco di $0,40 \text{ kg}$. Il pacco viene fatto oscillare, tenendo ferma l'altra estremità della corda con la mano. Quando il pacco passa dalla posizione più bassa (la posizione di equilibrio) ha una velocità di $0,40 \text{ m/s}$.

- ▶ Determina la tensione della fune nel momento in cui il pacco passa dalla posizione di equilibrio.
- ▶ La tensione è maggiore del peso del pacco? Perché?

[4,1 N; sì]

- 20** ******* **IN LABORATORIO** Come è mostrato nella figura, una pallina di massa 210 g è vincolata a un punto O per mezzo di una molla di costante elastica 289 N/m . La pallina è in moto circolare con una velocità angolare di $3,21 \text{ rad/s}$ su un piano orizzontale. Il raggio della circonferenza è $38,1 \text{ cm}$.



- ▶ Calcola la lunghezza a riposo della molla.

[0,378 m]

21 ★★★ Un motociclista sta per affrontare una curva. Il coefficiente di attrito tra gli pneumatici e la strada è 0,70 e il raggio della curva è 25 m.

- Qual è la massima velocità a cui il motociclista può effettuare la curva?

[13 m/s]

22 ★★★ **OLIMPIADI DELLA FISICA** Un motociclista percorre una curva di 120 m di raggio alla velocità di 90 km/h.

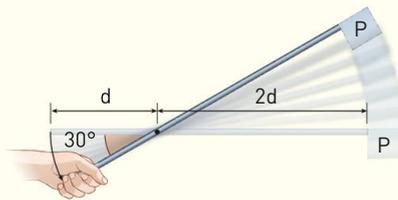
- Che informazione se ne può ricavare circa il coefficiente di attrito statico μ , tra la gomma della ruota e l'asfalto della strada?

Suggerimento: la forza di attrito dinamica diretta verso il centro della curva ha intensità $F_d \leq \mu_s F_N$, dove F_N è il valore della forza di reazione del suolo.

(*Olimpiadi della Fisica, gara nazionale di secondo livello, 2002*)

[Il coefficiente di attrito statico è maggiore di 0,53]

23 ★★★ Un operaio apre la condotta di una diga muovendo un'asta di ferro che ruota attorno a un perno. Il perno è a distanza d dall'estremo di impugnatura. All'altro estremo è saldato un contrappeso che ha una forza-peso di intensità pari a 100 N. La distanza fra il perno e il contrappeso è $2d$. La condotta si apre quando l'angolo formato dall'asta rispetto alla posizione iniziale è di 30° e l'estremo di impugnatura si è abbassato di 20 cm.



- Quanto vale la forza esercitata dall'operaio per aprire la condotta?
- Quanto vale d ?

[200 N; 0,40 m]

24 ★★★ **OLIMPIADI DELLA FISICA** Un ciclista percorre un tratto di strada piana a velocità di modulo costante $v = 5$ m/s ed esegue una curva di raggio $r = 4$ m. In una semplice schematizzazione, sul sistema ciclista-bicicletta le forze agenti sono: la reazione normale della strada \vec{N} , la forza di attrito della strada sulle ruote \vec{F}_a e il peso totale $\vec{F}_p = mg$ del sistema.

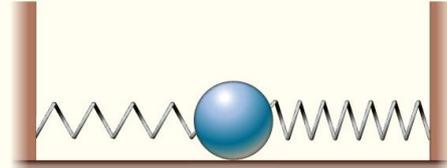
- Esprimi l'angolo θ che la bicicletta forma con la verticale in funzione della forza di attrito e della reazione normale della strada e calcola il suo valore numerico.

Suggerimento: il sistema ciclista-bicicletta non va approssimato con un punto materiale, ma è da considerare come un corpo rigido esteso; in particolare, la forza-peso è applicata nel suo baricentro.

(*Olimpiadi della fisica, gara di secondo livello, 2010*)

$$\left[\theta = \arctan\left(\frac{F_a}{F_p}\right) = 33^\circ \right]$$

25 ★★★ Una sfera di 1,3 kg e di raggio 5,0 cm è collegata a due molle agganciate ciascuna a una parete, come mostrato nella figura. La distanza tra le due pareti è 60 cm, le lunghezze a riposo della molla a sinistra e di quella a destra sono, rispettivamente, $L_1 = 20$ cm e $L_2 = 15$ cm e le loro costanti elastiche sono, rispettivamente, 150 N/m e 280 N/m. Inizialmente la sfera è al centro.



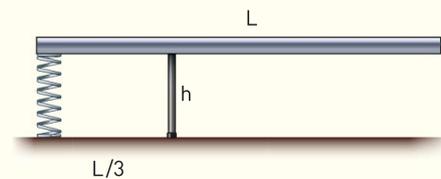
- Determina la posizione di equilibrio rispetto al centro della sfera.
- Determina la costante elastica della molla equivalente alle due molle del sistema, cioè della singola molla che provocherebbe lo stesso moto.

[0,35 m; $4,3 \times 10^2$ N/m]

26 ★★★ La somma delle forze agenti su un corpo rigido è zero e anche la somma dei momenti di queste forze rispetto a un punto P vale zero.

- Dimostra che la somma dei momenti delle forze rispetto a qualsiasi altro punto è sempre zero e che pertanto la condizione di equilibrio statico di un corpo rigido non dipende dal polo scelto per calcolare i momenti delle forze.

27 ★★★ **OLIMPIADI DELLA FISICA** Una trave rigida di lunghezza 6,0 m e massa 360 kg è poggiata su un sostegno di altezza 50 cm a un terzo della sua lunghezza; per stare orizzontale l'estremo più vicino al sostegno è fissato al pavimento con una molla la cui lunghezza di riposo è metà di quella attuale.



- Determina la costante elastica della molla.
- Determina la forza vincolare garantita dal sostegno.
- Se un bambino sale sull'estremo libero della trave, questa si abbassa di un tratto pari a un quinto dell'altezza del sostegno. Quanto pesa il bambino?

(*Olimpiadi della fisica, Gara di secondo livello, 2006*)

[$7,1 \times 10^3$ N/m; $5,3 \times 10^3$ N; $1,8 \times 10^2$ N]

TEST

- 6** La velocità di oscillazione di un pendolo:
- A** è nulla agli estremi di oscillazione.
 - B** è nulla nel punto più basso dell'oscillazione.
 - C** è massima agli estremi di oscillazione.
 - D** non si annulla mai.
- 7** Un bambino di 15,0 kg è seduto su una barra (un'altalena) a 1,50 m dal fulcro. Quale forza applicata a 0,3 m dall'altra parte del fulcro è necessaria per sollevare il bambino da terra?
- A** 75 N
 - B** 736 N
 - C** 44,1 N
 - D** 66,2 N
 - E** 147,2 N

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

- 8** La forza elastica con cui una molla reagisce ad una compressione, è, secondo la legge di Hooke:
- A** direttamente proporzionale alla compressione subita.
 - B** inversamente proporzionale alla compressione subita.
 - C** direttamente proporzionale alla massa.
 - D** proporzionale al quadrato della compressione subita.
 - E** direttamente proporzionale alla lunghezza a riposo della molla.

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 9** Un'asta omogenea di estremità *A* e *B* ha una lunghezza di 6 m ed un peso di 150 N. Essa è sistemata su un supporto posizionato esattamente al centro. Un oggetto puntiforme dalla massa di 20 kg è adagiato ad una distanza di 1,5 m da *A* ed uno dalla massa di 4 kg è posizionato su *B*. A che distanza da *B* si deve posizionare un oggetto dalla massa di 10 kg affinché l'asta si trovi in equilibrio?
- A** 1,2 m
 - B** 4,2 m
 - C** 4,8 m
 - D** 1,8 m
 - E** 1,5 m

Prova di Ammissione ai Corsi di Laurea di Architettura Anno Accademico 2013/2014

- 10** A block of concrete, of mass 100 kg, lies on a 2 m-long plank of wood at a distance 0.5 m from one end. If a builder lifts up the other end of the plank, how much force must he apply to lift the block?
- A** 125 N
 - B** 12.5 N
 - C** 250 N
 - D** 25 N

Oxford University - Physics Aptitude Test (Pat) 2010

- 11** The suspension spring of a car, which has a spring constant of $k = 80000 \text{ Nm}^{-1}$ is sat on by a person weighing

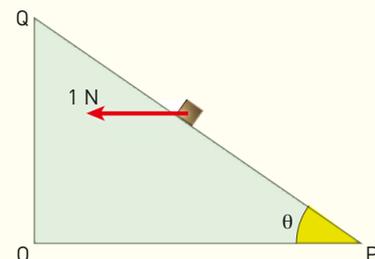
- 80 kg. By how much is the spring compressed?
- A** 1 mm
 - B** 10 mm
 - C** 5 mm
 - D** 20 mm

Oxford University - Physics Aptitude Test (Pat) 2010

- 12** A car of mass 800 kg moves up an incline of 1 in 20 (1 in 20 means for every 20 m along the road the car gains 1m in height) at a constant speed of 20 m/s. The frictional force opposing motion is 500 N. How much work has been done by the engine after the car has moved 50 m?
- A** 20 kJ
 - B** 25 kJ
 - C** 27 kJ
 - D** 45 kJ
 - E** 65 kJ
 - F** 160 kJ

BioMedical Admission Test BMAT - 2010

- 13** A small block of mass of 0.1 kg lies on a fixed inclined plane *PQ* which makes an angle θ with the horizontal. A horizontal force of 1 N acts on the block through its center of mass as shown in the figure. The block remains stationary if (take $g = 10 \text{ m/s}^2$):



- A** $\theta = 45^\circ$
- B** $\theta > 45^\circ$ and frictional force acts on the block towards *P*.
- C** $\theta > 45^\circ$ and frictional force acts on the block towards *Q*.
- D** $\theta < 45^\circ$ and frictional force acts on the block towards *Q*.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (Advanced) - 2012

- 14** A parità di lunghezza del piano inclinato, la forza equilibrante di un corpo posto sul piano inclinato:
- A** è indipendente dall'altezza del piano.
 - B** diminuisce al crescere dell'altezza del piano.
 - C** aumenta al diminuire dell'altezza del piano.
 - D** aumenta al crescere dell'inclinazione del piano.

- 15** Un dado di ferro agganciato a una molla la allunga di un tratto x . In seguito, un secondo dado con la stessa massa è appeso al primo dado. La molla si allungherà di un ulteriore tratto pari a:

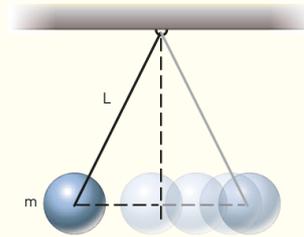
- A** $2x$.
- B** $x/2$.

- C x .
 - D 2 volte la costante elastica.
- 16** Un pendolo di lunghezza 73 cm si trova sulla Luna dove l'accelerazione di gravità è $1/6$ di quella sulla Terra. Il periodo di oscillazione vale:
- A 3,7 s C 0,7 s
 - B 4,2 s D 9,5 s
- 17** In un moto parabolico:
- A la componente verticale della velocità è massima nel punto più alto della traiettoria.
 - B la componente verticale della velocità diminuisce durante la salita.
 - C la componente orizzontale della velocità è nulla nel punto di massima altezza.
 - D le componenti orizzontale e verticale della velocità hanno lo stesso valore nel punto di massima altezza.
- 18** Nello studio della condizione di equilibrio di un corpo su un piano inclinato quante grandezze indipendenti fra loro entrano in gioco?
- A Due: una forza e una lunghezza.
 - B Tre: una forza e due lunghezze.
 - C Quattro: due forze e due lunghezze.
 - D Cinque: due forze e tre lunghezze.
- 19** Se la risultante delle forze applicate a un corpo rigido è nulla, ma non è nullo il loro momento, l'oggetto:
- A ruota, ma non trasla.
 - B trasla, ma non ruota.
 - C non trasla, né ruota.
 - D trasla e ruota.
- 20** Un treno viaggia in curva con velocità \vec{v} sottoposto a una forza centripeta F_c . A un certo punto, riduce di $1/3$ la sua velocità. Qual è il nuovo valore della forza centripeta?
- A $F_c/3$. C $9 F_c$.
 - B $3 F_c$. D $F_c/9$.
- 21** Una pallina, legata a un filo, è mantenuta in rotazione a velocità di intensità costante su un tavolo. Quando il filo si spezza (più di una risposta è giusta):
- A la pallina si allontana descrivendo un arco di parabola.
 - B la pallina si ferma.
 - C la pallina prosegue il suo moto lungo una linea retta tangente alla circonferenza percorsa.
 - D la traiettoria dipende dalla posizione assunta dalla pallina all'istante in cui il filo si spezza.

- 22** A block of base $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ and height 15 cm is kept on an inclined plane. The coefficient of friction between them is $\sqrt{3}$. The inclination θ of this inclined plane from the horizontal plane is gradually increased from 0° . Then:
- A at $\theta = 30^\circ$, the block will start sliding down the plane.
 - B the block will remain at rest on the plane up to certain θ and then it will topple.
 - C at $\theta = 60^\circ$, the block will start sliding down the plane and continue to do so at higher angles.
 - D at $\theta = 60^\circ$, the block will start sliding down the plane and on further increasing θ , it will topple at certain θ .

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (Advanced) - 2009

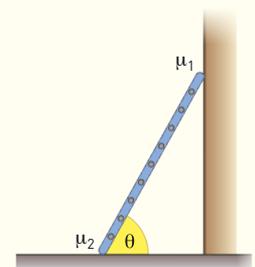
- 23** A ball of mass $m=0.5\text{ kg}$ is attached to the end of a string having length $L=0.5\text{ m}$. The ball is rotated on a horizontal circular path about vertical axis. The maximum tension that string can bear is 324 N . The maximum possible value of angular velocity of ball (in rad/s) is:



- A 9 C 27
- B 18 D 36

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (Advanced) - 2011

- 24** In the figure, a ladder of mass m is shown leaning against a wall. It is in static equilibrium making an angle θ with the horizontal floor. The coefficient of friction between the wall and the ladder is μ_1 and that between the floor and the ladder is μ_2 . The normal reaction of the wall on the ladder is N_1 and that of the floor is N_2 . If the ladder is about to slip, then:



- A $\mu_1 = 0, \mu_2 \neq 0$ and $N_2 \tan\theta = mg/2$
- B $\mu_1 \neq 0, \mu_2 = 0$ and $N_1 \tan\theta = mg/2$
- C $\mu_1 \neq 0, \mu_2 \neq 0$ and $N_2 = mg/(1 + \mu_1\mu_2)$
- D $\mu_1 = 0, \mu_2 \neq 0$ and $N_1 \tan\theta = mg/2$

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (Advanced) - 2014

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
1. Il lavoro	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Lavoro motore e lavoro resistente Lavoro motore e lavoro resistente lungo un piano inclinato.</p>	1
2. La potenza	<p>ANIMAZIONE</p> <p>La potenza Un peso può essere sollevato a mano oppure con un argano o una gru. Che differenza c'è?</p>	1,5
3. L'energia cinetica	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Energia cinetica e lavoro Dal lavoro di una forza che tira una slitta si ricava l'energia cinetica.</p>	2
7. La conservazione dell'energia meccanica	<p>IN LABORATORIO</p> <p>L'energia meccanica di un pendolo Lasciando andare un pendolo, l'energia potenziale viene convertita interamente in energia cinetica quando il pendolo raggiunge il punto più basso.</p>	2
	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Conservazione dell'energia meccanica Un corpo che colpisce una molla e rimbalza: come varia l'energia cinetica? E l'energia potenziale?</p>	1
	<p>ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>La conservazione dell'energia Gioca, misura, esercitati</p>	
	IN TRE MINUTI IL LAVORO	
	IN TRE MINUTI LA POTENZA	
	IN TRE MINUTI L'ENERGIA CINETICA	
	IN TRE MINUTI IL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA	
	IN TRE MINUTI L'ENERGIA POTENZIALE DELLA FORZA-PESO	
MAPPA INTERATTIVA	30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»	

VERSO IL CLIL

 FORMULAE IN ENGLISH	AUDIO
Work – Goniometric formula	$W = F_s \cos \alpha$
Work	$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$
Joule	$1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$
Power	$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathcal{E}}{\Delta t}$

The goniometric expression for work is the product of the force, the displacement and the cosine of the angle between the direction of the force and the displacement.

Work done by a constant force equals the scalar product of the force and the displacement.

Unit of measure "joule": one joule equals one kilogram multiplied by the square of meters per second.

Power equals work done divided by the elapsed time, which in turn equals the amount of energy transformed in the elapsed time.

Watt	$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$	Unit of measure “watt”: one watt equals one joule per second.
Kinetic energy	$K = \frac{1}{2}mv^2$	Kinetic energy equals one-half of the product of mass and the square of velocity.
Kinetic energy theorem	$K_f = K_i + W$	Final kinetic energy equals the initial kinetic energy plus the work done on the body.
Gravitational potential energy	$U_g = mgh$	The gravitational potential energy of a body equals the product of its mass, the constant g , and the height of the body.
Elastic potential energy	$U_e = \frac{1}{2}k\Delta x^2$	Elastic potential energy equals the product of half the spring constant and the square of the distance from its un-stretched length.

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

► What is the work done by a force?

In physics, when a force acts on an object to cause a displacement the work done by the force on the object is the product of the component of the force that is parallel to the displacement and the displacement itself. Work is a scalar quantity measured in joules (SI).

► Explain negative work

When a force acts upon a moving object to hinder a displacement, such as a car skidding to a stop on a road surface or a footballer sliding to a stop on a football pitch, the force acts in the direction opposite to the objects motion in order to slow it down. *Negative work* refers to the numerical value that results when values of F , s and the angle are substituted into the work equation: for example, if the force vector is directly opposite the displacement vector so the angle is 180 degrees: $\cos(180 \text{ degrees})$ is -1 and so a negative value results for the amount of work done on an object.

► Power is the rate at which work is performed or energy is transformed. Describe what forms of energy are transformed in a washing machine, a high-jumper and a jet engine.

A washing machine transforms electric energy into mechanical energy to spin the washing and into thermal energy to heat water. An athlete doing the high jump converts chemical energy through their muscles into horizontal and then vertical kinetic energy, which is transformed into gravitational potential energy, which is then converted back to kinetic energy on the descent. A jet engine converts the chemical energy stored in fuel into kinetic energy in the exhaust, producing thrust.

► What is meant by a conservative force? Give two examples of conservative forces.

In physics, a conservative force is any force whose work is determined only by the final displacement of the object acted upon and is independent of the path between the object's initial and final positions. Stored energy, or potential energy can only be defined in terms of conservative forces. The gravitational force between the Earth and another mass and the spring force, for which we only need to know the amount the spring is stretched or compressed from its equilibrium position to determine the work done by the spring on a body, are conservative forces.

► What are non-conservative forces? Give two examples of non-conservative forces.

It is not always the case that the work done by an external force is stored as some form of potential energy. A force is non-conservative if the work it does on an object moving between two points depends on the path of the motion between the points. Friction and air resistance are examples of non-conservative forces.

► State the principle of conservation of mechanical energy.

The principle states that the total mechanical energy, kinetic energy plus potential energy, of an object remains constant as the object moves, provided that the net work done by external non-conservative forces is zero.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 IL LAVORO DI UNA FORZA

8 ★★★ Marisa porta a spasso il suo cane Briciola tenendolo al guinzaglio. Briciola è un cane molto vivace e vorrebbe allontanarsi; Marisa tira il guinzaglio, che ha una tensione di 35 N, mentre Briciola percorre 12 m. Durante questo spostamento Marisa compie un lavoro pari a -320 J.
 ▶ Che angolo forma il guinzaglio con il terreno?

[40°]

9 ★★★ L'ascensore di un grattacielo trasporta 21 persone dal piano terra al 39° piano, per un tratto di 130 m. Mediamente ogni persona ha una massa di 70 kg.
 ▶ Calcola il lavoro compiuto dalla forza-peso.

$[-1,9 \times 10^6 \text{ J}]$

2 LA POTENZA

PROBLEMA MODELLO 2 CHE POTENZA QUELL'AEREO!

Le turbine di un aereo di linea che sta viaggiando a velocità costante sviluppano una potenza di 150 KW. Alla velocità a cui l'aereo si muove, la forza con cui l'aria si oppone al movimento dell'aereo è espressa dalla legge $F_a = Cv^2$ in cui v è la velocità dell'aereo e $C = 6,1 \times 10^{-3}$ kg/m è un coefficiente di attrito.

▶ Calcola la velocità dell'aereo.

■ DATI

Potenza: $P = 150$ kW

Coefficiente di attrito: $C = 6,1 \times 10^{-3}$ kg/m

■ INCOGNITE

Velocità dell'aereo $v = ?$

L'IDEA

Poiché l'aereo vola a velocità costante, la somma delle forze applicate (la forza impressa dai motori e la forza di attrito dell'aria) è nulla.

LA SOLUZIONE

Dal secondo principio della dinamica deduco la forza impressa dai motori sull'aereo.

A velocità costante, la forza F sviluppata dai motori è uguale in modulo alla forza di attrito dell'aria F_a :

$$F = F_a = Cv^2.$$

Calcolo la velocità dell'aereo.

La potenza dei motori dell'aereo è $P = Fv = Cv^3$ per cui la velocità dell'aereo si ricava da:

$$v = \sqrt[3]{\frac{P}{C}} = \sqrt[3]{\frac{150 \times 10^3 \text{ W}}{6,1 \times 10^{-3} \text{ kg/m}}} = 2,9 \times 10^2 \text{ m/s}.$$

PER NON SBAGLIARE

A velocità sostenute, come quella dell'aereo, la forza di attrito viscoso dell'aria è direttamente proporzionale al quadrato della velocità.

Il coefficiente di attrito viscoso, a differenza di quello radente, non è un numero puro, ma ha una sua unità di misura.

- 25** ★★★ Un motoscafo è spinto da un motore che fornisce una forza costante $F = 800,0$ N. Schematizza la forza di attrito con l'acqua con $R = -\beta v$ dove $\beta = 400,0$ kg/s.
- Calcola la potenza sviluppata dal motore a velocità massima costante.

[1600 W]

- 26** ★★★ Un piccolo go-kart di massa 80,0 kg si muove alla velocità costante di 20 m/s lungo una salita di pendenza $\theta = 30^\circ$.
- Calcola la potenza sviluppata dal motore.

[$7,8 \times 10^3$ W]

3 L'ENERGIA CINETICA

- 36** ★★★ Un'automobile di massa 1000 kg viaggia nel traffico urbano a una velocità di 54 km/h. Davanti a lei il semaforo diventa rosso e l'auto frena e si arresta in 16 m.
- Qual è il valore della forza frenante?

[$7,0 \times 10^3$ N]

- 37** ★★★ Un oggetto di massa 1,0 kg viene lanciato su per un piano inclinato di 30° dal suo punto più basso alla velocità di 2,0 m/s. Lungo la salita subisce una forza di attrito di 10 N, che contribuisce a rallentarne il moto.
- Calcola la distanza percorsa lungo il piano.

[0,13 m]

4 LE FORZE CONSERVATIVE E L'ENERGIA POTENZIALE

PROBLEMA MODELLO 4 SU E GIÙ CON IL MONTACARICHI.

La cabina di un montacarichi ha una massa di 1100 kg e può sollevare merci fino a 3200 kg all'altezza di 11,7 m. Mentre si muove a pieno carico, tra la cabina del montacarichi e la struttura che la contiene si esercita una forza di attrito di modulo 740 N. Invece quando la cabina è vuota, la forza di attrito ha modulo 180 N.

- Il montacarichi viene messo in funzione, facendogli compiere una salita e una discesa senza carico. Calcola il lavoro compiuto dalla forza-peso e dalla forza di attrito sulla cabina.
- Il montacarichi viene usato a pieno carico per sollevare merci, poi la cabina torna al suolo vuota. Calcola il lavoro compiuto dalla forza-peso e dalla forza di attrito sulla cabina.

■ DATI

Massa del montacarichi: $m_1 = 1100$ kg
 Massa totale: $m_2 = 4300$ kg
 Forza di attrito a pieno carico: $F_{A,1} = 740$ N
 Forza di attrito sul solo montacarichi: $F_{A,2} = 180$ N
 Dislivello: $h = 11,7$ m

■ INCOGNITE

$W_{P,1} = ?$
 $W_{P,2} = ?$
 $W_{A,1} = ?$
 $W_{A,2} = ?$

L'IDEA

Nel primo caso, la massa complessiva della cabina non varia; la forza-peso, che è conservativa, compie lavoro negativo durante la salita e lavoro positivo durante la discesa; i due lavori sono opposti.

Nel secondo caso, la massa della cabina cambia durante lo spostamento e il lavoro totale compiuto dalla forza-peso non sarà nullo.

La forza di attrito è dissipativa, compie lavoro negativo lungo qualsiasi spostamento, dal momento che si oppone a esso.

LA SOLUZIONE

1° caso: montacarichi vuoto.

Il lavoro compiuto dalla forza-peso $W_{P,1}$ è $W_{P,1} = -m_1gh + m_1gh = 0$

Il lavoro compiuto dalla forza di attrito dinamico $W_{A,1}$ è:

$$W_{A,1} = -F_{A,1}h - F_{A,1}h = -2F_{A,1}h = -2 \times (180 \text{ N}) \times (11,7 \text{ m}) = -4,2 \times 10^3 \text{ J.}$$

2° caso: montacarichi con carico in salita, senza carico in discesa.

Il lavoro compiuto dalla forza-peso $W_{P,2}$ è

$$W_{P,2} = -m_1gh + m_2gh = (m_2 - m_1)gh = (-3200 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (11,7 \text{ m}) = -3,7 \times 10^5 \text{ J.}$$

Il lavoro compiuto dalla forza di attrito $W_{A,2}$ è

$$W_{A,2} = -F_{A,2}h - F_{A,1}h = -(F_{A,2} + F_{A,1})h = -(920 \text{ kg}) \times (11,7 \text{ m}) = -1,1 \times 10^4 \text{ J.}$$

PER NON SBAGLIARE

Se la massa di un oggetto varia mentre si sposta lungo un percorso chiuso, allora la forza-peso può compiere lavoro non nullo!

47 Un bambino spinge una scatola di 2,5 kg, inizialmente ferma, lungo una circonferenza di raggio 0,85 m. La forza di attrito tra la scatola e il pavimento è pari a 3,2 N.

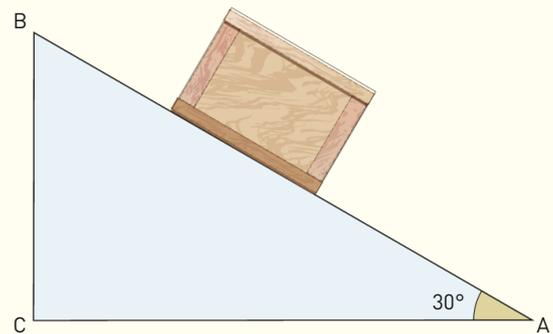
★★★

- ▶ Calcola il lavoro compiuto dalla forza d'attrito durante un giro completo.
- ▶ Compiuto un giro, la scatola ha una velocità di 0,92 m/s. Calcola il lavoro compiuto dal bambino. La forza applicata dal bambino è conservativa?

[−17 J; 18 J; no]

48 Una cassa di 10 kg deve essere spostata dal punto A al punto B. La figura mostra i due percorsi possibili: lungo un piano inclinato di 30°, di lunghezza 2,0 m e altezza 1,0 m, oppure passando dal punto C.

★★★



Calcola il lavoro compiuto dalla forza-peso:

- ▶ lungo il percorso AB, in assenza di attrito;
- ▶ lungo il percorso ACB.

[−98 J; −98 J]

6 L'ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

PROBLEMA MODELLO 5 UNA MOLLA SOSPESA AL SOFFITTO

Una molla di massa trascurabile e costante elastica 200 N/m è appesa in verticale al soffitto e alla sua estremità libera viene attaccata una pallina di massa 0,39 kg. Quando viene lasciata, la pallina oscilla verticalmente con moto armonico attorno a un nuovo punto di equilibrio (vedi il Problema modello 11, cap 3). Calcola:

- ▶ l'energia potenziale elastica nei punti estremi dell'oscillazione della pallina e nel nuovo punto di equilibrio;
- ▶ l'energia potenziale della forza-peso negli stessi punti;
- ▶ la somma delle energie potenziali del sistema nei tre casi.

■ DATI

Costante elastica: $k = 200 \text{ N/m}$
 Massa: $m = 0,39 \text{ kg}$

■ INCOGNITE

$U_{e,1} = ?$; $U_{e,2} = ?$; $U_{e,3} = ?$
 $U_{g,1} = ?$; $U_{g,2} = ?$; $U_{g,3} = ?$

L'IDEA

Inizialmente la forza-peso fa scendere la pallina, che perde energia potenziale della forza-peso, ma acquista energia elastica, perché la molla si allunga; nei punti estremi della sua oscillazione, dove inverte il verso del moto, la pallina non possiede energia cinetica.

LA SOLUZIONE

Fissiamo un sistema di riferimento.

Indichiamo con y la coordinata verticale, scegliamo il verso positivo verso l'alto e la posizione iniziale della pallina come posizione di riferimento per l'energia potenziale della forza-peso.

Trovo il punto di equilibrio del sistema.

Nella posizione di equilibrio y_{eq} la somma vettoriale delle forze è nulla: $\vec{F}_e + \vec{F}_p = 0$ quindi $-ky_{eq} = mg$ da cui

$$y_{eq} = -\frac{mg}{k} = -\frac{(0,39 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)}{200 \text{ N/m}} = -0,019 \text{ m}.$$

Calcolo le energie potenziali elastica e della forza-peso nel punto trovato.

L'energia potenziale elastica nel punto di equilibrio è:

$$U_{e,3} = \frac{1}{2}ky_{eq}^2 = \frac{m^2g^2}{2k} = \frac{(0,39 \text{ kg})^2 \times (9,8 \text{ m/s}^2)^2}{2 \times (200 \text{ N})} = 0,037 \text{ J}.$$

L'energia potenziale della forza-peso nel punto di equilibrio è:

$$U_{g,3} = mgy_{eq} = -\frac{m^2g^2}{k} = -\frac{(0,39 \text{ kg})^2 \times (9,8 \text{ m/s}^2)^2}{200 \text{ N}} = -0,073 \text{ J}.$$

Quindi la somma delle due energie potenziali nel punto di equilibrio è:

$$U_{tot,3} = U_{e,3} + U_{g,3} = -0,036 \text{ J}.$$

Determino le posizioni estreme della pallina.

La pallina si muove di moto armonico tra le due posizioni $y_{max} = 0 \text{ m}$ e $y_{min} = 2y_{eq} = -0,038 \text{ m}$.

Calcolo le energie potenziali elastica e della forza-peso nei punti estremi dell'oscillazione.

L'energia potenziale elastica nel punto di massima altezza è $U_{e,1} = \frac{1}{2}ky_{max}^2 = 0 \text{ J}$ mentre in quello di minima altezza è

$$\begin{aligned} U_{e,2} &= \frac{1}{2}ky_{min}^2 = \frac{1}{2}k(2y_{eq})^2 = 2ky_{eq}^2 = 2k\left(-\frac{mg}{k}\right)^2 = 2\frac{m^2g^2}{k} = \\ &= 2 \times \frac{(0,39 \text{ kg})^2 \times (9,8 \text{ m/s}^2)^2}{200 \text{ N/m}} = 0,15 \text{ J}. \end{aligned}$$

L'energia potenziale della forza-peso negli stessi punti è

$$\begin{aligned} U_{g,1} &= mgy_{max} = 0 \text{ J}; \\ U_{g,2} &= mgy_{min} = 2mgy_{eq} = -2\frac{m^2g^2}{k} = -2 \times \frac{(0,39 \text{ kg})^2 \times (9,8 \text{ m/s}^2)^2}{200 \text{ N/m}} = -0,015 \text{ J}. \end{aligned}$$

In entrambi i punti estremi dell'oscillazione si vede che la somma delle due energie potenziali è nulla.

PER NON SBAGLIARE

- La scelta del riferimento per lo zero dell'energia potenziale della forza-peso è arbitraria, ma una scelta azzeccata può rendere i calcoli più semplici.
- Se avessimo usato i risultati numerici di y_{max} e y_{eq} per calcolare le energie potenziali, invece delle loro espressioni algebriche, avremmo ottenuto risultati meno precisi, a causa degli arrotondamenti effettuati.

68 **★★★** Una lastra di legno di massa 1,6 kg viene poggiata su una molla, posta verticalmente sul pavimento e fissata a esso, e lasciata andare. La lastra scende di 4,8 cm prima di tornare verso l'alto.

- ▶ Calcola la massima energia potenziale elastica del sistema.

[0,38 J]

69 **★★★** Su un piano orizzontale senza attrito ci sono due molle di costanti elastiche $k_1 = 100 \text{ N/m}$ e $k_2 = 120 \text{ N/m}$ e lunghezze a riposo $l_1 = 15 \text{ cm}$ e $l_2 = 25 \text{ cm}$ collegate tra loro e di massa trascurabile. All'estremo libero della seconda molla viene applicata una forza F che provoca un allungamento totale del sistema portandolo a $L = 80 \text{ cm}$.

- ▶ Calcola l'allungamento di ciascuna molla.
- ▶ Calcola l'energia potenziale di ciascuna molla.

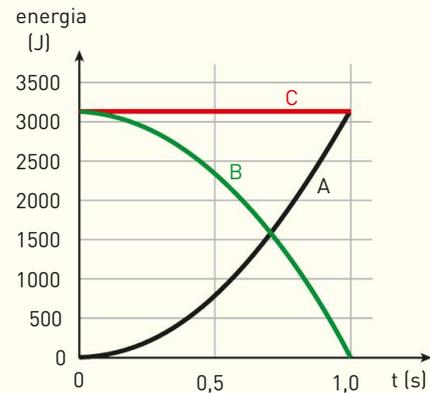
[0,22 m, 0,18 m; 2,4 J, 2,0 J]

7 LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

73 In un sistema conservativo, se l'energia cinetica aumenta allora diminuisce l'energia potenziale, e viceversa. Energia potenziale ed energia cinetica sono inversamente proporzionali?

74 IN FORMA DI GRAFICO Nel grafico sono riportati gli andamenti in funzione del tempo delle energie cinetica, potenziale e meccanica totale di un corpo in caduta libera.

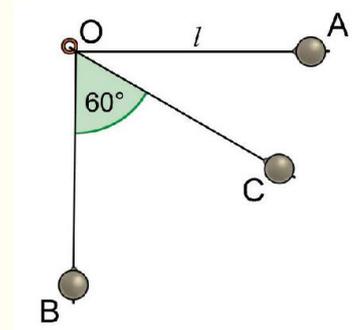
► Associa a ognuna delle tre curve una delle forme di energia.



PROBLEMA MODELLO 7 UN'AMPIA OSCILLAZIONE

Un pendolo è formato da un filo di massa trascurabile, lungo 60 cm, fissato per una estremità (il punto O nella figura). All'altra estremità è attaccato un pesetto di ferro di 890 grammi. Inizialmente il pesetto è tenuto in modo che il filo sia orizzontale (posizione A nella figura); poi viene rilasciato. Trascura ogni forma di attrito.

- Di che moto si muove il pesetto? Il sistema è conservativo?
- Calcola la velocità del pesetto e la tensione del filo quando il filo è verticale (posizione B nella figura) e quando forma un angolo di 60° con la verticale (posizione C).



■ DATI

Lunghezza del filo: $l = 0,60$ m
 Angolo formato dalla posizione C : $\alpha = 60^\circ$
 Massa: $m = 0,89$ kg

■ INCOGNITE

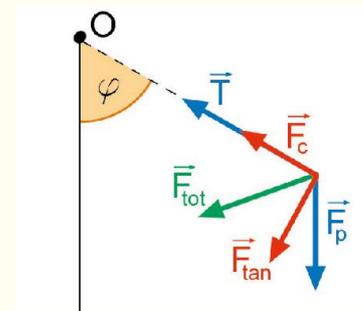
Velocità nel punto B : $v_B = ?$
 Tensione nel punto B : $T_B = ?$
 Velocità nel punto C : $v_C = ?$
 Tensione nel punto C : $T_C = ?$

L'IDEA

Le forze che agiscono sul pesetto sono: la forza-peso \vec{F}_p , che è conservativa, e la tensione \vec{T} del filo, che costringe il pesetto a muoversi lungo un arco di circonferenza, con centro in O e raggio uguale alla lunghezza l del filo. Il moto è circolare, ma non uniforme: la forza totale sul pesetto \vec{F}_{tot} ha una componente radiale (la forza centripeta) \vec{F}_c e una tangenziale \vec{F}_{tan} , che fa variare il modulo della velocità.

La tensione \vec{T} del filo è costantemente perpendicolare alla traiettoria del pesetto, quindi non compie lavoro. Il sistema è dunque conservativo.

Le energie in gioco sono l'energia cinetica e l'energia potenziale della forza-peso. Alla partenza (nel punto A) il pesetto ha solo energia potenziale della forza-peso; man mano che scende, diminuisce la sua energia potenziale e aumenta quella cinetica; le due variazioni sono opposte.



LA SOLUZIONE

Fisso il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso.

Poniamo uguale a zero l'energia potenziale gravitazionale nel punto più basso, B : $U_B=0$ J.

Rispetto al punto B , le quote dei punti A e C sono $h_A=0,60$ m, $h_C = \frac{1}{2}h_A = 0,30$ m.

Dalla conservazione dell'energia meccanica ricavo la velocità in B .

Nello spostamento da A a B l'energia meccanica del pesetto si conserva:

$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_B$. Il pesetto parte da fermo nel punto A ; alla partenza possiede solo energia potenziale, quindi $\mathcal{E}_A = U_A$. Il punto B è il più basso della traiettoria; in B il pesetto ha solo energia cinetica:

$\mathcal{E}_B = K_B$. L'equazione di conservazione dell'energia diventa quindi $U_A = K_B$, cioè $mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$ da cui si ricava

$$v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (0,60 \text{ m})} = 3,4 \text{ m/s}.$$

Dalla conservazione dell'energia meccanica ricavo la velocità in C .

Anche nel passaggio dal punto A al punto C l'energia meccanica del pesetto si conserva: $\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_C$. Nel punto C l'energia meccanica è in parte energia cinetica e in parte energia potenziale: $\mathcal{E}_C = U_C + K_C$, quindi l'equazione di conservazione diventa

$$v_C = \sqrt{2g(h_A - h_C)} = \sqrt{2 \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (0,30 \text{ m})} = 2,4 \text{ m}.$$

Calcolo la tensione del filo quando il pesetto si trova nel punto B .

Il pesetto percorre attorno al punto O una porzione di circonferenza; pertanto la forza totale nella direzione del filo è $F_c = \frac{mv^2}{l}$.

In B si ha che $T_B - F_p = F_c = \frac{mv_B^2}{l}$; poiché $h_A=l$ si ha

$$T_B = F_p + \frac{mv_B^2}{l} = mg + \frac{2mgh_A}{h_A} = 3mg = 3 \times (0,89 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) = 26 \text{ N}.$$

Calcolo la tensione del filo quando il pesetto si trova nel punto C .

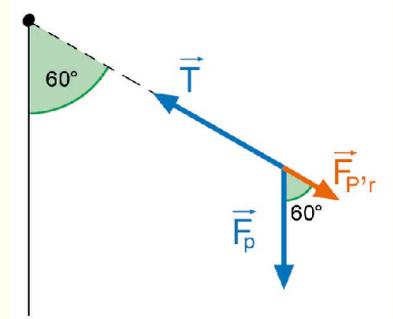
Dobbiamo trovare la componente della forza-peso nella direzione radiale, $\vec{F}_{p,r}$.

In C l'angolo tra la direzione del filo e quella della forza-peso è di 60° , quindi $F_{p,r} = F_p \cos 60^\circ = \frac{1}{2}F_p$.

Anche in questo caso, la somma vettoriale delle forze nella direzione radiale è la forza centripeta, cioè:

$$T_C - F_{p,r} = \frac{mv_C^2}{l} \text{ da cui:}$$

$$T_C = F_{p,r} + \frac{mv_C^2}{l} = \frac{1}{2}F_p + \frac{2mg(h_A - h_C)}{l} = \frac{mg}{2} + mg = \frac{3}{2}mg = \frac{3}{2} \times (0,89 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) = 13 \text{ N}.$$



PER NON SBAGLIARE

- La tensione del filo non compie lavoro perché perpendicolare allo spostamento; il sistema quindi è conservativo.
- La tensione del filo in B è maggiore della tensione del filo in A ; per questo un filo deteriorato ha maggiori probabilità di rompersi quando il peso che vi è agganciato è messo in oscillazione.

PROBLEMA MODELLO 8 LA FRECCIA E L'ARCIERE

Un ragazzo sta per lanciare col suo arco una freccia di massa 32 g. Per scoccare la freccia, l'arciere tende la corda dell'arco e la sposta indietro di 0,20 m, esercitando una forza media di 20 N. Puoi trascurare dispersioni di energia.

- ▶ Con quale velocità la freccia viene scoccata dall'arco in direzione orizzontale?
- ▶ Ora invece la freccia è lanciata verso l'alto: che altezza raggiunge?

■ DATI

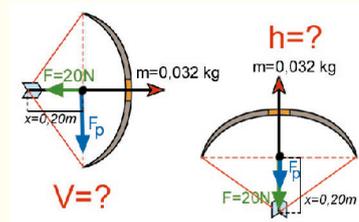
Massa: $m = 0,032$ kg
 Spostamento della corda: $x = 0,20$ m
 Forza media esercitata: $F = 20$ N

■ INCOGNITE

Velocità della freccia $v = ?$
 Altezza finale $h = ?$

L'IDEA

Se trascuriamo l'attrito, sulla freccia compiono lavoro soltanto la forza-peso e la forza elastica della molla, entrambe conservative. Quindi possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica per rispondere a entrambe le domande.



LA SOLUZIONE

Direzione orizzontale: applico la conservazione dell'energia meccanica fra la fase in cui l'arciere tende la corda (1) e la fase in cui la freccia viene scoccata (2).

La corda possiede un'energia potenziale elastica, un'energia potenziale dovuta alla forza-peso e un'energia cinetica; il teorema di conservazione dell'energia permette di affermare che

$$U_{e1} + U_{g1} + K_1 = U_{e2} + U_{g2} + K_2.$$

Il lavoro W compiuto dall'arciere sulla corda aumenta l'energia potenziale elastica della corda, quindi:

$$U_{e1} - U_{e2} = W = Fx.$$

Fisso come livello di zero dell'energia potenziale elastica l'energia della corda a riposo: $U_{e2} = 0$ J.

L'altezza della freccia non cambia durante il lancio; i due contributi dovuti alla forza-peso sono uguali: $U_{g1} = U_{g2}$. All'istante iniziale la freccia è ferma quindi $K_1 = 0$ J mentre $K_2 = \frac{1}{2}mv^2$.

Tutta l'energia potenziale elastica immagazzinata dalla corda è trasformata in energia cinetica della freccia. Quindi $U_{e1} = K_2$ cioè:

$$Fx = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2Fx}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \text{ N} \times 0,20 \text{ m}}{0,032 \text{ kg}}} = 16 \text{ m/s}.$$

Direzione verticale: applico la conservazione dell'energia meccanica fra la fase in cui l'arciere tende la corda (1) e la fase in cui la freccia viene scoccata (2).

Anche in questo caso la condizione di conservazione dell'energia si traduce nell'equazione

$$U_{e1} + U_{g1} + K_1 = U_{e2} + U_{g2} + K_2.$$

Anche in questo caso, il lavoro W compiuto sulla corda aumenta l'energia potenziale elastica della corda: $U_{e1} - U_{e2} = W = Fx$. Di nuovo, fissiamo il livello di zero dell'energia potenziale elastica quando la corda è a riposo: $U_{e2} = 0$ J.

Poniamo alla quota iniziale il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso $U_{g1} = 0$ J e dunque $U_{g2} = mgh$. All'istante iniziale e a quello finale la freccia è ferma; quindi $K_1 = K_2 = 0$ J.

Gli unici contributi non nulli sono quindi $U_{e1} = U_{g2}$ cioè $Fx = mgh$, da cui si ricava

$$h = \frac{Fx}{mg} = \frac{(20 \text{ N}) \times (0,20 \text{ m})}{(0,032 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)} = 13 \text{ m}.$$

PROBLEMA MODELLO 9 LA PALLA SULLA MOLLA

Una palla di ferro di massa 4,0 kg sospesa a un cavo è posta su una molla che si trova nella condizione di riposo. La costante elastica della molla vale 500 N/m. In seguito, il cavo viene tagliato.

- Quanto vale la compressione massima della molla, prima che il peso sia respinto verso l'alto? L'effetto dell'attrito è trascurabile.

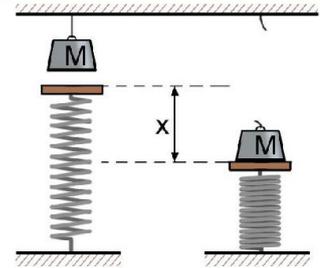
■ DATI

Massa: $m = 4,0 \text{ kg}$

Costante elastica: $k = 500 \text{ N/m}$

■ INCOGNITE

Compressione massima $x = ?$


L'IDEA

Sulla palla agiscono soltanto la forza-peso e la forza elastica della molla, entrambe conservative, quindi possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica.

LA SOLUZIONE

Applico la conservazione dell'energia meccanica e fisso i livelli di zero dell'energia potenziale elastica e di quella della forza-peso.

In ogni istante del suo moto la palla possiede energia potenziale elastica, della forza-peso e energia cinetica; se applichiamo il teorema di conservazione dell'energia meccanica all'istante in cui il cavo viene tagliato (1) e all'istante in cui la palla viene respinta dalla molla (2), otteniamo $U_{e1} + U_{g1} + K_1 = U_{e2} + U_{g2} + K_2$.

Scegliamo il livello di zero dell'energia potenziale elastica quando la molla è a riposo: $U_{e1} = 0 \text{ J}$. Ne deriva che $U_{e2} = \frac{1}{2} kx^2$.

Poniamo il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso nel punto finale di massima compressione della molla: $U_{g2} = 0 \text{ J}$. Ne deriva che $U_{g1} = mgx$.

Agli istanti iniziale e finale la palla è ferma, quindi $K_1 = 0 \text{ J}$ e $K_2 = 0 \text{ J}$.

Risolve l'equazione ottenuta nell'incognita x .

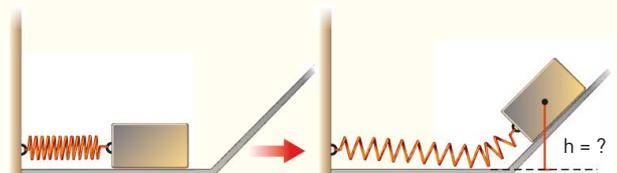
I termini non nulli nell'equazione di conservazione dell'energia sono quindi $U_{g1} = U_{e2}$, cioè $mgx = \frac{1}{2} kx^2$;

pertanto $x = \frac{2mg}{k} = \frac{2 \times (4,0 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)}{500 \text{ N/m}} = 0,16 \text{ m}$.

PER NON SBAGLIARE

Nell'istante di massima compressione della molla, tutta l'energia cinetica acquistata dal blocco di ferro durante la caduta è trasformata in energia potenziale elastica della molla.

- 85** Una molla è compressa di 7,0 cm da una forza di 250 N. Un peso di massa 3,0 kg è a contatto con un'estremità della molla posta su un piano orizzontale dopo che la molla è stata compressa di 15 cm. Sul piano orizzontale, di fronte alla molla, si trova un piano inclinato alto 1,5 m e lungo 3,0 m. Trascura gli attriti sul piano orizzontale e su quello inclinato.



► Di quanto sale il baricentro del blocco?
 [circa 1,4 m]

86 Un carrello di massa 2,0 kg viene trainato lungo un binario rettilineo da una forza costante di 50 N per 10 m.

 ► Che velocità acquista? Trascura l'effetto dell'attrito.
 ► A che altezza arriverebbe se venisse lanciato verso l'alto con quella velocità?
 [22 m/s; 25 m]

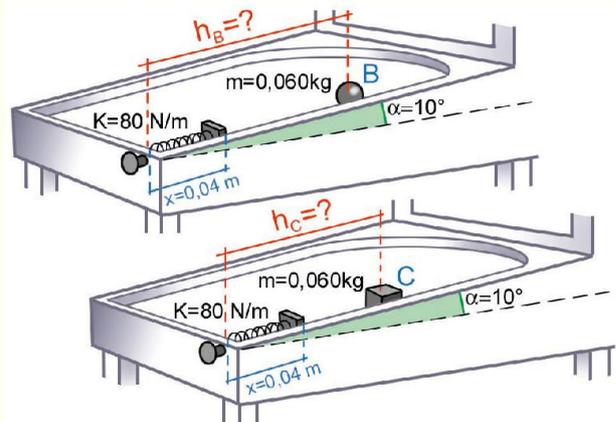
87 Una molla orizzontale di costante elastica $k = 9,8 \text{ N/m}$ è compressa di un tratto s . In corrispondenza dell'estremo libero della molla appoggiata sul piano orizzontale è posta in quiete una massa $m = 2,0 \times 10^{-2} \text{ kg}$. A un certo istante, la molla viene liberata e spinge la massa lungo il piano d'appoggio orizzontale privo di attrito. Dopo un tratto iniziale, la massa incontra un piano inclinato senza attrito di altezza $h = 1,0 \text{ cm}$ e pendenza θ .
 ► Calcola il valore di s affinché la massa raggiunga con velocità zero la cima della salita. Trascura l'attrito dell'aria.
 [s = 2,0 cm]

8 LE FORZE NON CONSERVATIVE E IL TEOREMA LAVORO-ENERGIA

PROBLEMA MODELLO 11 GIOCANDO A FLIPPER

In un flipper, inclinato di 10° , una biglia di massa 60 g è appoggiata su una molla compressa di 4,0 cm. La costante elastica della molla è 80 N/m. A un certo istante la molla è lasciata andare e la biglia parte. L'effetto dell'attrito tra la biglia e la superficie del flipper è trascurabile.

- Di quanto salirà, in verticale, la biglia?
- Si sostituisce la biglia con un cubetto, di uguale massa; il coefficiente di attrito dinamico tra cubetto e superficie del flipper è 0,10. Di quanto salirà, in verticale, il cubetto?



■ DATI

Massa della pallina: $m = 0,060 \text{ kg}$
 Compressione della molla: $x = 0,04 \text{ m}$
 Costante elastica della molla: 80 N/m
 Coefficiente di attrito dinamico tra flipper e cubetto: $\mu_d = 0,10$
 Inclinazione flipper: $\alpha = 10^\circ$

■ INCOGNITE

Altezza raggiunta da biglia: $h_B = ?$
 Altezza raggiunta da cubetto: $h_C = ?$

L'IDEA

Nel primo caso le forze presenti sono: la forza-peso e la forza elastica, che sono conservative; la forza di reazione vincolare della superficie del flipper, che è perpendicolare a essa e quindi allo spostamento, per cui non compie lavoro. Il sistema è dunque conservativo.

Alla partenza A, scelta come riferimento per l'energia potenziale della forza-peso, il sistema ha solo energia potenziale elastica. Poi, alla massima altezza (punto B), tutta l'energia è diventata energia potenziale della forza-peso. Nel secondo caso è presente anche una forza di attrito dinamico, che sottrae energia al sistema (che non è più conservativo) poiché compie lavoro negativo; il punto C di massima altezza sarà quindi a una quota inferiore.

LA SOLUZIONE

1° caso: sistema conservativo.

Il teorema di conservazione dell'energia meccanica afferma:

$$U_{eA} + U_{gA} + K_A = U_{eB} + U_{gB} + K_B.$$

Scegliamo il livello di zero dell'energia potenziale elastica quando la molla è tornata a riposo e la pallina ha raggiunto il punto B: $U_{eB} = 0$ J. All'istante iniziale l'energia immagazzinata dalla molla compressa è pari a

$$U_{eA} = \frac{1}{2} kx^2.$$

Poniamo alla quota iniziale A il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso: $U_{gA} = 0$ J e quindi $U_{gB} = mgh$. Agli istanti iniziale e finale la biglia è ferma, pertanto $K_A = 0$ J e $K_B = 0$ J.

Tutta l'energia potenziale elastica iniziale della molla è trasformata in energia potenziale della forza-peso della biglia: $U_{eA} = U_{gB}$ quindi $\frac{1}{2} kx^2 = mgh_B$, da cui posso ricavare

$$h_B = \frac{kx^2}{2mg} = \frac{(80 \text{ N/m}) \times (4,0 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{2 \times (6,0 \times 10^{-2} \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)} = 0,11 \text{ m}.$$

2° caso: sistema non conservativo.

Per poter applicare il teorema di conservazione dell'energia meccanica devo valutare il lavoro compiuto dalle forze non conservative.

Il cubetto si sposta lungo la superficie di un tratto di lunghezza $d = \frac{h_C}{\sin 10^\circ}$ prima di tornare giù. La forza di attrito che agisce sul cubetto lungo questo tratto è $f_d = \mu_d mg \cos 10^\circ$ e compie un lavoro pari a

$$W_{nc} = -f_d d = -\frac{h_C \mu_d mg \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ}.$$

Impostiamo il bilancio energetico per le posizioni A e C: $\mathcal{E}_C = \mathcal{E}_A + W_{nc}$ che per quanto visto sopra equivale a

$U_{eA} = U_{gB} + W_{nc}$ e otteniamo $mgh_C = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{h_C \mu_d mg \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ}$ da cui ricaviamo

$$\begin{aligned} h_C &= \frac{kx^2}{2 \times \left(mg + \mu_d mg \frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} \right)} = \frac{kx^2}{2mg \times \left(1 + \mu_d \frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} \right)} = \\ &= \frac{(80 \text{ N/m}) \times (0,04 \text{ m})^2}{2 \times (0,060 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times \left(1 + 0,1 \times \frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} \right)} = 0,069 \text{ m}. \end{aligned}$$

Come era lecito aspettarsi, il cubetto arriva a un'altezza minore a causa della forza di attrito.

PER NON SBAGLIARE

- Ricordati di scegliere nel modo più conveniente i livelli di zero per l'energia potenziale elastica e per quella della forza-peso.

PROBLEMA MODELLO 12 SCIVOLARE FINO A TERRA

Anna ha una massa di 30 kg. Dopo essere salita in cima a uno scivolo alto 4,0 m, si lascia scivolare fino al suolo dove raggiunge una velocità di 2,5 m/s.

► Quanto vale il lavoro compiuto dalle forze di attrito durante la discesa di Anna?

■ DATI

Massa: $m = 30 \text{ kg}$
 Altezza: $h = 4,0 \text{ m}$
 Velocità finale: $v_f = 2,5 \text{ m/s}$

■ INCOGNITE

Lavoro delle forze di attrito $W_{nc} = ?$

L'IDEA

L'attrito è una forza non conservativa: il lavoro compiuto dall'attrito fra lo scivolo e Anna e fra Anna e l'aria durante la discesa eguaglia la variazione della sua energia meccanica totale.

Poiché su Anna agisce la forza-peso, l'unica energia potenziale presente è quella della forza-peso U_g .

LA SOLUZIONE

Calcolo i valori dell'energia potenziale della forza-peso e dell'energia cinetica.

Poniamo alla base dello scivolo il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso: $U_{gf} = 0 \text{ J}$ e $U_{gi} = mgh$. Anna è inizialmente ferma in cima allo scivolo, cioè $v_i = 0 \text{ m/s}$; pertanto $K_i = 0 \text{ J}$ e $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$.

Applico il teorema lavoro-energia e ricavo il lavoro W_{nc} delle forze di attrito.

La variazione di energia meccanica equivale al lavoro compiuto dalle forze non conservative: $W_{nc} = \mathcal{E}_f - \mathcal{E}_i$, cioè

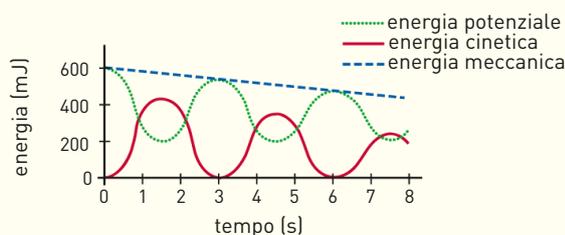
$$W_{nc} = K_f + U_f - (K_i + U_i) = K_f + U_{gf} - (K_i + U_{gi}),$$

$$\text{da cui: } W_{nc} = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh = \frac{1}{2}(30 \text{ kg}) \times (2,5 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (4,0 \text{ m}) = -1,1 \times 10^3 \text{ J}.$$

PER NON SBAGLIARE

■ Il lavoro della forza di attrito è negativo, poiché tale forza ha una componente non nulla nella direzione dello spostamento ma con verso opposto, e fa diminuire la velocità finale di Anna.

97  The graph shows the gravitational potential energy and kinetic energy of a 60 g yo-yo as it moves up and down on its string.



- What is the speed of the yo-yo after 7,5 s?
- What is the maximum height of the yo-yo?

► By what amount does the mechanical energy of the yo-yo decrease after 3,0 s?

98  Una massa $m = 1,0 \text{ kg}$ viene lasciata cadere da una quota h all'interno di una campana di vetro. In un primo esperimento viene fatto il vuoto internamente alla campana e la massa arriva al suolo in $t = 2,0 \text{ s}$. Successivamente l'esperimento viene ripetuto riempiendo la campana di un gas ad alta densità. Si misura che l'energia cinetica della massa quando arriva al suolo, nel secondo esperimento, è $K_2 = 182,1 \text{ J}$.

► Calcola l'energia dissipata, in varie forme, nel secondo esperimento.

[−10 J]

- 99** Alice ha una massa di 50 kg e si siede su un'altalena, posta a un'altezza di 0,50 m dal suolo. Marco tira verso di sé l'altalena sulla quale si trova Alice e la lascia andare quando si trova a un'altezza di 1,0 m da terra.
- ▶ Quanto vale la velocità di Alice quando passa per la posizione di altezza minima nel suo moto? Trascura gli attriti.
 - ▶ Alice transita per la posizione più bassa con una velocità di 2,0 m/s. Quanto vale il lavoro compiuto dalle forze di attrito?

[3,1 m/s; $s_f - 0,15$]

- 100** Un blocco di legno di massa 1,5 kg scivola lungo un piano inclinato alto 2,0 m con pendenza 45° e coefficiente di attrito pari a 0,10.

- ▶ Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza-peso?
- ▶ Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza di attrito?
- ▶ Quanta energia meccanica viene dissipata durante la discesa?
- ▶ Con quale velocità il blocco di legno arriva alla base del piano inclinato?

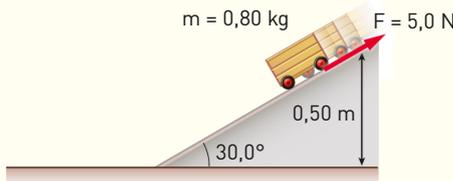
[29 J; -2,9 J; 26 J; 5,9 m/s]

- 101** Su uno stagno ghiacciato, Matteo dà una spinta a una slitta di massa 12,0 kg e le imprime una velocità iniziale di 2,1 m/s. Il coefficiente di attrito fra la slitta e la superficie dello stagno è 0,10.
- ▶ Che distanza percorre la slitta?

[2,3 m]

PROBLEMI GENERALI

- 6** Un carrellino giocattolo di massa 0,80 kg percorre un piano inclinato di 30° come mostra la figura. La sua velocità iniziale in cima alla pendenza vale 1,1 m/s. La superficie inclinata sulla quale scende esercita una forza di attrito di 5,0 N sul carrellino.



- ▶ Quanto vale la sua energia meccanica iniziale?
- ▶ Il carrellino raggiunge la base della discesa?

[4,4]

- 7** **SPORT** Un nuotatore di massa 60 Kg si tuffa da fermo dalla piattaforma di un trampolino posto a un'altezza di 10,0 m. L'attrito con l'acqua fa in modo che il nuotatore si fermi dopo aver percorso 5,0 m sotto la superficie dell'acqua.

- ▶ Calcola la forza di attrito esercitata dall'acqua sul nuotatore.

$[-1,8 \times 10^3 \text{ N}]$

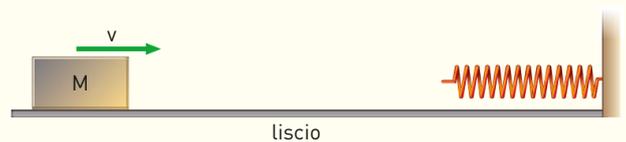
- 8** **SPORT** Un giocatore di baseball di massa 80 kg si avvicina in scivolata alla terza base. La sua velocità è di 4,0 m/s, e il coefficiente di attrito fra il suolo e i suoi vestiti vale 0,70. Quando raggiunge la base, la sua velocità è zero.

- ▶ Quanti metri percorre in scivolata?
- ▶ Quanto vale il lavoro compiuto dalle forze di attrito?

[1,2 m; $6,4 \times 10^2 \text{ N}$]

- 9** **IN LABORATORIO** Un blocco di massa $M = 1,0$ kg si muove con velocità $v = 1,5$ m/s su un piano liscio e orizzontale, in cui l'effetto dell'attrito si può trascurare. Colpisce una molla con costante elastica $k = 80$ N/m.

- ▶ Calcola la massima compressione della molla.



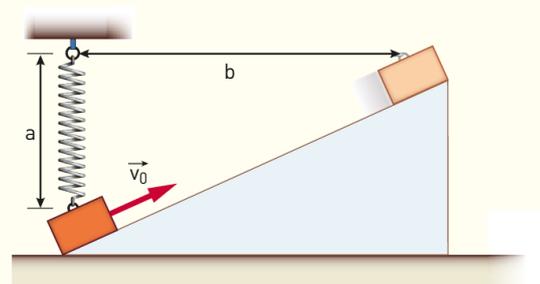
[0,17 m]

- 10** Un peso di ferro di massa 4,0 kg cade su una molla verticale da un'altezza $H = 10$ cm. La costante elastica della molla è di 300 N/m. Trascura gli attriti.

- ▶ Calcola la massima compressione della molla.

[0,16 m]

- 11** **OLIMPIADI DELLA FISICA** Un oggetto di massa $m = 1,0$ kg viene lanciato verso l'alto su un piano inclinato, senza attrito, con velocità iniziale $v_0 = 10$ m/s. Il piano è lungo $b = 1,5$ m. Nel suo moto l'oggetto è fissato a un estremo di una molla, di massa trascurabile e costante elastica k , che è inizialmente alla lunghezza di riposo $a = 50$ cm. Il corpo si ferma esattamente al bordo superiore del piano inclinato, all'altezza del punto di sospensione della molla come mostrato in figura.



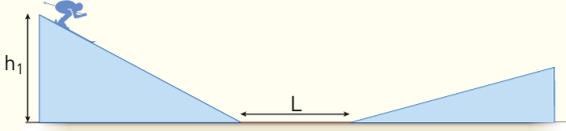
- ▶ Quanto vale la costante elastica?

(Testo modificato inserendo dati numerici, Gara di livello 2 Febbraio 2008)

[90 N/m]

- 12** Uno sciatore di massa 70 kg si lancia da una collinetta di altezza $h_1 = 10$ m. Nel tratto orizzontale, di lunghez-

za $L = 10$ m, agisce una forza d'attrito costante di modulo 30 N. Nell'ultimo tratto della sua corsa risale su una seconda collinetta.



Trascura le forze di attrito in salita e in discesa, e la massa degli sci.

- ▶ Calcola il lavoro delle forze di attrito nel tratto di lunghezza L .
- ▶ A che altezza arriva lo sciatore sulla seconda collinetta?

[$3,0 \times 10^2$]; 9,6 m]

13 Un veicolo di massa 1500 kg viaggia su una strada rettilinea alla velocità costante $v_0 = 180,0$ km/h. A un certo momento, una forza costante parallela alla strada rallenta il veicolo fino a farlo fermare. Il tempo d'arresto è $t = 50,0$ s. Trascura tutti gli attriti.

Calcola:

- ▶ il modulo della forza costante;
- ▶ il lavoro compiuto dalla forza.

[$1,50 \times 10^4$ N; $-1,88 \times 10^6$ J]

14 Un'automobile di massa 1200 kg viaggia su una strada in salita con angolo di inclinazione di 30° . Il motore trasmette alle ruote motrici una potenza $P = 40$ kW. Schematizziamo tutti gli attriti con la formula $R = -\beta v$ dove $\beta = 40$ kg/s.

- ▶ Determina la velocità massima costante con cui viene affrontata la salita.

[6,5 m/s]

15 Una massa $m = 3,0$ kg si muove su un piano orizzontale con velocità costante v_0 . Alla massa viene applicata una forza $F = 2\sqrt{3}$ N costante che forma un angolo $\theta = 30^\circ$ con la direzione di moto. La forza è attiva per il tempo $\Delta t = 3,0$ s. Dopo tale intervallo di tempo la velocità del corpo è $v_f = 20,0$ m/s.

- ▶ Calcola la distanza percorsa.
- ▶ Calcola il lavoro compiuto in due modi: usando la definizione $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ e usando il teorema dell'energia cinetica.

[56 m; $1,7 \times 10^2$ J]

16 **IN LABORATORIO** Un disco di massa m è lanciato lungo un piano orizzontale con velocità iniziale $v_0 = 10$ m/s; μ_d è il coefficiente d'attrito dinamico del piano orizzontale. Il disco prima di fermarsi percorre 10 m.

- ▶ Quanto vale μ_d ?
- ▶ Calcola dopo quanto tempo dal lancio la sua velocità diventa 1/8 di quella iniziale.

[$\mu_d = 0,51$; 1,8 s]

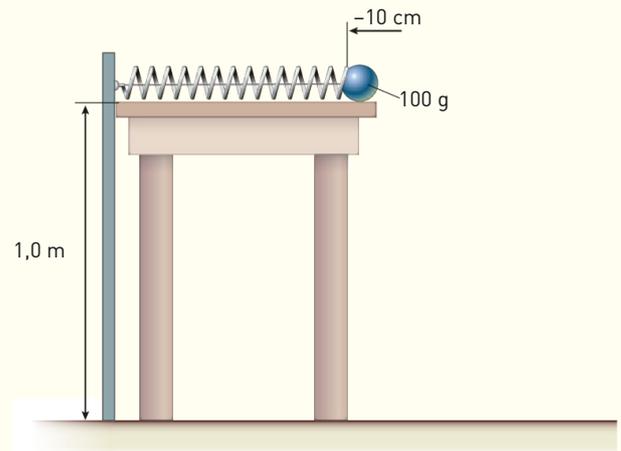
17 **IN LABORATORIO** Dalla base di un piano inclinato con angolo di 30° è lanciato un oggetto alla velocità $v_0 = 5,0$ m/s. Il coefficiente d'attrito dinamico è $\mu_d = 0,4$.

- ▶ Calcola la quota massima y_{max} raggiunta dall'oggetto (trascura l'attrito con l'aria).

[075 m]

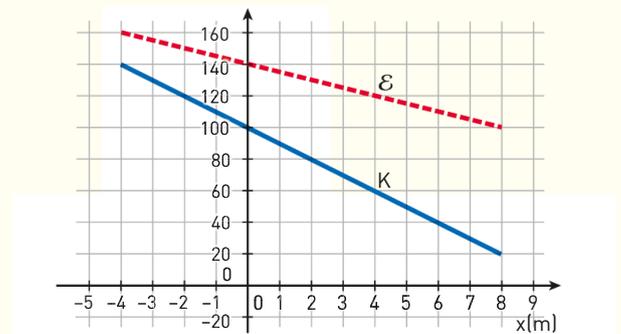
18 **IN LABORATORIO** Una molla di massa trascurabile e costante elastica 3,0 N/m è disposta su un tavolo di altezza 1,0 m come mostrato nella figura. La molla è compressa di 10 cm tramite un filo di massa trascurabile. In corrispondenza dell'estremo libero della molla al bordo del tavolo è appoggiata una biglia di 100 g e il tavolo è privo di attrito. La molla, tagliato il filo, spinge la biglia.

- ▶ A che distanza dal tavolo cadrà la biglia? Trascura l'attrito con l'aria.



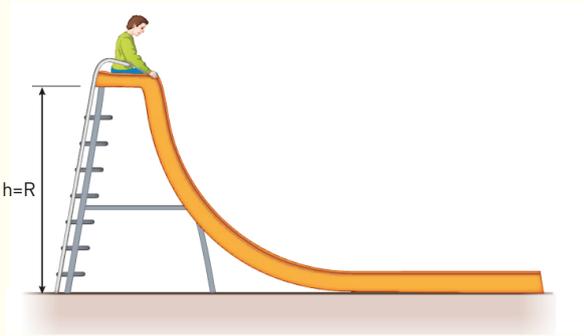
[25 cm]

19 La figura mostra il grafico dell'energia meccanica \mathcal{E} e dell'energia cinetica K di un oggetto che si muove lungo una linea orizzontale in funzione della sua posizione x .



- ▶ Disegna il grafico del lavoro delle forze non conservative che agiscono sull'oggetto.
- ▶ L'oggetto è sottoposto a una o più forze conservative?

20 Uno scivolo di un parco giochi è formato un arco di cerchio di raggio R e altezza $h = R$. La forza media di attrito durante il moto lungo lo scivolo è costante e vale in modulo $F = 49$ N. Un bambino di massa m parte da fermo dalla sommità dello scivolo.



- Quale deve essere il minimo valore di m affinché il bambino arrivi in fondo allo scivolo con velocità non nulla?

[7,9 kg]

21 NATURA Un orangutan è appeso a una liana lunga 14 m e inclinata di un angolo di 45° dalla verticale.

- Si lascia andare da fermo. Quanto vale la sua velocità nel punto più basso della sua traiettoria? Trascura gli attriti.

[9 m/s]

22

Immagina di lasciare cadere un uovo dall'alto e di farlo atterrare su un tappeto imbottito di gommapiuma. L'uovo ha una massa di 55 g, cade da fermo da un'altezza di 4,0 m e il tappeto, spesso 5,0 cm, lo ferma in 4,5 ms.

- Quanto vale la compressione subita dal tappeto? Trascura gli attriti con l'aria durante la caduta e considera trascurabile l'energia potenziale della forza-peso che l'uovo acquista mentre comprime il tappeto.

[$2,0 \times 10^2$ m]

23

In uno spettacolo circense, una scimmietta è spinta su un carrello verso la sommità di un dislivello. La sua velocità iniziale è di 3,0 m/s, il piano è inclinato di 20° rispetto al piano orizzontale, la massa della scimmietta e del carrello ammonta in totale a 15 kg e il coefficiente di attrito fra il carrello e il piano inclinato è di 0,20.

- Quale altezza verticale raggiunge?

[0,30 m]

TEST

6 La legge di conservazione dell'energia meccanica totale afferma che, in presenza di sole forze conservative:

- A** l'energia cinetica e l'energia potenziale sono sempre costanti.
B la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale è sempre costante.
C l'energia cinetica e l'energia potenziale sono inversamente proporzionali.
D il prodotto dell'energia cinetica e dell'energia potenziale è sempre costante.

7 Una pallina di gomma viene lasciata cadere, da ferma, da una altezza di 1 m, e rimbalza sul pavimento. Si osserva che l'energia cinetica della pallina, tra l'istante subito prima e l'istante subito dopo ogni rimbalzo, diminuisce del 20%. Dopo il terzo rimbalzo, trascurando l'attrito con l'aria, a quale altezza massima ci aspettiamo che possa arrivare la pallina?

- A** circa 51 cm
B circa 33 cm
C meno di 10 cm
D circa 40 cm
E circa 20 cm

Prova Unica di Ammissione ai Corsi di Laurea Magistrale in Medicina e Chirurgia e in Odontoiatria e Protesi Dentaria Anno 2011/2012

8 Uno spot pubblicitario sostiene che una data auto di

1000 kg può accelerare da ferma fino a raggiungere una velocità di 20 m/s in un tempo di 5 s. Qual è la potenza media che il motore deve sviluppare per provocare tale accelerazione trascurando le perdite dovute all'attrito?

- A** 40 J
B 4000 W
C 4000 J
D 10 kW
E 40 kW

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

9 Un corpo pesante di massa m si muove (senza attriti) nel campo di forze conservativo della gravità ($g = \text{costante}$) con energia cinetica K , energia potenziale U ed energia totale E . Indicare l'equazione ERRATA:

- A** $U = mgh$
B $K = 1/2 mv^2$
C $K = E - U$
D $E = K - U$
E $mg = m \cdot \Delta v / \Delta t$

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

10 A resultant force of 20 N has accelerated a body of mass 4.0 kg at rest, until the present moment, at which time its kinetic energy is 1880 J.

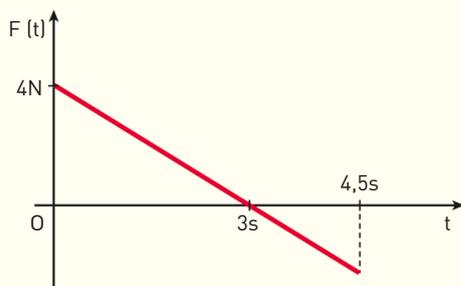
If this force continue to act unchanged, how much ex-

tra kinetic energy will the body gain during the next two seconds?

- A 200 J
- B 650 J
- C 1000 J
- D 1300 J
- E 1400 J

BioMedical Admission Test BMAT – 2013

- 11** A block of mass 2 kg is free to move along the x -axis. It is at rest and from $t = 0$ onwards it is subjected to a time-dependent force $F(t)$ in the x -direction. The force $F(t)$ varies with t as shown in the figure.



The kinetic energy of the block after 4.5 seconds is:

- A 4.50 J
- B 7.50 J
- C 5.06 J
- D 14.06 J

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE) – 2010

- 12** Uno scatolone di massa m si muove di moto rettilineo uniforme per un tratto orizzontale di valore s . Il lavoro W della forza-peso sullo scatolone è uguale a:

- A 0 J, perché la forza-peso è equilibrata dalla reazione del piano sui cui si muove lo scatolone.
- B 0 J, perché il vettore forza-peso è perpendicolare al vettore spostamento.
- C mgs perché l'unica forza che agisce sullo scatolone è la forza-peso.
- D $-mgs$ perché la forza-peso e lo spostamento non sono paralleli.

- 13** Il lavoro compiuto dalla forza di gravità nel corso di uno spostamento da un punto A a un punto B dipende sempre:

- A dalla posizione di A .
- B dalla velocità dello spostamento.
- C dalla lunghezza del percorso.
- D dalla forma geometrica del percorso.

- 14** Quale di queste frasi si riferisce a una forza conservativa applicata a una biglia?

- A Il lavoro compiuto dalla forza dipende solo dall'accelerazione con cui la biglia si muove.
- B Il lavoro compiuto dalla forza dipende solo dalle posizioni del punto di partenza e del punto di arrivo.
- C Il lavoro compiuto dalla forza dipende solo dalla rapidità con cui la biglia passa dal punto di partenza al punto di arrivo.
- D Il lavoro compiuto dalla forza dipende soltanto dal tipo di percorso seguito dalla biglia.

- 15** L'energia potenziale può essere introdotta:

- A per tutte le forze.
- B solo per la forza-peso.
- C per tutte le forze conservative.
- D per tutte le forze dissipative.

- 16** Al supermercato un ragazzo spinge il carrello della spesa. Quale forza compie un lavoro positivo sul carrello?

- A La forza-peso del ragazzo.
- B La forza-peso del carrello.
- C La forza applicata dal ragazzo.
- D La forza di attrito fra il pavimento e il carrello.

- 17** Il lavoro è negativo quando:

- A il valore della forza è negativo.
- B il valore dello spostamento è negativo.
- C il corpo si muove in verso contrario alla forza applicata.
- D la forza mette in movimento il corpo su cui essa è applicata.

- 18** L'energia potenziale elastica di una molla dipende (più di una risposta è giusta):

- A dall'entità della deformazione.
- B dalla velocità con cui si realizza la deformazione.
- C dalla costante elastica della molla.
- D dal tipo di deformazione (compressione o allungamento).

- 19** Il lavoro di una forza che agisce su un corpo per una certa lunghezza si calcola come:

- A prodotto vettoriale della forza per lo spostamento.
- B prodotto vettoriale dello spostamento per la componente della forza perpendicolare allo spostamento.
- C prodotto scalare dello spostamento per la componente della forza parallela allo spostamento.
- D prodotto scalare dello spostamento per la compo-

nente della forza perpendicolare allo spostamento.

- E Nessuna delle precedenti.

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 20** Una forza costante di 7,00 N viene applicata lungo una linea retta ad un corpo, per spostarlo di 13 m, parallelamente alla direzione della forza, in 5 secondi. Qual è la potenza sviluppata dalla forza per spostare il corpo?

- A 18,2 W
 B 1,82 W
 C 9,10 W
 D 91,0 W
 E 455 W

Prova Unica di Ammissione ai Corsi di Laurea Magistrale in Medicina e Chirurgia e in Odontoiatria e Protesi Dentaria Anno Accademico 2014/2015

- 21** Due persone di identica massa superano un dislivello di 3 m; il primo A, salendo su di una pertica verticale, l'altro, B, impiegando una scala inclinata. Chi ha compiuto il lavoro maggiore contro le forze del campo gravitazionale?

- A A
 B B
 C Il lavoro compiuto è uguale
 D occorre conoscere il tempo di salita
 E occorre conoscere l'inclinazione della scala

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

- 22** L'energia potenziale di un oggetto in caduta libera è massima:

- A quando l'oggetto ha percorso 1/3 del suo percorso
 B quando l'oggetto tocca terra
 C quando l'oggetto è alla massima distanza da terra
 D quando l'oggetto ha compiuto la metà del suo percorso
 E nessuna delle precedenti

Test ammissione Scienze motorie 2012/2013

- 23** L'energia cinetica di un corpo di 2 kg che si trova fermo a 10 metri da terra è:

- A 0 J
 B 2 J
 C 10 J
 D 1962 J
 E 19,62 J

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 24** Una bambina di 30 kg, partendo da ferma, scivola senza

attrito dalla cima di uno scivolo alto due metri. Qual è la sua energia cinetica in fondo allo scivolo?

- A 2 J
 B 15 J
 C 30 J
 D 60 J
 E 588 J

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 25** Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- A La potenza si calcola come lavoro su tempo, e si misura in joule
 B La potenza si calcola come lavoro per tempo, e si misura in watt
 C La potenza si calcola come lavoro su tempo, e si misura in watt
 D La potenza si calcola come forza per tempo, e si misura in joule
 E La potenza si calcola come forza su tempo, e si misura in joule

Test ammissione Scienze motorie 2013/2014

- 26** A man lifts a 20 kg mass through a distance of 0.5 m in 2 s. The acceleration of free fall is 10 m/s^2 . What average power does he develop?

- A 5 W
 B 20 W
 C 50 W
 D 200 W

BioMedical Admission Test (BMAT), UK, 2005/2006

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
1. La quantità di moto	<p>FORMULE IN DUE MINUTI</p> <p>La quantità di moto Slide animate.</p>	2
3. La conservazione della quantità di moto	<p>ANIMAZIONE</p> <p>Conservazione della quantità di moto Due dischi a ghiaccio secco uniti da una molla si allontanano: la quantità di moto si conserva?</p>	1
7. Il momento angolare	<p>FORMULE IN DUE MINUTI</p> <p>Il momento angolare Slide animate.</p>	2
9. Il momento d'inerzia	<p>IN LABORATORIO</p> <p>Momento d'inerzia e accelerazione angolare Con due pesi posizionati su un'asta si dimostra la relazione tra l'accelerazione angolare e il momento d'inerzia.</p>	2
	<p>IN TRE MINUTI LA QUANTITÀ DI MOTO</p> <p>IN TRE MINUTI IL MOMENTO ANGOLARE</p>	
	<p>MAPPA INTERATTIVA</p> <p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>	

VERSO IL CLIL

FORMULAE IN ENGLISH

AUDIO

Momentum	$\vec{p} = m\vec{v}$	The quantity of motion of an object is a vector quantity called momentum: it equals the product of the mass and the velocity vector of the object and points in the direction of motion.
Final velocity in an inelastic collision	$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$	The final velocity in a completely inelastic collision in which one of the bodies was initially at rest equals the product of the mass and velocity of the body in motion, divided by the sum of the masses of the two bodies.
Impulse	$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$	The impulse vector equals the product of the force vector and the interval of time in which the force is applied.
Momentum variation	$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$	The change in the quantity of motion equals the product of the force vector and the interval of time in which the force is applied.
Impulse-momentum theorem	$\Delta\vec{p} = \vec{I}$	The impulse of a force acting on a body over a particular period of time equals the change in momentum in the elapsed time.

 QUESTIONS AND ANSWERS AUDIO

- ▶ Discuss the principle of conservation of linear momentum.

The principle of conservation of linear momentum states that the total linear momentum of a closed and isolated system remains constant, i.e. that linear momentum is conserved.

- ▶ Categorise collisions in terms of elasticity.

Elastic collisions are those in which momentum and kinetic energy are conserved. Inelastic collisions are those in which momentum is conserved but kinetic energy is not. Perfectly inelastic or plastic collisions are those in which the colliding bodies stick together.

- ▶ What is the impulse of a force? Relate it to a physical situation.

The impulse of a force on a body is the product of the average force and the time interval in which the force acts on the body: it is a vector quantity with the SI unit of newton second. If we were asked to roll a cannon ball and a bowl from rest and give both objects the same final velocity we would have to push the cannon ball either harder or longer. What counts is the product $F\Delta t$ which is a natural measure of how hard and how long we push to change a motion.

- ▶ Derive the equation for impulse from the relevant law of motion.

Newton's second law states that the acceleration a of an object is parallel and directly proportional to the net force F acting upon the object and inversely proportional to the mass m of the object: $F = ma$. Using the definition of acceleration ($a = \text{change in velocity} / \text{time}$), $F = m \cdot \Delta v / t$. Upon rearrangement we have $Ft = m \cdot \Delta v$, the equation for impulse where F is the average force over the time interval.

- ▶ In which area of physics is impulse of use to us?

The principal use for the concept of impulse is in the study of collisions to obtain the average impact force. In a collision, the mass and change in velocity can be measured, but the force involved in the collision is not as easy to measure. By measuring the duration of a collision the average force of impact can be calculated.

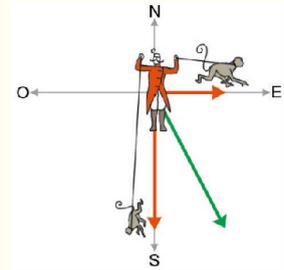
PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 LA QUANTITÀ DI MOTO

PROBLEMA MODELLO 1 UNA CORSA AL CIRCO

In uno spettacolo da circo un addestratore di 60 kg gioca con due scimmie che si muovono in direzioni diverse. La più grande pesa 12 kg e corre verso est alla velocità di 2,0 m/s, l'altra pesa la metà e corre verso sud a velocità doppia.

- Quale saranno la direzione, il modulo e il verso della velocità dell'addestratore se il suo vettore quantità di moto è pari alla somma di quelli delle due scimmie?



■ DATI

Masse delle scimmie
 Massa dell'addestratore $M = 60$ kg
 Velocità delle scimmie $v_1 = 2,0$ m/s verso est;
 $v_2 = 4,0$ m/s verso sud

■ INCOGNITE

Vettore v_{add} velocità dell'addestratore = ?

L'IDEA

I vettori quantità di moto delle due scimmie sono uguali in modulo, ma hanno direzioni perpendicolari. La loro somma vettoriale è dunque un vettore inclinato di 45° rispetto alla direzione delle velocità delle scimmie.

LA SOLUZIONE

Calcolo il modulo della quantità di moto totale delle due scimmie p_s .

Calcolo il valore della quantità di moto della prima scimmia: $p_1 = m_1 v_1 = 12 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s} = 24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ e della seconda scimmia: $p_2 = m_2 v_2 = 12 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s} = 24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

La quantità di moto totale del sistema è la somma vettoriale delle due quantità di moto e ha modulo:

$$p_s = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(24 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2 + (24 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2} = 34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Impongo l'equazione delle quantità di moto scimmie-addestratore, cioè $\vec{p}_{add} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$.

In particolare, imponendo l'uguaglianza $\vec{p}_{add} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ ai moduli dei vettori, otteniamo

$$p_{add} = m_{add} v_{add} = p_s = 34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Risolve l'equazione nell'incognita v_{add} .

Dall'espressione trovata posso ricavare v_{add} :

$$v_{add} = \frac{p_s}{m_{add}} = \frac{34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{62 \text{ kg}} = 0,55 \text{ m/s}.$$

PER NON SBAGLIARE

- Quando si parla della somma di due vettori, si intende sempre la somma vettoriale. La somma vettoriale è uguale alla somma dei moduli dei vettori solo nel caso di vettori paralleli: sommando i moduli delle quantità di moto delle scimmie avresti ottenuto una quantità di moto totale di $48 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$!

12 ★★★ Un Boeing 707 ($M = 68 \text{ t}$) in un volo transcontinentale viaggia alla velocità di 810 km/h .

- ▶ Con quale velocità deve viaggiare una pallina da tennis ($m = 125 \text{ g}$) per avere la stessa quantità di moto del Boeing?
- ▶ Quanto è grande questo valore rispetto alla velocità della luce $c = 3,0 \times 10^8 \text{ km/s}$?

[$4,4 \times 10^8 \text{ km/h}$; 0,40 volte]

13 ★★★ Due sfere di diverso materiale e volume vengono lasciate cadere dalla stessa quota. L'attrito dell'aria è schematizzato per entrambe le sfere dalla formula $F = -bv$. Le masse delle due sfere sono m_1 e m_2 . Quando esse raggiungono la velocità di regime (costante), le rispettive quantità di moto valgono $p_1 = 160 \text{ kg} \times \text{m/s}$, $p_2 = 10 \text{ kg} \times \text{m/s}$.

- ▶ Determina il rapporto m_1/m_2 .

[4,0]

2 L'IMPULSO DI UNA FORZA E LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

25 ★★★ Un'automobile di massa 800 kg percorre un tratto di strada urbana rettilinea ed è soggetta alle forze acceleranti o frenanti riportate nella tabella (le forze positive sono nel verso della velocità iniziale).

INTENSITÀ DELLA FORZA (N)	TEMPO DI APPLICAZIONE (s)
800	5,0
-1200	2,0
200	6,0
400	3,0

Riporta in un grafico i valori della forza in funzione del tempo.

- ▶ Quanto vale l'impulso totale della forza applicata all'automobile?
- ▶ Di quanto è cambiata complessivamente la sua velocità?

[$4,0 \times 10 \text{ N} \cdot \text{s}$; $5,0 \text{ m/s}$]

26 ★★★ Un carpentiere utilizza un martello di massa $0,70 \text{ kg}$ per conficcare dei chiodi nel legno. Riesce ad imprimere al martello una velocità di $6,0 \text{ m/s}$ facendo penetrare il chiodo nel legno per $0,50 \text{ cm}$.

- ▶ Qual è l'impulso della forza che agisce sul chiodo?
- ▶ Qual è il valore medio della forza esercitata dal martello?
- ▶ Calcola il rapporto fra la forza media trovata e la forza-peso del martello.

[$4,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$; $2,5 \times 10^3 \text{ N}$; $3,7 \times 10^2$]

27 ★★★ Una bambina inciampa su una scatola di massa $m = 820 \text{ g}$ che si trova sul pavimento. La scatola inizia a muoversi e si ferma dopo $1,5 \text{ s}$ a causa dell'attrito (coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0,10$). Puoi schematizzare la spinta come una forza costante che la bambina imprime alla scatola per un intervallo di tempo $\Delta t = 1,0 \times 10^3 \text{ s}$.

- ▶ Quando vale la forza applicata?

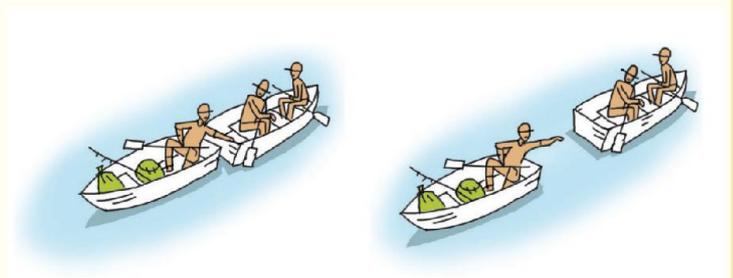
[$1,2 \times 10^3 \text{ N}$]

3 LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

PROBLEMA MODELLO 3 UNA GITA IN BARCA

In un lago si incontrano due barche con persone a bordo, che accostano per chiacchierare. La prima barca (con una persona e gli attrezzi) ha una massa di 160 kg . La seconda barca trasporta due persone e la sua massa complessiva è di 320 kg . Per dividere le barche, la persona che sta in quella più piccola spinge l'altra barca fino a che la sua si muove con una velocità di $0,48 \text{ m/s}$.

- ▶ Qual è la velocità acquistata, in questo modo, dalla barca più grande?



■ DATI

$m_1 = 160 \text{ kg}$
 $v_1 = 0,48 \text{ m/s}$
 $m_2 = 320 \text{ kg}$

■ INCOGNITE

$v_2 = ?$

L'IDEA

Mentre le persone chiacchierano, entrambe le barche sono ferme, per cui il sistema formato da esse ha una quantità di moto totale nulla. Dopo la spinta la quantità di moto totale non può cambiare perché non ci sono forze esterne.

Per il terzo principio della dinamica, la forza che la seconda barca esercita sulla prima è uguale e opposta a quella che la prima esercita sulla seconda. Visto che queste forze hanno versi opposti, generano accelerazioni opposte e si conferma che anche le velocità delle due barche devono avere versi opposti.

LA SOLUZIONE

Calcolo la quantità di moto della barca leggera.

La barca leggera ha una quantità di moto pari a

$$p_1 = m_1 v_1 = (160 \text{ kg}) \times 0,48 \text{ m/s} = 77 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Impongo l'uguaglianza dei moduli delle quantità di moto.

I moduli delle quantità di moto sono uguali, pertanto $p_1 = p_2 = m_2 v_2$.

Risolve l'equazione nell'incognita modulo della velocità finale della barca pesante v_2 .

Dall'equazione precedente ricavo

$$v_2 = \frac{p_1}{m_2} = \frac{77 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{320 \text{ kg}} = 0,24 \text{ m/s}.$$

37 ******* Una persona si trova sopra un carrello in movimento con velocità 0,80 m/s che trasporta mattoni da 550 g; la massa dell'intero sistema è 225 kg. La persona vuole arrestare il carrello e per farlo getta dei mattoni nella stessa direzione del moto, alla velocità di 20 km/h.

► Quanti mattoni deve lanciare?

[59]

38 ******* Una piccola pallina di massa m è lanciata su un piano orizzontale alla velocità v_0 . A un certo istante, la pallina incontra un piano inclinato, anch'esso di massa m , che è libero di scivolare senza attrito sul piano orizzontale. L'altezza del piano inclinato è $h = 1,63 \text{ m}$.

► Quale deve essere il minimo valore di v_0 affinché la pallina arrivi in cima al piano inclinato?

Suggerimento: perché la velocità sia minima, la pallina arriva in cima al piano inclinato ferma rispetto al piano inclinato. Ricordati di applicare la conservazione dell'energia meccanica.

[8,0 m/s]

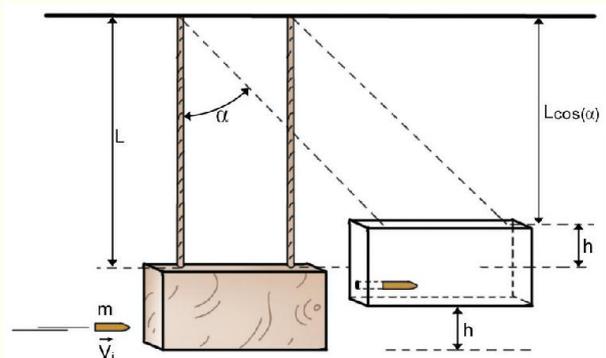
4 LA QUANTITÀ DI MOTO NEGLI URTI

PROBLEMA MODELLO 5 IL PENDOLO BALISTICO

Prima dell'avvento dei dispositivi elettronici, per le misure di precisione della velocità dei proiettili si ricorreva a un pendolo costituito da un blocco di legno appeso a due lunghe corde, chiamato *pendolo balistico*.

Un proiettile di massa 9,0 g viene sparato orizzontalmente in direzione del pendolo di massa 2,5 kg. A seguito dell'urto il proiettile rimane conficcato nel blocco di legno e tutto il sistema inizia ad oscillare. Nella massima oscillazione la corda, lunga 1,5 m, forma un angolo α di 20° con la verticale.

► Qual è la velocità del proiettile?



■ DATI

Massa del proiettile $m = 9,0 \text{ g}$
 Massa del blocco di legno $M = 2,5 \text{ kg}$.
 Lunghezza del pendolo $L = 1,5 \text{ m}$
 Angolo di oscillazione $\alpha = 20^\circ$.

■ INCOGNITE

Velocità iniziale del proiettile $v_i = ?$

L'IDEA

Poiché il proiettile rimane conficcato nel bersaglio, il proiettile e il blocco si urtano in modo completamente anelastico. Tra l'inizio (sparo) e la fine (massima oscillazione), l'energia cinetica e quella meccanica non si conservano, poiché agiscono forze non conservative, come l'attrito, responsabile dell'arresto del proiettile nel blocco di legno; invece si conserva la quantità di moto.

Subito dopo l'urto il sistema formato da blocco e proiettile inizia a oscillare, sotto l'azione della forza-peso. Da questo momento si conserva l'energia meccanica (agiscono la forza-peso e la tensione della fune) ma non si conserva la quantità di moto, poiché le forze esterne non sono bilanciate.

Analizzo il problema separandolo in due parti:

1. l'urto;
2. l'oscillazione.

LA SOLUZIONE

1) URTO.

Impongo la conservazione della quantità di moto nell'urto.

- Dalla conservazione della quantità di moto nell'urto $mv_i = (m + M)v_f$ ricavo la velocità iniziale v_i del proiettile in funzione della velocità finale del sistema blocco + proiettile:

$$v_i = \frac{m + M}{m} v_f = \frac{(0,0090 + 2,5) \text{ kg}}{0,0090 \text{ kg}} v_f = 2,8 \times 10^2 v_f.$$

2) OSCILLAZIONE.

Impongo la conservazione dell'energia meccanica dopo l'urto.

Applico la conservazione dell'energia meccanica dopo l'urto, durante l'oscillazione, ottenendo $K_f + U_f = K_i + U_i$. All'inizio dell'oscillazione, il sistema ha la velocità v_f indicata sopra e al momento della massima altezza (h) il sistema è fermo. L'equazione diventa quindi $0 + (m + M)gh = \frac{1}{2}(m + M)v_f^2 + 0$ da cui ricavo $v_f^2 = 2gh$.

Risolve il sistema di due equazioni nell'incognita v_i .

Dai dati del problema ricavo che $h = L - L \cos(\alpha)$ quindi

$$v_f = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{2 \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (1,5 \text{ m}) \times (1 - \cos 20^\circ)} = 1,3 \text{ m/s}.$$

Posso quindi calcolare v_i :

$$v_i = 2,8 \times 10^2 v_f = 2,8 \times 10^2 \times 1,3 \text{ m/s} = 3,6 \times 10^2 \text{ m/s}.$$

PER NON SBAGLIARE

Dopo l'urto, il sistema ha massa $(m+M)$. Non dimenticare la massa del proiettile se vuoi un risultato corretto!

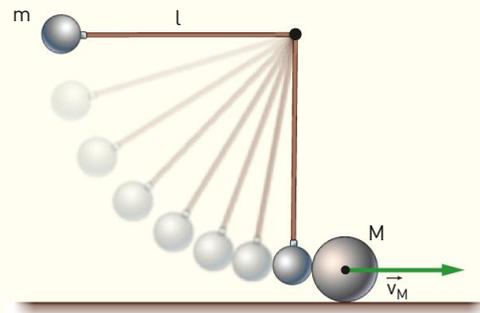
51 **★★★** Costruire un pendolo balistico rudimentale è semplice. Per esempio se vuoi misurare la velocità di una freccetta per il «tirassegno» puoi usare una grossa patata attaccata ad un filo. La cosa importante nella progettazione è che l'energia dissipata nell'urto sia più del 99%, cioè l'energia cinetica del proiettile deve essere almeno 100 volte l'energia potenziale del bersaglio quando raggiunge il punto più alto.

- ▶ Ricava la velocità della freccetta in funzione delle masse e della quota h .
- ▶ La freccetta ha una massa di 8 g. Quanto deve pesare la patata?

Suggerimento: esprimi l'energia cinetica del proiettile e l'energia potenziale del bersaglio e imponi la relazione enunciata nel testo.

$$[v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh}; m > 792 \text{ g}]$$

52 **★★★** Un pendolo è formato da un'asticella rigida, di lunghezza l e massa trascurabile, e da una sferetta di massa $m = 1,0 \text{ kg}$. Il pendolo viene lasciato libero di muoversi partendo dalla posizione $\theta = 90^\circ$ rispetto alla verticale. Quando arriva alla posizione $\theta = 0$ urta elasticamente contro una massa $M = 2,13 \text{ kg}$ posta in quiete su un piano orizzontale. La massa M comincia a muoversi con velocità $v_M = 2,0 \text{ m/s}$.



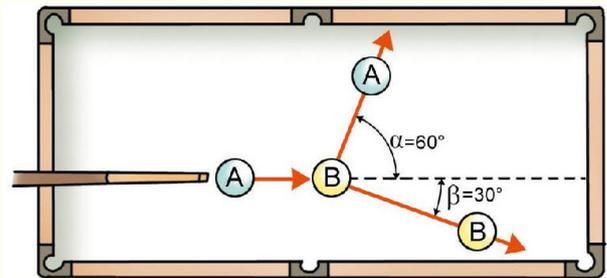
- ▶ Calcola il valore della lunghezza l del pendolo.

[0,50 m]

5 GLI URTI OBLIQUI

PROBLEMA MODELLO 6 UNA PARTITA A BILIARDO

- ▶ Una partita a biliardo In una partita a biliardo un giocatore lancia la palla A alla velocità di $1,6 \text{ m/s}$ e colpisce elasticamente la palla B. Come si vede nella figura, dopo l'urto la palla A devia la sua traiettoria di 60° e la palla bersaglio forma un angolo di 30° rispetto alla direzione d'arrivo della palla A. Le due palle hanno la stessa massa m .
- ▶ Calcola la velocità delle palle dopo l'urto.



■ DATI

Velocità iniziale della palla A $v_A = 1,6 \text{ m/s}$
 Direzioni dei vettori velocità dopo l'urto,
 $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$

■ INCOGNITE

Modulo della velocità delle due palle da biliardo dopo l'urto: $v_{Af} = ?$ $v_{Bf} = ?$

L'IDEA

Si tratta di un urto in due dimensioni, dove la conservazione della quantità di moto si verifica sia lungo l'asse x sia lungo quello y . Scegliamo di porre l'asse x diretto come v_A ; in questo modo la quantità di moto iniziale lungo y è nulla.

LA SOLUZIONE

Impongo la conservazione della quantità di moto lungo x e lungo y .

Dalle equazioni della conservazione della quantità di moto lungo gli assi otteniamo il sistema $\begin{cases} p_{ix} = p_{fx} \\ p_{iy} = p_{fy} \end{cases}$ che porta alle equazioni .

$$\begin{cases} m_A v_{Ai} = m_A v_{Af} \cos \alpha + m_B v_{Bf} \cos \beta \\ 0 = m_A v_{Af} \sin \alpha + m_B v_{Bf} \sin \beta \end{cases}$$

Risolve il sistema di equazione nelle incognite v_{Af} , v_{Bf}

Isolo nel sistema precedente le incognite v_{Af} e v_{Bf} ; le masse delle palle sono uguali, posso quindi porre $m_A = m_B$ e semplificare. Il sistema diventa quindi:

$$\begin{cases} v_A = v_{Af} \cos \alpha + v_{Bf} \cos \beta \\ v_{Af} \sin \alpha = v_{Bf} \sin \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{1}{2} v_{Af} + \frac{\sqrt{3}}{2} v_{Bf} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} v_{Af} = \frac{1}{2} v_{Bf} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{1}{2} v_{Af} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{3} v_{Af} \\ v_A = 2 v_{Af} \end{cases} \Rightarrow v_{Af} = \frac{1}{2} v_A = \frac{1,6 \text{ m/s}}{2} = 0,80 \text{ m/s}$$

Quindi $v_{Bf} = \sqrt{3} v_{Af} = 1,4 \text{ m/s}$.

Verifico il risultato attraverso la conservazione dell'energia cinetica.

Il teorema di conservazione dell'energia cinetica si traduce nell'equazione $K_i = K_f$, cioè

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2$$

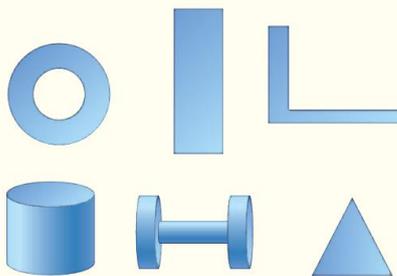
che porta all'equazione $v_A^2 = v_{Af}^2 + v_{Bf}^2 \Rightarrow (1,6 \text{ m/s})^2 = (0,80 \text{ m/s})^2 + (1,4 \text{ m/s})^2$. Entrambi i membri dell'uguaglianza valgono $2,6 \text{ m}^2/\text{s}^2$, pertanto i risultati ottenuti sono coerenti con la conservazione dell'energia cinetica.

6 IL CENTRO DI MASSA

58 PENSACI BENE Un uomo cammina a velocità costante lungo il ponte di un'imbarcazione che galleggia su un lago con acque calme. Trascurando tutti gli attriti, con che velocità si muove il centro di massa del sistema barca-uomo?

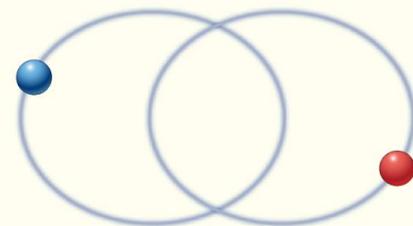
59 APPLICA I CONCETTI Quattro biglie identiche sono poste ai 4 vertici di un quadrato. Dove si trova il centro di massa?

60 APPLICA I CONCETTI Trova il centro di massa (o bari-centro) delle figure disegnate qui sotto.



61 COSA SUCCEDERE SE Un sistema binario in astronomia è un sistema di due oggetti celesti, per esempio stelle, che si trovano così vicini da essere attratti reciprocamente dal campo gravitazionale che generano. La figura mostra le orbite di due stelle che hanno la stessa massa e ruotano attorno a un centro di massa comune.

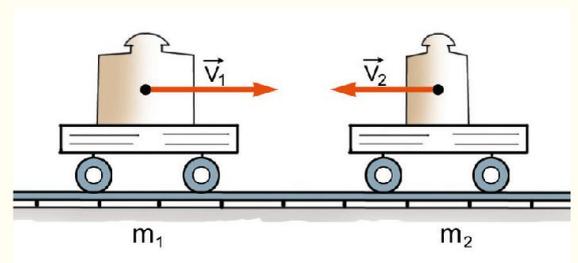
► Dove è situato il punto intorno al quale entrambe orbitano?



PROBLEMA MODELLO 7 CARRELLO CONTRO CARRELLO

Considera di nuovo i dati del Problema Modello 4. Scegli come $t = 0 \text{ s}$ l'istante dell'urto e come $x = 0 \text{ m}$ il punto in cui avviene l'urto.

- Determina la posizione dei carrelli e quella del loro centro di massa $3,0 \text{ s}$ prima dell'urto.
- Determina le stesse grandezze $2,0 \text{ s}$ dopo l'urto.
- Dai dati ottenuti, calcola la velocità del centro di massa.



■ DATI

Massa primo carrello: $m_1 = 2,0$ kg;
 massa secondo carrello: $m_2 = 1,0$ kg;
 Velocità primo carrello prima dell'urto:
 $v_1 = 5,0$ m/s;
 Velocità secondo carrello prima dell'urto:
 $v_2 = 4,0$ m/s.

■ INCOGNITE

Posizione dei carrelli e centro di massa prima e dopo lo scontro:
 $x_1, x_2, x_{cm} = ?$
 $X_1, X_2, X_{cm} = ?$
 Velocità del centro di massa
 $v_{cm} = ?$

L'IDEA

Il problema si svolge in una dimensione, nella direzione della velocità. Per trovare la posizione dei carrelli e del centro di massa bisogna considerare i carrelli come particelle. Segniamo un punto di riferimento sulla parte anteriore di entrambi e consideriamo la posizione di questi due punti. Per calcolare la velocità del centro di massa, possiamo procedere in due modi diversi:

1. calcoliamo la distanza percorsa dal centro di massa nell'intervallo di tempo considerato;
2. applichiamo la formula [19] $\vec{v}_{cm} = \frac{\vec{p}_{tot}}{m_{tot}}$ che lega la quantità di moto totale del sistema alla velocità del centro di massa.

LA SOLUZIONE

Tramite le leggi della cinematica, determino la posizione dei carrelli prima e dopo l'urto e ricavo la posizione del centro di massa.

Le posizioni dei carrelli 3,0 s prima dell'urto (cioè all'istante $t_p = -3,0$ s) sono:

$$x_1 = v_1 t_p = \left(5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (-3,0 \text{ s}) = -15 \text{ m}$$

$$x_2 = v_2 t_p = \left(-4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (-3,0 \text{ s}) = 12 \text{ m};$$

la corrispondente posizione del baricentro è

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \text{ kg}) \times (-15 \text{ m}) + (1,0 \text{ kg})(12 \text{ m})}{(2,0 + 1,0) \text{ kg}} = \frac{-18 \text{ kg} \cdot \text{m}}{3,0 \text{ kg}} = -6,0 \text{ m}.$$

Allo stesso modo, le posizioni dei carrelli 2,0 s dopo l'urto (cioè all'istante $t_d = 2,0$ s) sono:

$$X_1 = V_1 t_d = \left(-1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (2,0 \text{ s}) = -2,0 \text{ m}$$

$$X_2 = V_2 t_d = \left(8,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (2,0 \text{ s}) = 16 \text{ m};$$

la corrispondente posizione del baricentro è

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \text{ kg}) \times (-2,0 \text{ m}) + (1,0 \text{ kg})(16 \text{ m})}{(2,0 + 1,0) \text{ kg}} = \frac{12 \text{ kg} \cdot \text{m}}{3,0 \text{ kg}} = 4,0 \text{ m}.$$

Calcolo la velocità del centro di massa.

Tra gli istanti t_p e t_d il centro di massa ha percorso la distanza

$$\Delta s = X_{cm} - x_{cm} = [4,0 - (-6,0)] \text{ m} = 10,0 \text{ m};$$

l'intervallo di tempo impiegato è

$$\Delta t = t_d - t_p = [2,0 - (-3,0)] \text{ s} = 5,0 \text{ s}.$$

Quindi la velocità del centro di massa risulta

$$v_{cm} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10,0 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Verifico il risultato ottenuto.

Verifico il risultato ottenuto per la velocità del centro di massa applicando la formula [19].

Prima dell'urto, il valore della quantità di moto totale è

$$p_{tot} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (2,0 \text{ kg}) \times (5,0 \text{ m/s}) + (1,0 \text{ kg}) 3 \times (-4,0 \text{ m/s}) = 6,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s},$$

che è uguale al valore $m_1 V_1 + m_2 V_2$ dopo l'urto. La massa totale del sistema è

$$m_{tot} = m_1 + m_2 = (2,0 + 1,0) \text{ kg} = 3,0 \text{ kg}.$$

Possiamo quindi calcolare il secondo membro della formula [14], che risulta

$$v_{cm} \frac{p_{tot}}{m_{tot}} = \frac{6,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3,0 \text{ kg}} = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Questo valore è proprio quello calcolato, con un altro metodo, nell'ultimo punto del problema. In questo caso è quindi verificata la validità della formula [14].

71 ★★★ Un razzo di prova di 100 kg viene sparato da un cannone inclinato a 45° con una velocità iniziale di 80,0 m/s. Durante il suo moto parabolico, il razzo esplose spezzandosi in due frammenti, che cadono al suolo nello stesso istante. Un frammento di 70,0 kg viene rinvenuto a una distanza di 100 m dal cannone.

- ▶ Quale traiettoria segue il centro di massa?
- ▶ Dove si trova l'altro frammento?

Suggerimento: ricorda la formula per calcolare la gittata nel moto parabolico, $x_g = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$

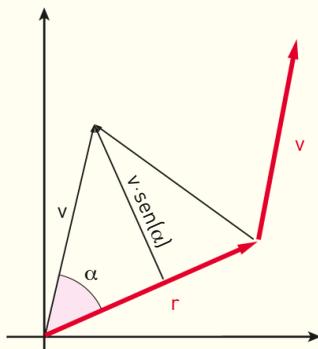
72 ★★★ Una barca leggera lunga $L = 8,0 \text{ m}$ di massa $M = 210 \text{ kg}$ è in quiete sull'acqua, con un estremo a contatto con la parete del molo ma senza esservi ancorata. Un uomo di massa $m = 70 \text{ kg}$ si trova sulla barca all'estremo opposto rispetto al molo e comincia a camminare portando con sé un piccolo ponticello di massa trascurabile e lungo $l = 1,0 \text{ m}$ che possa consentire all'uomo di portarsi sulla banchina. Quando l'uomo è arrivato all'estremo vicino al molo la barca si è spostata.

- ▶ Di quanto si è spostata la barca? (Trascura tutti gli attriti.)
- ▶ La lunghezza del ponticello è sufficiente?

[2,0 m; no]

7 IL MOMENTO ANGOLARE

74 **APPLICA I CONCETTI** Nella figura sono riportati il vettore posizione e il vettore velocità di un oggetto in movimento. Cosa rappresenta geometricamente il loro prodotto vettoriale?



75 **PENSACI BENE** Qual è la direzione del vettore momento angolare della Terra nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole?

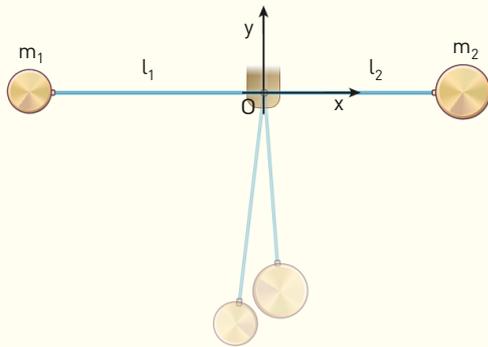
84 ★★★ La massa di Marte è 10 volte più piccola di quella della Terra e Marte dista 1,5 volte di più dal Sole. Inoltre la velocità di rivoluzione di Marte attorno al Sole è 0,82 volte quella della Terra.

- ▶ Quanto vale il rapporto fra il modulo del momento angolare di rivoluzione della Terra e quello di Marte, calcolati entrambi rispetto al centro del Sole?

[8,1]

85 ★★★ Due pendoli di lunghezza diversa ($l_1 = 50 \text{ cm}$, $l_2 = 40 \text{ cm}$) e con masse diverse, sono appesi nello stesso punto. Ven-

gono portati a 90° rispetto alla verticale e poi sono lasciati liberi di oscillare.



- Quale deve essere il rapporto tra le masse affinché sia nullo il momento angolare totale nell'istante di massimo allungamento?

ma velocità delle masse? (Calcola il momento angolare rispetto all'estremità comune dei due pendoli, cioè al punto O in figura)

Suggerimento: quando le masse sono lasciate andare, il loro moto è uniformemente accelerato con accelerazione pari a quella di gravità. I pendoli raggiungono la massima velocità nel punto di quota più bassa, dove l'angolo formato da r e p vale...

$$[m_1/m_2 = 0,72]$$

- 86** ★★★ Una giostra è formata da un braccio lungo 3,0 m con un seggiolino a ogni estremità. Sui seggiolini siedono due bambini di massa rispettivamente 30 kg e 45 kg. La giostra ruota alla velocità di 2,5 m/s.

- Quanto vale l'intensità del momento angolare del sistema calcolato rispetto al centro della giostra?

$$[2,8 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}]$$

8 CONSERVAZIONE E VARIAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

- 100** ★★★ Quattro palline di 600 g ciascuna sono collocate agli estremi di due bacchette lunghe 20 cm (di massa trascurabile). Le due bacchette sono fissate a 90° e si toccano nel centro di massa. Nel punto di contatto passa l'asse di rotazione perpendicolare al piano formato dalle due bacchette. Marco tiene i due estremi dell'asse di rotazione in modo che sia verticale, Laura spinge una biglia e il sistema comincia a ruotare con velocità angolare di 10 giri al secondo.

- Qual è il momento angolare totale, calcolato rispetto al centro di massa?
- Quale forza deve applicare Marco per ruotare l'asse di 90° in 1,0 s?

$$[1,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}; 7,5 \text{ N}]$$

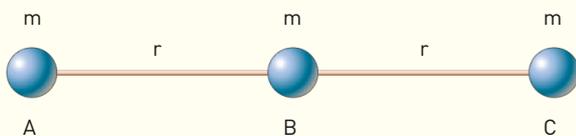
- 101** ★★★ Agli estremi di un'asticella lunga $2l$ e di massa trascurabile sono saldate due sferette di massa m . Il sistema è poggiato su un piano orizzontale privo d'attrito. Le due sfere ruotano intorno a un asse perpendicolare al centro dell'asticella. La velocità angolare iniziale costante è ω . Un meccanismo interno all'asticella porta la distanza tra ciascuna massa e l'asse di rotazione a $l/4$ (quindi la distanza fra le due masse a $l/2$).

- Ricava il rapporto tra le energie cinetiche del sistema prima e dopo l'intervento del meccanismo. (Trascura l'attrito dell'aria.)

$$[16]$$

9 IL MOMENTO D'INERZIA

- 104** **PENSACI BENE** Tre sfere identiche sono infilate su una bacchetta di massa trascurabile a distanza r l'una dall'altra. Calcola i momenti di inerzia quando il sistema ruota intorno a A e quando ruota intorno a B (guarda la figura). Quale è più grande e perché?



- 105** **COSA SUCCEDERÀ SE** Per far girare una ruota piena rispetto al suo asse ($I = \frac{1}{2}mr^2$), bisogna imprimerle una forza F che produce dunque un'accelerazione angolare. Immagina di avere, al posto della ruota piena, una ruota con lo stesso raggio e la stessa massa, ma tutta concentrata sul bordo (quindi il suo momento d'inerzia sarà $I = mr^2$).

- Quale forza devi esercitare per ottenere la stessa accelerazione angolare?

PROBLEMA MODELLO 10 UNA CARRUCOLA REALE

Una carrucola che ha un raggio di 15 cm e una massa di 3,4 kg è costituita da un disco che può ruotare attorno al suo centro. Uno spago avvolto attorno alla carrucola è tirato in modo da imprimere una forza di modulo pari a 2,8 N.

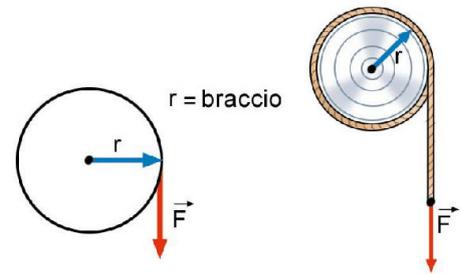
- Quanto vale l'accelerazione angolare impressa alla carrucola?

■ DATI

Raggio della carrucola: $R=15$ cm;
 massa della carrucola: $m=3,4$ kg;
 forza applicata: $F=2,8$ N.

■ INCOGNITE

Accelerazione angolare $\alpha = ?$



L'IDEA

Il disco della carrucola è un cilindro pieno che ruota attorno al suo asse di simmetria. Il suo momento d'inerzia è $I = \frac{1}{2}mr^2$.

La forza-peso genera un momento della forza responsabile dell'accelerazione angolare. Il braccio della forza è pari al raggio della carrucola ed è perpendicolare alla direzione della forza, cioè l'angolo compreso è 90° .

LA SOLUZIONE

Calcolo il momento d'inerzia della carrucola.

Il momento d'inerzia della carrucola è $I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(3,4 \text{ kg}) \times (0,15 \text{ m})^2 = 0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Calcolo il momento delle forze.

Il momento della forza agente si ricava dalla formula $M = rF \sin 90^\circ = (0,15 \text{ m}) \times (2,8 \text{ N}) \times 1 = 0,42 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Ricavo l'accelerazione angolare.

L'accelerazione angolare è $\alpha = \frac{M}{I} = \frac{0,42 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 11 \text{ rad/s}^2$ che espressa in giri al secondo quadrato diventa:

$$\alpha = \frac{11 \text{ rad/s}^2}{2\pi \text{ rad/giro}} = 1,8 \frac{\text{giri}}{\text{s}^2}.$$

113 ★★★ La giostra per bambini può essere approssimata come un disco orizzontale che ruota attorno a un asse verticale passante per il centro di massa. Una mamma sistema il proprio figlio di massa 15 kg sul bordo (a 1,3 m dal centro) di una giostra del diametro di 3,0 m e di massa 250 kg che stava compiendo un giro ogni 4,0 s, senza essere spinta da alcun motore.

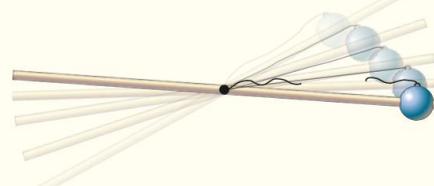
- ▶ Quanto vale il momento d'inerzia del sistema (giostra + bambino)?
- ▶ Qual è la nuova velocità angolare della giostra?
- ▶ Per quanti secondi la mamma deve spingere la giostra con una forza di 20 N se vuole riportarla alla velocità iniziale?

Suggerimento: il momento angolare si conserva.

$$[3,1 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; 1,4 \text{ rad/s}; 2,1 \text{ s}]$$

114 ★★★ Un'asta sottile di forma cilindrica lunga $l = 1,0$ m e di massa $M = 3,0$ kg è appoggiata su un piano orizzontale privo d'attrito. L'asta può ruotare intorno a un asse verticale passante per il suo centro di massa. Lungo l'asta può scorrere senza attrito un oggetto di massa m che è posto inizialmente in quiete al centro di massa dell'asta, legato a essa tramite una sottile corda di massa trascurabile. Il sistema è messo in rotazione alla velocità angolare $\omega_0 = 10$ rad/s. A un certo istante il filo si rompe e l'oggetto comincia a muoversi. Quando esso si trova in corrispondenza di uno dei due estremi dell'asta, la velocità angolare del sistema è $\omega = 5,0$ rad/s. Trascura l'attrito dell'aria e il momento d'inerzia dell'oggetto.

- ▶ Calcola il valore della massa m dell'oggetto.



[1,0 kg]

PROBLEMI GENERALI

- 10** **★★★** Billy the Kid si sta esercitando con la sua pistola. Spara un proiettile di 10 g contro un pezzo di legno di massa 500 g posto su un muretto. Il proiettile colpisce il bersaglio alla velocità di 550 m/s e lo attraversa tutto. Il pezzo di legno balza via dal muretto alla velocità di 6,0 m/s.
- ▶ Di quanto diminuisce l'energia cinetica totale del sistema?

[$1,2 \times 10^3$ J]

- 11** **★★★** In un autoscontro al luna park, Alice che guida un veicolo in moto rettilineo di massa 100 kg urta in modo elastico il veicolo di Claudia, che ha massa 125 kg ed è fermo. Prima dell'urto, il veicolo di Alice si muoveva verso destra con velocità di modulo 1,25 m/s.

- ▶ Quali sono le velocità finali di Alice e Claudia dopo l'urto?
- ▶ Calcola la velocità del centro di massa del sistema.

[−0,139 m/s; 1,11 m/s; 0,556 m/s]

- 12** **★★★** **SPAZIO** Una stella di raggio $7,00 \times 10^5$ km compie un giro su se stessa in 30,0 giorni. Alla fine della sua vita collasserà in una stella di neutroni rotante di raggio 15,0 km chiamata *pulsar*.

- ▶ Quanto vale la velocità angolare della stella nella prima fase della sua vita?
- ▶ Quanti giri compirà in un secondo la pulsar?

Suggerimento: considera la stella come una sfera uniforme e assumi che non vi siano dispersioni di materia.

[$2,42 \times 10^{-6}$ rad/s; 840]

- 13** **★★★** Una carrucola a forma di disco di raggio R e massa M sostiene un oggetto di massa $m = \frac{1}{4}M$ tramite un filo inestensibile di massa trascurabile. Il filo non slitta e non sono presenti attriti.

- ▶ Ricava l'accelerazione con cui scende l'oggetto.

[$3,3 \text{ m/s}^2$]

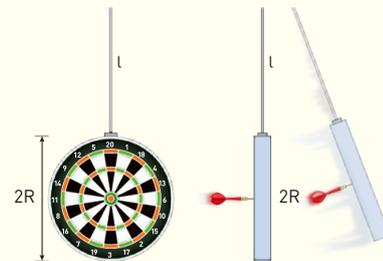
- 14** **★★★** **IN LABORATORIO** Una sfera piena, un anello e un disco partono da fermi dalla stessa altezza h e rotolano senza strisciare lungo lo stesso piano inclinato. Tutti gli oggetti hanno la stessa massa m e lo stesso raggio r .

- ▶ Quale dei tre oggetti arriva a terra con la velocità maggiore?
- ▶ Quale possiede l'energia cinetica rotazionale maggiore?
- ▶ Calcola la velocità e l'energia cinetica rotazionale maggiori fra quelle dei tre oggetti nel caso $h = 2,0$ m, $r = 5,0$ cm, $m = 1,0$ kg.

Suggerimento: l'energia cinetica di un corpo che rotola senza strisciare è composta da un termine di rotazione e uno di traslazione.

[5,3 m/s; 9,8 J]

- 15** **★★★** Un bersaglio di freccette di raggio R e massa $M = 1,0$ kg è appeso a un'asta di massa trascurabile di lunghezza l , come descritto nella figura. L'asta fa in modo che il bersaglio non possa ruotare su se stesso, ma possa solo oscillare, come un pendolo. Una freccetta di massa $m = 100$ g si conficca al centro del bersaglio con velocità v . Il centro di massa del sistema bersaglio + freccetta, nel suo moto di oscillazione, arriva alla quota massima di $h = 4,9$ cm rispetto al centro del bersaglio in quiete.



- ▶ Quanto vale la velocità v ? Trascura tutti gli attriti.

[11 m/s]

TEST

- 15** Il teorema dell'impulso afferma che:
- A la variazione dell'impulso che agisce su un sistema è uguale alla quantità di moto del sistema.
 - B la variazione dell'impulso che agisce su un sistema è uguale alla variazione della quantità di moto del sistema.
 - C l'impulso che agisce su un sistema è uguale alla quantità di moto del sistema.
 - D l'impulso che agisce su un sistema è uguale alla variazione della quantità di moto del sistema.

- 16** Le unità di misura dell'impulso sono:

- A N
- B $\text{kg} \cdot \text{m/s}$
- C N/s
- D $\text{N} \cdot \text{m/s}$

- 17** Il vento spinge una barca con una forza costante di 120 N per 6,00 s verso Nord, per 3,00 s verso Est e per 3,00 s verso Sud. La variazione della quantità di moto della barca è:

- A $509 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ inclinata di 45° verso Sud-Est.
- B $509 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ inclinata di 45° verso Nord-Est.
- C $720 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ inclinata di 45° verso Nord-Est.
- D $360 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ inclinata di 45° verso Nord-Est.

18 In un urto elastico unidimensionale fra due palle da biliardo identiche, la palla rossa è ferma mentre quella blu si muove alla velocità di 20 cm/s. Dopo l'urto, le velocità della palla rossa e della palla blu sono rispettivamente di:

- A** 0,10 m/s entrambe. **C** 0 m/s e -0,20 m/s.
B 0,10 m/s e -0,10 m/s. **D** 0,20 m/s e 0 m/s.

19 Un bambino spara orizzontalmente con una cerbottana un proiettile di massa 1,0 g contro un aereo di carta di massa 5,0 g. Il proiettile e l'aereo si muovono su una retta. Prima dell'urto frontale, il proiettile si muove alla velocità di 120 cm/s mentre l'aereo vola a 10 cm/s; dopo l'urto, il proiettile si appiccica all'aereo. La velocità finale dell'aereo è:

- A** 0,12 m/s nel verso del proiettile.
B 0,12 m/s nel verso dell'aereo
C 0,28 m/s nel verso del proiettile.
D 0,28 m/s nel verso dell'aereo.

20 In un urto obliquo ed elastico fra due corpi identici di cui uno inizialmente fermo, i vettori velocità iniziale e velocità finali dei corpi formano:

- A** un triangolo rettangolo con il vettore velocità iniziale come ipotenusa.
B un triangolo rettangolo con il vettore velocità iniziale come cateto.
C un triangolo isoscele con il vettore velocità iniziale come base.
D un triangolo equilatero.

21 Le unità di misura del centro di massa di un sistema di particelle sono:

- A** kg · m **C** m
B kg · m² **D** m²

22 Il centro di massa di un sistema di due sfere di raggio 5 cm poste nei punti A e B e distanti 1 m si trova sempre:

- A** nel punto medio tra le due sfere.
B dentro la sfera di massa maggiore.
C in un punto qualunque posto lungo la retta che passa per A e per B, a seconda delle masse delle sfere.
D in un punto qualunque interno al segmento \overline{AB} , a seconda delle masse delle sfere.

23 Indichiamo con \vec{r} il vettore posizione di un punto materiale rispetto a un'origine O e con \vec{p} il vettore quantità di moto di questo punto. Allora il momento angolare è definito come:

- A** $\vec{L} = \vec{p} \times \vec{r}$ **C** $L = \vec{p} \cdot \vec{r}$
B $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ **D** $L = \vec{r} \cdot \vec{p}$

24 La legge che permette di calcolare la variazione del mo-

mento angolare è l'equivalente per le rotazioni:

- A** del principio di inerzia.
B del secondo principio della dinamica.
C del terzo principio della dinamica.
D della legge di conservazione dell'energia meccanica.

25 Le unità di misura del momento di inerzia di un corpo rigido formato da n masse sono:

- A** kg · m, perché è definito come:
 $I = m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots + m_n r_n.$
B m, perché è definito come: $I = r_1 + r_2 + \dots + r_n.$
C m², perché è definito come: $I = r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_n^2.$
D kg · m², perché è definito come:
 $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2.$

26 Il momento angolare \vec{L} di una sfera piena in rotazione attorno a un suo diametro può essere quadruplicato:

- A** quadruplicando la sua massa o il suo raggio.
B quadruplicando la sua massa o raddoppiando il suo raggio.
C quadruplicando la sua massa e il suo raggio.
D quadruplicando la sua massa e raddoppiando il suo raggio.

27 Una sfera dalla massa di 2 kg si muove di moto rettilineo su una superficie liscia e piana a una velocità di 5 m/s. Essa urta contro una superficie verticale e rimbalza indietro nella stessa direzione ad una velocità di 3 m/s. Calcolare la variazione di quantità di moto della sfera (dovuta all'urto).

- A** 16 kg · m/s **D** 32 kg · m/s
B 8 kg · m/s **E** 2 kg · m/s
C 4 kg · m/s

Test di ammissione Corso di laurea in Architettura 2013/2014

28 Due sfere di metallo di peso diverso si muovono su un piano orizzontale l'una verso l'altra con velocità diversa. Trascurando ogni forza esterna e supponendo elastico il loro urto, quale delle seguenti affermazioni è più adeguata?

- A** Nell'urto si conservano l'energia cinetica totale e la quantità di moto totale.
B Nell'urto l'energia cinetica totale si conserva, ma non la quantità di moto totale.
C Nell'urto si conserva la quantità di moto totale, ma parte dell'energia cinetica viene dissipata.
D L'urto modifica sia l'energia cinetica totale che la quantità di moto totale.
E La quantità di moto totale cambia a seconda dell'angolo di impatto delle due sfere.

Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina Veterinaria, 2009/2010

LA TEMPERATURA

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
1. La definizione operativa della temperatura	<p> IN LABORATORIO</p> <p>Taratura di un termoscopio Procedura di taratura di un termoscopio ad alcol.</p>	2
3. La dilatazione lineare dei solidi	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Dilatazione termica lineare Dilatazione termica lineare di una sbarra: come varia la lunghezza con la temperatura?</p>	1
5. La dilatazione volumica nei liquidi	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Il comportamento anomalo dell'acqua Un grafico mostra il volume di una massa d'acqua al variare della temperatura, evidenziandone il comportamento anomalo.</p>	1
 MAPPA INTERATTIVA	<p> IN TRE MINUTI • La temperatura</p> <p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>	

VERSO IL CLIL

 **FORMULAE IN ENGLISH**

 **AUDIO**

Kelvin temperature scale	$T = \left(\frac{t}{^{\circ}\text{C}} + 273\right) \text{ K}$	Temperature T on the Kelvin scale equals temperature T_c on the Celsius scale plus two hundred and seventy-three.
Celsius temperature scale	$t = \left(\frac{T}{\text{K}} - 273\right) ^{\circ}\text{C}$	Temperature on the Celsius scale equals the value of the absolute temperature minus two hundred and seventy-three.
Thermal linear expansion	$\Delta l = l_i \lambda \Delta t$	The change in length due to thermal expansion equals the product of the initial length, the linear thermal expansion coefficient and the change in temperature.
Thermal linear expansion: final length	$l = l_i (1 + \lambda \Delta t)$	The final length of an object that has undergone linear thermal expansion equals the initial length multiplied by one and the product of the linear thermal expansion coefficient and the change in temperature.
Thermal volumetric expansion: final volume	$V = V_i (1 + \alpha \Delta t)$	The final volume of an object that has undergone volumetric thermal expansion equals the initial volume multiplied by one and the product of the volumetric thermal expansion coefficient and the change in temperature.
First Gay-Lussac's law (Celsius)	$V = V_0 (1 + \alpha t)$	The final volume of a perfect gas that has undergone volumetric thermal expansion at constant pressure equals the volume of the gas at zero degrees Celsius multiplied by one and the product of the thermal volumetric expansion coefficient for the gas and the final temperature of the gas in degrees Celsius.

First Gay-Lussac's law (Kelvin)	$V = \frac{V_0}{T_0} T$	At constant pressure the ratio of the volume of a gas to its temperature is constant.
Second Gay-Lussac's law (Celsius)	$p = p_0(1 + \alpha t)$	The final pressure of a perfect gas having been heated at constant volume equals the pressure of the gas at zero degrees Celsius multiplied by one plus the product of the thermal volumetric expansion coefficient for the gas and the final temperature of the gas in degrees Celsius.
Second Gay-Lussac's law (Kelvin)	$p = \frac{p_0}{T_0} T$	At constant volume the ratio of the pressure of a gas to its temperature is constant.
Boyle's law	$pV = p_1 V_1$	At constant temperature the product of the pressure of a gas and its volume is constant.
Ideal gas law	$pV = nRT$	The product of the pressure and volume of a perfect gas equals the product of the number of moles, the gas constant R and the absolute temperature.

 **QUESTIONS AND ANSWERS**

 **AUDIO**

- State the law of physics upon which the thermometer operates.

Systems are said to be in thermal equilibrium if they have the same temperature. The law of physics that underpins the thermometer is the zeroth (0th) law of thermodynamics, which states that if body *A* is in thermal equilibrium with body *B* and body *B* is in thermal equilibrium with body *C*, then body *A* and body *C* are in thermal equilibrium with each other. The law implies that thermal equilibrium between systems is a transitive relation with body *B* in the law being identified with the thermometer, which records the same temperature for all systems in thermal equilibrium.

- Why does water in its solid state float in its liquid form?

A substance floats if it is less dense than the mixture it is placed in, needing only to displace a weight of fluid equal to its own weight. The vast majority of substances have greater density in their solid state than in their liquid state. Water, however, belongs to a very small group of substances, whose density decreases in the solid state. Water reaches its maximum density at 4 °C (39.2 °F) but, as it cools further and freezes into ice, it actually becomes less dense and floats in water.

- What is an ideal gas?

An "ideal" gas is an hypothetical gas whose molecules occupy negligible space and have no intermolecular forces, that obeys all the gas laws exactly under all conditions, the product of whose pressure and volume is constant (Boyle's law) and whose V - T and p - T relationships when plotted on a graph are perfectly straight lines (Gay-Lussac's first and second laws). There are no actual gases that conform to this definition precisely, but the idealised construct is very useful in the simplification of calculations related to gases.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 LA DEFINIZIONE OPERATIVA DELLA TEMPERATURA

PROBLEMA MODELLO 1 LA SCALA FAHRENHEIT

Nella scala di temperatura Fahrenheit adoperata negli USA, l'acqua bolle a 212 °F e il ghiaccio fonde a 32 °F. L'intervallo fra queste due temperature è diviso in 180 parti, e ognuna di queste rappresenta 1 °F.

► Come puoi ricavare la formula di conversione da gradi Celsius a gradi Fahrenheit e viceversa?

■ DATI

Temperatura di ebollizione dell'acqua: $T_e = 212$ °F
 Temperatura di fusione dell'acqua: $T_f = 32$ °F
 Numero di parti: $n = 180$

■ INCOGNITE

Relazione fra $T_{°F}$ e $T_{°C}$?

L'IDEA

Poiché entrambe le scale sono lineari posso ricavare la formula di conversione fra le due scale termometriche con una proporzione.

LA SOLUZIONE

Confronto tra loro le scale termometriche.

Nella scala Celsius, l'intervallo da 0 °C a 100 °C è diviso in 100 parti uguali; ognuna delle 100 parti è 1 °C.
 Nella scala Fahrenheit, l'intervallo da 32 °F a 212 °F è diviso in 180 parti uguali; ognuna delle 180 parti è 1 °F.

Esprimo i dati ricavati in forma di proporzione.

I dati che conosco mi portano a scrivere

$$\frac{(T_{°C} - 0)}{(100 - 0)} = \frac{(T_{°F} - 32)}{(212 - 32)} \text{ da cui}$$

$$T_{°C} = \left[(T_{°F} - 32) \times \frac{5}{9} \right] °C \quad \text{e} \quad T_{°F} = \left[\frac{9}{5} T_{°C} + 32 \right] °F.$$

9 Un turista italiano si trova in un pronto soccorso di New York e comunica al medico di avere una temperatura corporea di 38,9 °C.

► A quanti gradi Fahrenheit corrisponde?

[102 °F]

10 Un alunno, per costruire un termometro in laboratorio, ha tarato un termoscopio a liquido, misurando l'altezza del liquido termometrico nel capillare alle temperature dei due punti fissi di riferimento. Il livello minimo del liquido rispetto al tappo è $(1,5 \pm 0,1)$ cm e quello massimo è $(10,4 \pm 0,1)$ cm. Immerge poi il termometro in un termos contenente acqua calda e misura un livello del liquido di $(6,6 \pm 0,1)$ cm.

► Qual è la temperatura dell'acqua con la relativa incertezza di misura?

Suggerimento: scrivi l'equazione della retta passante per due punti....

[(57 ± 4) °C]

3 LA DILATAZIONE TERMICA

PROBLEMA MODELLO 2 ANCHE IL VUOTO SI DILATA

Una piastra di acciaio inox per il fissaggio delle travi ha una lunghezza totale di 8,50 cm, una larghezza di 5,00 cm e vi sono praticati due fori centrali di diametro 1,10 cm. Durante l'anno, questo fissaggio subisce in genere un'escursione termica di 55 °C. Il coefficiente di dilatazione lineare dell'acciaio inox è $17 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

- Ricava la formula per la dilatazione superficiale della piastra di acciaio.
- Calcola la massima variazione percentuale di superficie che la piastra può subire.

(Trascura le variazioni di superficie date dai piccoli fori a lato del foro centrale; approssima la piastra con un rettangolo con due fori circolari.)



Mario Marcello/Shutterstock

■ DATI

Lunghezza piastra: $a_i = 8,50 \text{ cm}$
 Larghezza piastra: $b_i = 5,00 \text{ cm}$
 Diametro del foro: $d_i = 1,10 \text{ cm}$
 Coefficiente di dilatazione lineare: $\lambda = 17 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
 Variazione di temperatura: $\Delta T = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$

■ INCOGNITE

Variazione percentuale di superficie: $\frac{\Delta S}{S_i} = ?$

L'IDEA

Per ricavare la formula per la dilatazione superficiale della piastra ΔS , consideriamo la dilatazione lineare lungo i suoi due lati.

Calcoliamo la differenza tra l'area di un rettangolo (piastra d'acciaio) e quella di due cerchi (i due fori), considerando che i fori si dilatano come se fossero costituiti dello stesso materiale.

LA SOLUZIONE

Ricavo la formula per esprimere la dilatazione.

$$\begin{aligned} S &= L_1 \times L_2 = L_{1i}(1 + \lambda t) \times L_{2i}(1 + \lambda t) = \\ &= L_{1i}L_{2i}(1 + \lambda t)^2 = S_i(1 + 2\lambda t), \end{aligned}$$

poiché $(\lambda \Delta t)^2$ è trascurabile.

Quindi $\Delta S = S_i 2\lambda \Delta t$.

Calcolo la superficie iniziale S_i .

La superficie iniziale è la differenza tra l'area della piastra rettangolare e l'area dei due fori circolari, quindi:

$$\begin{aligned} S_i &= a_i b_i - 2 \pi \left(\frac{d_i}{2} \right)^2 = (8,50 \text{ cm}) \times (5,00 \text{ cm}) - 2 \times \pi \times \left(\frac{1,10 \text{ cm}}{2} \right)^2 = \\ &= 40,6 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Calcolo la variazione di superficie ΔS .

Secondo la formula che abbiamo ricavato per la dilatazione, la variazione di superficie è data da:

$$\Delta S = S_i 2\lambda \Delta T = (40,60 \text{ cm}^2) \times 2 \times (17 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}) \times (55 \text{ K}) = 0,076 \text{ cm}^2.$$

Calcolo la variazione percentuale di superficie $\Delta S/S_i$.

La variazione percentuale è data dal rapporto tra la variazione di superficie e la superficie iniziale:

$$\frac{\Delta S}{S_i} = \frac{0,076 \text{ cm}^2}{40,6 \text{ cm}^2} = 0,19\%.$$

PER NON SBAGLIARE

- Lo spazio vuoto all'interno della piastra si dilata come se fosse formato dello stesso materiale della piastra. Considera, al posto della cavità, una porzione circolare di acciaio inox estraibile; riscalda sia la piastra che questo elemento, separatamente. Verifica che l'elemento circolare riscaldato (e dilatato) riempie perfettamente la cavità nella piastra, anch'essa dilatata.
- Lo stesso accade quando facciamo un ingrandimento fotografico: non solo gli oggetti vengono ingranditi, ma anche gli spazi vuoti fra di essi.

PROBLEMA MODELLO 3 LA BENZINA NELLA CISTERNA

Un'autocisterna viene riempita di notte, quando la temperatura è di $8\text{ }^\circ\text{C}$, con della benzina, fino ai $\frac{4}{5}$ della sua capacità. L'autocisterna è schematizzabile come un cilindro di altezza $15,0\text{ m}$ e sezione $3,375\text{ m}^2$. Durante il viaggio, il sole scalda la benzina fino a $26\text{ }^\circ\text{C}$.

- ▶ Calcola il volume occupato dalla benzina durante il viaggio.
- ▶ Calcola la variazione percentuale di volume.
- ▶ Calcola temperatura massima a cui dovrebbe essere sottoposta la benzina per occupare tutta la cisterna.

■ DATI

Lunghezza cisterna: $h = 15,0\text{ m}$
 Sezione cisterna: $A_b = 3,375\text{ m}^2$
 Temperatura iniziale: $T_0 = 8\text{ }^\circ\text{C}$
 Temperatura finale: $T = 26\text{ }^\circ\text{C}$
 Coefficiente di dilatazione volumica:
 $\alpha = 1,0 \times 10^{-3}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
 Volume iniziale: $V_0 = \frac{4}{5} V_{tot}$

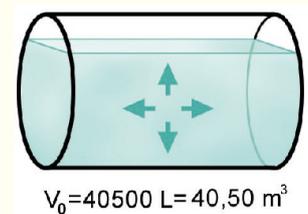
■ INCOGNITE

Volume finale: $V = ?$
 Variazione percentuale di volume: $\frac{\Delta V}{V_i} = ?$
 Temperatura massima per riempire la cisterna:
 $T_{max} = ?$

L'IDEA

La benzina nella cisterna subisce una dilatazione volumica: ecco perché il suo volume iniziale deve essere minore del volume della cisterna.

Per trovare a quale temperatura la benzina riempirebbe completamente la cisterna, applichiamo la formula inversa della dilatazione volumica, utilizzando come volume finale quello massimo relativo alla capacità della cisterna V_{tot} .



LA SOLUZIONE

Calcolo il volume iniziale V_i .

Dai dati sappiamo che V_i è $\frac{4}{5}$ di V_{tot} perciò ricaviamo

$$V_{tot} = A_b \times h = 3,375\text{ m}^2 \times 15,0\text{ m} = 50,6\text{ m}^3.$$

Il volume iniziale occupato dalla benzina alla temperatura di $8\text{ }^\circ\text{C}$ è quindi

$$V_i = \frac{4}{5} V_{tot} = \frac{4}{5} \times 50,6\text{ m}^3 = 40,5\text{ m}^3.$$

Applico la legge di dilatazione volumica diretta per trovare il volume V occupato dalla benzina durante il viaggio, e quindi la variazione percentuale di volume.

La benzina viene sottoposta a una variazione termica $\Delta T = (26 - 8)\text{ }^\circ\text{C} = 18\text{ }^\circ\text{C}$; in seguito a questa variazione, la benzina occuperà un volume

$$V = V_i (1 + \alpha \Delta T) = (40,5 \text{ m}^3) \times (1 + 1,0 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \times 18^\circ\text{C}) = 41,2 \text{ m}^3.$$

La variazione percentuale di volume è quindi

$$\frac{\Delta V}{V_i} = \frac{V - V_i}{V_i} = \frac{(41,2 - 40,5) \text{ m}^3}{40,5 \text{ m}^3} = 0,02 = 2\%.$$

Applico la legge di dilatazione volumica inversa per trovare la temperatura massima.

$$\Delta t = \frac{\Delta V}{V_i \alpha} = \frac{V_{tot} - V_0}{V_i \alpha} = \frac{(50,6 - 40,5) \text{ m}^3}{(40,5 \text{ m}^3) \times (1,0 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})} = 250 \text{ }^\circ\text{C}.$$

La temperatura che dovrebbe raggiungere la cisterna è data da:

$$t = t_0 + \Delta t = 260 \text{ }^\circ\text{C}.$$

PER NON SBAGLIARE

■ La temperatura trovata è molto maggiore della temperatura raggiungibile da una cisterna in condizioni normali. Inoltre, a tale temperatura la benzina non è più liquida: la cisterna dunque non si può riempire completamente con quella quantità di benzina.

24 Una lamina bimetallica è costituita di rame e zinco: da che parte si piega la lamina se viene riscaldata?

25 **APPLICA I CONCETTI** Tra il rame e lo zinco quale materiale si dilata maggiormente a parità di variazione di temperatura?

26 **COSA SUCCEDDE SE** Intorno a un cilindro di ottone, raffreddato nell'azoto liquido, inserisci comodamente un anello di rame (quasi a contatto con il cilindro). Che cosa succede quando l'insieme raggiunge la temperatura ambiente?

27 In frigorifero hai una bottiglia di vetro piena d'acqua. Perché è bene non metterla nel congelatore?

28 **APPLICA I CONCETTI** A parità di dimensioni è maggiore la portata di un termometro a mercurio o di un termometro ad alcool?

29 ******* Un tubo in acciaio lungo 8,75 m e con un diametro interno di 15 cm a temperatura ambiente, viene utilizzato per lo scarico dei fumi prodotti da un caminetto. La temperatura dei fumi è mediamente di 200 °C.



▶ Trova l'allungamento del tubo e del diametro a camino acceso.

$$[19 \text{ mm}; 3,2 \times 10^{-1} \text{ mm}]$$

30 ******* L'escursione termica massima, nel corso dell'anno, sul tetto di una casa su cui è posizionato un pannello fotovoltaico protetto da una lastra di vetro di dimensioni 167 cm × 100 cm, è di 65 °C.



▶ Calcola la variazione massima, nel corso dell'anno, della larghezza, della lunghezza e della superficie della lastra di vetro.

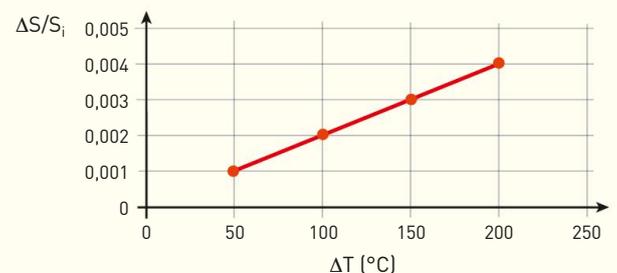
$$[6 \times 10^{-2} \text{ cm}; 1 \times 10^{-1} \text{ cm}; 2 \times 10 \text{ cm}^2]$$

31 ******* Nel grafico è riportata la variazione $\frac{\Delta S}{S_i}$ di superficie di una teglia da forno in ghisa in funzione della differenza di temperatura.

Il coefficiente di dilatazione lineare della ghisa è $1,0 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

▶ Che relazione esiste fra le due grandezze?

▶ Tramite il grafico calcola la costante di proporzionalità e verifica che è il doppio del coefficiente di dilatazione lineare della ghisa.



$$[2,0 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}]$$

32 ★★★ Una rondella di alluminio che a 283 K ha il foro di diametro interno 30,05 mm e di diametro esterno di 50,00 mm è montata nel motore di un'auto, e raggiunge una temperatura di 85 °C.

- ▶ Calcola la nuova dimensione del foro.

[30,10 mm]

33 ★★★ Un pilastro di cemento armato è alto 4,25 m e ha dimensioni di base 35 cm × 54 cm. Durante l'estate, passa da una temperatura di 15 °C, a cui è stato costruito, a una temperatura di 33 °C.

- ▶ Calcola la variazione di volume subita in cm³.
- ▶ Calcola l'aumento massimo di temperatura a cui il suo volume aumenta dell'1%.

[6,1 × 10² cm³; 24 °C]

34 ★★★ Un cilindro ha diametro 1,8 cm e lunghezza 21 cm. Quando viene riscaldato da $t_1 = 10$ °C a $t_2 = 80$ °C subisce una variazione di volume di 0,10 cm³.

- ▶ Di quale materiale potrebbe essere fatto il cilindro?

[Vetro]

35 ★★★ Un contenitore di forma cubica di lato 10 cm è riempito di etanolo fino ai tre quarti e si trova a temperatura ambiente (20 °C).

- ▶ Calcola a quale temperatura il liquido riempirebbe il contenitore.

[318 °C, temperatura a cui l'etanolo è aeriforme]

36 ★★★ Un motociclista riempie di benzina fino all'orlo una tanica di alluminio da 15,0 L alla temperatura di 18,0 °C. Poi dimentica aperta al sole la tanica, che raggiunge la temperatura di 42,0 °C. Il coefficiente di dilatazione della benzina è $1,0 \times 10^{-3}$ °C⁻¹.

- ▶ Quanta benzina uscirà dalla tanica? Trascura la parte di benzina evaporata.

Suggerimento: considera anche la dilatazione della tanica di alluminio

[0,34 L]

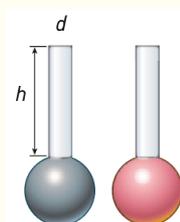
37 ★★★ Alla temperatura di 0 °C, una collana d'argento è lunga 26,9 cm e una di oro è lunga 27,0 cm.

- ▶ A quale temperatura le due collane avrebbero la stessa lunghezza?

Suggerimento: i coefficienti di dilatazione lineare dell'argento e dell'oro valgono rispettivamente 19×10^{-6} °C⁻¹ e 14×10^{-6} °C⁻¹.

[circa 8×10^2 °C]

38 ★★★ Vogliamo costruire due termometri, uno a mercurio ($\alpha_{Hg} = 1,8 \times 10^{-4}$ °C⁻¹) e uno ad alcool ($\alpha_{alcool} = 11 \times 10^{-4}$ °C⁻¹), utilizzando due capillari di vetro di forma identica. I bulbi dei due termometri vengono riempiti completamente con 8,30 mm³ di liquido ini-

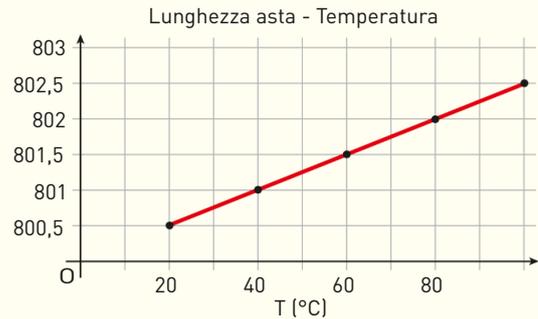


zialmente alla temperatura di 10,0 °C. I capillari hanno un diametro interno $d = 8,80 \times 10^{-3}$ cm e una lunghezza $h = 7,50$ cm.

- ▶ Trascurando la dilatazione del vetro, calcola il valore massimo che possono misurare i due termometri.

[315 °C; 59 °C]

39 ★★★ In un esperimento di laboratorio, si chiede di calcolare il coefficiente di dilatazione di una lega di alluminio, misurando la lunghezza di una barra di questo materiale a diverse temperature. Sono stati riportati nel grafico 5 punti e si è tracciata la retta migliore che interpola i punti.



- ▶ Usando il grafico ricava il coefficiente di dilatazione lineare della lega.

[31×10^{-6} °C⁻¹]

40 ★★★ Una damigiana di vetro ha una forma sferica e un'apertura del collo cilindrico di diametro interno di 4,2 cm. Viene riempita con 54,5 L di vino alla temperatura di 12 °C. Si prevede che la temperatura del vino possa arrivare fino a un massimo di 23 °C.

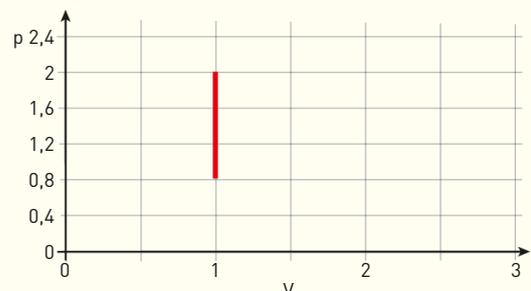
- ▶ Fino a che altezza al di sotto dell'apertura si può riempire la damigiana per essere certi che non fuoriesca del vino ($\alpha_{vino} = 220 \times 10^{-6}$ K⁻¹)?

[8,4 cm]

4 LE TRASFORMAZIONI DI UN GAS

41 Una bombola piena di gas si trova al livello del mare e viene portata in alta montagna. Quale grandezza rimane costante?

42 **IN FORMA DI GRAFICO** Considera il seguente grafico: che tipo di trasformazione descrive?



7 LA LEGGE DI BOYLE: PRESSIONE E VOLUME DI UN GAS A TEMPERATURA COSTANTE

72 Un gas rarefatto viene compresso, a temperatura costante, fino a che la sua pressione aumenta del 20,0%.

- ▶ Calcola di quanto è diminuito in percentuale il volume.

[16,7%]

8 IL GAS PERFETTO

79 Alla temperatura di 273 K e alla pressione di $1,013 \times 10^5$ Pa, la densità dell'azoto è $1,25 \text{ kg/m}^3$.

- ▶ Determina la sua densità alla temperatura di $57,0^\circ\text{C}$ e alla pressione di $1,40 \times 10^5$ Pa.

[1,43 kg/m³]

9 ATOMI E MOLECOLE

82 Una molecola di ruggine ha massa molecolare pari a 160 u e ha la seguente formula chimica: X_2O_3 , dove X è un elemento ignoto.

- ▶ Determina il nome dell'elemento ignoto.

[Fe]

83 Un certo numero di atomi di ossigeno (peso atomico 16) si combina con un atomo di zolfo per formare una molecola di peso molecolare 80.

- ▶ Quanti atomi di ossigeno servono per formare la molecola?

[3]

10 NUMERO DI AVOGADRO E QUANTITÀ DI SOSTANZA

PROBLEMA MODELLO 6 QUANTI ATOMI IN UN CUBO DI RAME?

Un lingotto di rame a forma di cubo contiene 22 moli di rame.

- ▶ Calcola la massa del cubo.
- ▶ Calcola il numero di atomi di rame che costituiscono il cubo.
- ▶ La densità del rame è $8,96 \text{ g/cm}^3$. Calcola il lato del cubo.

■ DATI

Numero di moli: $n = 22 \text{ mol}$

Densità del rame: $d = 8,96 \text{ g/cm}^3$

■ INCOGNITE

Massa del cubo di rame: $m = ?$

Numero di atomi: $N = ?$

Lato del cubo di rame: $l = ?$

L'IDEA

Ricavo dalla tavola periodica il peso di una mole di rame.

LA SOLUZIONE

Calcolo la massa del cubo, noti il numero di moli n e la massa molare M dalla tavola periodica.

Dalla tavola periodica leggo che il peso di una mole di rame è $M = 63,55 \text{ g/mol}$, quindi:

$$m = nM = 22 \text{ mol} \times 63,55 \text{ g/mol} = 1,4 \times 10^3 \text{ g} = 1,4 \text{ kg.}$$

Calcolo il numero di atomi dalla relazione fra il numero di moli e il numero di Avogadro

Il lingotto contiene quindi

$$N = nN_A = 22 \text{ mol} \times 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 1,3 \times 10^{25} \text{ atomi.}$$

Per trovare il lato del cubo, calcolo il volume conoscendo la massa del cubo e la densità del rame.

$$\text{Da } d = \frac{m}{V} \text{ ricavo } V: V = \frac{m}{d} = \frac{1,4 \text{ kg}}{8,96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ m}^3.$$

$$\text{Quindi } l = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{1,6 \times 10^{-4}} = 5,4 \times 10^{-2} \text{ m} = 5,4 \text{ cm.}$$

84 Il numero di Avogadro può essere considerato una costante tipica per tutte le sostanze? Se sì, perché?

85 **★★★** Un recipiente contiene 3,2 g di elio. Il peso atomico dell'elio è 4,0 g/mol.

► Calcola quanti atomi di elio sono contenuti nel recipiente.

[$4,8 \times 10^{23}$]

86 **★★★** In una stanza sono contenuti 32 g di ossigeno e 83 g di piombo.

► Quanti atomi di ossigeno e quanti di piombo sono presenti nella stanza?

[$1,2 \times 10^{24}$ atomi di ossigeno, $2,4 \times 10^{23}$ atomi di piombo]

11 UNA NUOVA FORMA PER L'EQUAZIONE DI STATO DEL GAS PERFETTO

PROBLEMA MODELLO 7 L'ALTEZZA DEL CILINDRO

Un cilindro provvisto di un pistone mobile a tenuta si trova al livello del mare alla pressione di 1,0 atm e alla temperatura di 25 °C. Il volume del gas contenuto in esso è $5,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

Poi il cilindro viene portato a una certa altitudine, dove la pressione vale 0,85 atm e la temperatura 12 °C.

- Calcola il numero di moli di aria contenute nel cilindro.
- Calcola il volume occupato dal cilindro quando viene portato a un'altitudine maggiore.
- Calcola la variazione percentuale di volume.

■ DATI

Volume iniziale $V_1 = 5,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 Pressione iniziale: $p_1 = 1,0 \text{ atm} = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$
 Pressione finale: $p = 0,85 \text{ atm} = 8,5 \times 10^4 \text{ Pa}$
 Temperatura iniziale: $T_1 = 25 \text{ °C} = 298 \text{ K}$
 Temperatura finale: $T = 12 \text{ °C} = 285 \text{ K}$

■ INCOGNITE

Numero di moli: $n = ?$
 Volume finale: $V = ?$
 Variazione percentuale di volume: $\frac{\Delta V}{V_1} = ?$

L'IDEA

Applichiamo l'equazione di stato dei gas perfetti allo stato iniziale (per ricavare il numero di moli) e allo stato finale (per ricavare il volume finale).

LA SOLUZIONE

Inverto l'equazione di stato del gas perfetto al livello del mare per ricavare il numero n di moli.

Da $p_1 V_1 = nRT_1$ otteniamo

$$n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{(1,0 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (5,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(8,315 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})) \times (298 \text{ K})} = 0,23 \text{ mol.}$$

Inverto l'equazione di stato del gas perfetto in altura per ricavare il volume finale V del cilindro; dai dati ottenuti ricavo la variazione percentuale di volume.

Calcoliamo il volume finale:

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{(0,23 \text{ mol}) \times (8,315 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})) \times (285 \text{ K})}{8,5 \times 10^4 \text{ Pa}} = 6,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Quindi la variazione percentuale di volume è:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{(6,4 - 5,7) \times 10^{-3} \text{ m}^3}{5,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = \frac{0,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{5,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 12\%.$$

100 ★★★ Un pallone sonda meteorologico di forma sferica contiene elio alla pressione di 120 kPa e alla temperatura di 293 K. Il diametro del pallone è di 3,65 m. Quando il pallone sale, la pressione si riduce a 65 kPa mentre la temperatura scende a 253 K.

- Qual è la variazione percentuale di volume del pallone?

[59%]

101 ★★★ Il gasolio in un motore Diesel si incendia quando viene a contatto con aria compressa nel cilindro a una temperatura di 800 °C. Il rapporto di compressione (rapporto tra il volume finale minimo e il volume iniziale massimo della camera di scoppio) è 1:20. Considera una pressione iniziale di 1,0 atm e una temperatura iniziale di 20 °C.

- Calcola la pressione che deve raggiungere l'aria nella camera di scoppio un istante prima che venga iniettato il gasolio perché quest'ultimo possa esplodere.

[73 atm]

PROBLEMI GENERALI

12 ★★★ 1,5 moli di gas perfetto, in contatto termico con una sorgente di temperatura 20 °C, vengono compresse in modo irreversibile da un volume iniziale $V_i = 40$ L a un volume finale $V_f = 4$ L.

- Calcolare la pressione iniziale del gas.

[0,90 atm]

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Farmacia, Università La Sapienza di Roma, 2007/2008)

13 ★★★ Una sbarretta di vetro lunga 30 cm viene scaldata in modo che la sua temperatura aumenti di 65 °C. Calcolare l'allungamento della sbarretta, sapendo che il coefficiente di dilatazione lineare del vetro è $\lambda = 9 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1}$.

[2×10^{-4} m]

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Scienze biologiche, Università di Genova, 2004/2005)

14 **OLIMPIADI DELLA FISICA** ★★★ Molti esperimenti di fisica moderna sono eseguiti in recipienti dove è stato prodotto un vuoto molto spinto, con pressioni dell'ordine di 10^{-8} Pa. In questo modo si realizza un ambiente molto ben pulito, dove si minimizza la possibilità di urti tra atomi, molecole, ioni o elettroni presenti nel recipiente.

- Stima il numero di molecole di gas presenti, per ogni metro cubo del recipiente, a temperatura ambiente (300 K).

Suggerimento: ricorda che $n = \frac{N}{N_A}$.
[nell'ordine di 10^{12} molecole / m³]
(Olimpiadi di fisica 2009; gara di II livello)

15 ★★★ In un cilindro, dotato di pistone scorrevole, si trova una certa quantità di gas perfetto. Il gas occupa inizialmente un volume di 36 dm³, una pressione di 1,8 bar e si trova alla temperatura di 300 K (stato A). Bloccando il pistone si scalda il gas fino a una temperatura di 650 K (stato B). In seguito si lascia espandere il gas mantenendo la temperatura costante fino a che raggiunge un determinato volume (stato C). Si blocca nuovamente il pistone e si raffredda il gas raggiungendo la pressione iniziale (stato D). Si lascia infine libero il pistone e mantenendo costante la pressione lo si riporta allo stato iniziale. Poiché lo stato finale coincide con lo stato iniziale, questa trasformazione si chiama ciclo.

- Completa la tabella.

	Stato A	Stato B	Stato C	Stato D
p (bar)	1,8			
T (K)	300	650		500
V (dm ³)	36			

- Disegna il grafico p - V del ciclo.
- Disegna il grafico p - T del ciclo.

TEST

8 Un solido di un certo materiale ha una densità uniforme di 2 g/cm³ e un volume V_0 a una temperatura di 20 °C. Il volume V del solido varia in funzione della temperatura T secondo la legge $V - V_0 = V_0 \times 0,002 \times (T - 20 \text{ °C})$. Se il solido ha una massa di 10 g, quale sarà il suo volume alla temperatura $T = 40 \text{ °C}$?

- A** 5,2 cm³
- B** 5,04 cm³
- C** 5,02 cm³
- D** 5,002 cm³

E 5,5 cm³

Test di ammissione Corso di laurea in Architettura 2012/2013

9 Un gas perfetto subisce una trasformazione in cui il volume e la pressione si riducono a 1/3 del valore iniziale. La temperatura:

- A** si riduce a 1/3 del valore iniziale.
- B** rimane costante.
- C** si riduce a 1/9 del suo valore iniziale.
- D** triplica il suo valore.

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. Il calcolo della pressione nel gas perfetto	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Grandezze macroscopiche e microscopiche</p> <p>Quali relazioni legano i fenomeni che avvengono a livello microscopico e le grandezze macroscopiche?</p>	1
	<p> IN LABORATORIO</p> <p>Modello microscopico di un gas perfetto</p> <p>Il modello microscopico di un gas perfetto rappresentato utilizzando delle palline di ferro all'interno di un cilindro di vetro.</p>	2
4. La temperatura dal punto di vista microscopico	<p> ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>Pressione e temperatura</p> <p>Gioca, misura, esercitati</p>	
7. L'energia interna	<p> ANIMAZIONE</p> <p>L'energia interna di un gas</p> <p>Si definisce l'energia interna di un gas analizzando la curva del potenziale di un gas reale.</p>	1
8. L'equazione di stato di Van der Waals per i gas reali	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Gas reale e gas perfetto</p> <p>Un semplice modello per gas perfetti e gas reali; la differenza tra i due viene definita tramite l'energia potenziale e l'energia cinetica delle particelle.</p>	1,5
	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Isoterme per un gas reale</p> <p>Isoterme di un gas reale a temperature diverse nel piano p-V.</p>	1

MAPPA INTERATTIVA

30 TEST INTERATTIVI SU **ZTE** CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»

VERSO IL CLIL

FORMULAE IN ENGLISH

AUDIO

Internal energy for a solid, a liquid or a real gas

$$U = E_{pot} + K$$

Internal energy equals the sum of the potential and kinetic energies.

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

► Briefly describe the fundamental assumptions of the kinetic theory of gases.

The kinetic theory of gases assumes that: a) a small sample of gas contains a very large number of particle (atoms/molecules); b) the particles occupy negligible volume in comparison to the container; c) the particles are hard spheres that are in continuous, rapid and random motion; d) the speeds of the particles vary from very small to very high values; e) the molecules exert no force on one another apart from when they collide; f) collisions between particles, and between particles and the container walls, are perfectly elastic; and g) collisions between particles have a very short duration.

► **What is Boltzmann's constant?**

Boltzmann's constant relates the energy at the individual particle level to temperature on the macroscopic level. It is equal to the gas constant R divided by the Avogadro constant N_A . Its value is $1.3806503 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$. These dimensions are equivalent to J/K , or energy divided by temperature. Substituting k , the ideal gas law results in a relationship between the macroscopic and microscopic levels: $pV = NkT$. The left hand side of the equation is the product of the macroscopic properties of pressure p and volume V and the right hand side is the product of the number of particles of the gas N and a quantity kT that describes the average energy of a particle of the gas in a macroscopic system with temperature T .

► **Use the kinetic theory to explain how heating a fixed volume of gas increases its pressure.**

In colliding with the walls of a container, a particle rebounds with angle of reflection equal to the angle of incidence. The component of the velocity tangential to the wall remains the same but the normal component of the velocity changes sign. This change in momentum accompanying the reflection results in a force on the surface of the container. The pressure of the gas on the container walls, the force per unit area, equals the rate of change of momentum per unit area due to the sum of the particles striking the container walls. Raising the temperature of the gas increases the mean kinetic energy of the gas particles. As the mass of the particles remains unchanged, the average velocity of the particles increases and the collision rate with the container walls increases with a consequent increase in pressure.

► **What is the internal energy of a thermodynamic system?**

The total energy of a system is the sum of all the kinetic and potential energies of its component parts. The kinetic energy is related to the motion of the particles in the system and the potential energy is related to the static electrical energy of atoms within molecules and of the static energy of chemical bonds.

► **Does a monatomic gas behave more like an ideal gas than a polyatomic gas?**

Monatomic particles more closely reflect the fundamental assumptions of the kinetic theory than the more complex polyatomic particles. Therefore, monatomic particles behave more like an ideal gas and this is actually evidenced in the specific heats of gases. For an ideal gas, the heat capacity at constant volume is constant with temperature and the specific heats of real monatomic gases, such as argon and helium, are nearly constant against temperature. However, the specific heats of real polyatomic gases such as steam and carbon dioxide increase with increasing temperature. For real gases the specific heat is related to the different ways in which the molecules store heat: translational motion, rotational motion, vibrational motion, and in the arrangement of the electrons orbiting the atomic nuclei.

► **Summarise the distinguishing macroscopic and microscopic characteristics of solids, liquids and gases.**

On the macroscopic level, the three states of matter are characterised according to their shape, compressibility and flow properties. A solid has a fixed volume and shape, is not easily compressed, and does not flow easily. A liquid takes on the shape of the part of a container that it occupies, is not easily compressed but flows easily. A gas fills the full volume of its container, is compressible and flows easily. On the microscopic level, the particles in solids have low disorder and are in contact with one another, in liquids the particles have moderate disorder and are in contact, whilst in gases the particles have high disorder and are not in contact.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

2 IL MODELLO MICROSCOPICO DEL GAS PERFETTO

PROBLEMA MODELLO 1 BOMBOLA DI ELIO

Una bombola da 10,0 L contiene 0,862 mol di elio alla pressione di $2,15 \times 10^5$ Pa.

- Qual è l'energia cinetica media delle molecole di elio contenute nella bombola?
- Calcola la temperatura dell'elio contenuto nella bombola.

■ DATI

Volume bombola: $V = 10,0 \text{ L} = 10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Moli di elio: $n = 0,862 \text{ mol}$

Pressione: $p = 2,15 \times 10^5 \text{ Pa}$

■ INCOGNITE

Energia cinetica media delle molecole: $K_{\text{media}} = ?$

Temperatura: $T = ?$

L'IDEA

Il comportamento dell'elio può essere ben schematizzato con il modello del gas perfetto, perciò possiamo applicare la formula [3] per trovare l'energia cinetica media delle molecole.

Per trovare la temperatura dell'elio possiamo utilizzare l'equazione di stato del gas perfetto.

LA SOLUZIONE

Trovo il numero di molecole di elio.

Dalla formula $N = nN_A$ ricavo:

$$N = nN_A = (0,862 \text{ mol}) \times (6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) = 5,19 \times 10^{23}.$$

Ricavo K_{media} .

Dall'espressione $p = \frac{2NK_{\text{media}}}{3V}$ si ricava

$$K_{\text{media}} = \frac{3pV}{2N} = \frac{3 \times (2,15 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{2 \times (5,19 \times 10^{23})} = 6,21 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

Ricavo T dall'equazione di stato del gas perfetto.

Dall'equazione di stato del gas perfetto si ricava

$$T = \frac{pV}{nR} = \frac{(2,15 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(0,862 \text{ mol}) \times \left(8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right)} = 300 \text{ K}.$$

3 IL CALCOLO DELLA PRESSIONE DEL GAS PERFETTO

12 Considera un gas «bidimensionale», contenuto cioè in un recipiente di altezza talmente piccola che il gas si riduce a una sorta di pellicola dello spessore di una molecola.

- Calcola la relazione tra la pressione sui bordi (intesa come forza per unità di lunghezza del bordo del re-

cipiente), l'area occupata, il numero di molecole e la loro energia cinetica.

Suggerimento: le direzioni lungo le quali possono muoversi le molecole non sono tre, ma due.

13 APPLICA I CONCETTI Per un gas perfetto a temperatura costante se il volume diminuisce la pressione aumenta.

- ▶ Giustifica questo fenomeno da un punto di vista microscopico.

18 In un forno cubico è contenuto un gas perfetto costituito da $2,02 \times 10^{22}$ molecole. La pressione e il volume del gas valgono rispettivamente $5,05 \times 10^4$ Pa e $3,38 \times 10^{-3}$ m³. Calcola:

- ▶ la forza esercitata dal gas sulla base del forno;
- ▶ l'energia cinetica media delle molecole del gas;
- ▶ l'energia cinetica totale delle molecole del gas;

- ▶ la temperatura del gas.

$$[1,14 \times 10^3 \text{ N}; 1,27 \times 10^{-20} \text{ J}; 2,57 \times 10^2 \text{ J}; 6,12 \times 10^2 \text{ K}]$$

19 La temperatura del gas del problema modello 2 viene aumentata di 750 °C, lasciando invariati il volume e il numero di moli. Determina come cambiano, in rapporto ai valori iniziali, le seguenti grandezze:

- ▶ la pressione p ;
- ▶ l'energia cinetica traslazionale media K_{media} ;
- ▶ la forza media f_{media} .

Suggerimento: non è necessario calcolare esplicitamente i nuovi valori delle grandezze, basta tenere conto della loro dipendenza, diretta o indiretta, dalla temperatura.

$$[p_{(f)} / p_{(i)} = 4; K_{\text{media}(f)} / K_{\text{media}(i)} = 4; F_{\text{media}(f)} / F_{\text{media}(i)} = 4]$$

4 LA TEMPERATURA DAL PUNTO DI VISTA MICROSCOPICO

PROBLEMA MODELLO 3 ENERGIA CINETICA MEDIA

Una bombola contiene molecole di azoto alla temperatura di 15 °C.

- ▶ Calcola l'energia cinetica media delle molecole.
- ▶ Calcola il contributo dell'energia cinetica media dovuto alla traslazione.

■ DATI

Temperatura: $t = 15$ °C

■ INCOGNITE

Energia cinetica media: $K_{\text{media}} = ?$

Energia cinetica traslazionale media: $K_{\text{media(trasl)}} = ?$

L'IDEA

Le molecole di azoto sono molecole biatomiche, quindi ogni molecola ha cinque gradi di libertà, tre di posizione e due di rotazione.

Le rotazioni della molecola non influiscono nel moto di traslazione, cioè non danno alcun contributo all'energia cinetica di traslazione, perciò possiamo calcolare quest'ultima considerando solo tre gradi di libertà per le molecole.

LA SOLUZIONE

Converto in kelvin il dato sulla temperatura.

Per poter applicare il teorema di equipartizione dell'energia, ho bisogno di conoscere il valore della temperatura espresso in kelvin:

$$T = \left(\frac{t}{^\circ\text{C}} + 273\right) \text{ K} = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K}.$$

Applico il teorema di equipartizione dell'energia a tutti i gradi di libertà.

Se considero sia il moto traslazionale che quello rotazionale le molecole di azoto hanno 5 gradi di libertà ($\ell = 5$); pertanto:

$$K_{\text{media}} = \frac{5}{2} k_B T = \frac{5}{2} \times \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \times 288 \text{ K} = 9,94 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

Applico il teorema di equipartizione dell'energia al solo moto traslazionale.

I moti traslazionali sono completamente descritti da tre valori lungo tre assi di riferimento ortogonali; pertanto in questo caso $\ell = 3$ e quindi:

$$K_{\text{media(trasl)}} = \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} \times \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \times 288 \text{ K} = 5,96 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

PER NON SBAGLIARE

- Ricordati di esprimere le temperature in K e non in °C.

5 LA VELOCITÀ QUADRATICA MEDIA

36 ★★★ Un aereo sta volando a una velocità uguale a Mach2 (corrispondente al doppio della velocità del suono). Le molecole dell'aria che lo circondano sono fondamentalmente costituite da ossigeno e azoto. La massa di una molecola di ossigeno è $5,31 \times 10^{-26}$ kg, mentre la massa di una molecola di azoto è $4,65 \times 10^{-26}$ kg.

- ▶ Calcola le temperature a cui si dovrebbero trovare l'ossigeno e l'azoto perché la loro velocità quadratica media possa avere lo stesso valore di Mach2.

Suggerimento: la velocità del suono in aria è 332 m/s.

$$[5,65 \times 10^2 \text{ K}; 4,95 \times 10^2 \text{ K}]$$

37 ★★★ Un gas monoatomico perfetto si trova a temperatura ambiente (20 °C). In una trasformazione isocora, la sua pressione passa da un valore iniziale di $4,04 \times 10^5$ Pa a un valore finale di $6,06 \times 10^5$ Pa.

- ▶ Qual è il rapporto tra le velocità quadratiche medie del gas nei due stati?

$$[0,82]$$

38 ★★★ Un gas biatomico viene scaldato dalla temperatura di 300 K alla temperatura di 400 K e, di conseguenza, la velocità quadratica media delle sue molecole aumenta di 79,9 m/s.

- ▶ Determina la massa delle molecole.
- ▶ Di quale gas si tratta?

$$[4,66 \times 10^{-26} \text{ kg} = 28,0 \text{ u}]$$

39 ★★★ Un recipiente con una parete mobile contiene 0,438 mol di elio. Inizialmente il volume del recipiente è di 5,0 L e la pressione del gas è $2,14 \times 10^5$ Pa. La parete mobile viene spostata e il volume del recipiente diventa doppio e la pressione metà della pressione iniziale. La massa di un atomo di elio è $6,65 \times 10^{-27}$ kg.

- ▶ Calcola la velocità quadratica media iniziale delle molecole di elio.
- ▶ Calcola la velocità quadratica media delle molecole di elio dopo l'espansione.

$$[1,4 \times 10^3 \text{ m/s}; 1,4 \times 10^3 \text{ m/s}]$$

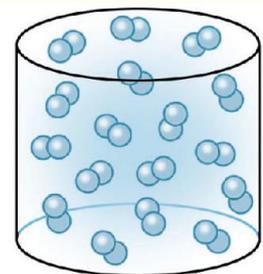
7 L'ENERGIA INTERNA

PROBLEMA MODELLO 6 ENERGIA INTERNA DI UN SISTEMA

Una recipiente contiene $4,61 \times 10^{22}$ molecole di idrogeno biatomiche H_2 che si muovono con una velocità quadratica media di $1,934 \times 10^3$ m/s. La massa di una molecola è $3,35 \times 10^{-27}$ kg.

- ▶ A che temperatura si trova il gas?
- ▶ Calcola l'energia cinetica media delle molecole.
- ▶ Calcola l'energia interna del sistema.

(Le interazioni tra le molecole sono trascurabili.)



■ DATI

Numero di molecole: $N = 4,61 \times 10^{22}$
 Velocità quadratica media: $\langle v \rangle = 1,934 \times 10^3$ m/s
 Massa di una molecola: $m = 3,35 \times 10^{-27}$ kg

■ INCOGNITE

Temperatura: $T = ?$
 Energia cinetica media: $K_{\text{media}} = ?$
 Energia interna: $U = ?$

L'IDEA

L'energia interna di un gas reale è data dalla somma dell'energia cinetica totale (pari a N volte l'energia cinetica media) e dell'energia potenziale di tutte le sue molecole: $U = K + E_{\text{pot}}$. Nel nostro caso, poiché le interazioni tra le molecole sono trascurabili, allora l'energia potenziale è nulla.

LA SOLUZIONE

Ricavo la temperatura T del gas dall'espressione della velocità media.

Inverto la $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$ per ricavare la temperatura T :

$$T = \frac{m \langle v \rangle^2}{3k_B} = \frac{(3,35 \times 10^{-27} \text{ kg}) \times \left(1,934 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{3 \times \left(1,381 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right)} = 302 \text{ K.}$$

Ricavo l'energia cinetica media K_{media} dal teorema di equipartizione dell'energia.

Calcolo $K_{\text{media}} = \frac{5}{2} k_B T$, considerando che nel caso di una molecola biatomica vale $\ell = 5$:

$$K_{\text{media}} = \frac{5}{2} k_B T = \frac{5}{2} \times \left(1,381 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \times 302 \text{ K} = 1,04 \times 10^{-20} \text{ J.}$$

Calcolo l'energia interna del sistema.

Poiché l'energia potenziale è nulla e posso considerare il gas come un gas perfetto, allora l'energia interna U è pari alla sola energia cinetica dell'insieme di molecole, cioè $U = NK_{\text{media}}$:

$$U = NK_{\text{media}} = (4,61 \times 10^{22}) \times (1,04 \times 10^{-20} \text{ J}) = 479 \text{ J.}$$

52 Una bombola che si trova a temperatura ambiente (20 °C) contiene una certa quantità di ossigeno. L'energia interna delle molecole di ossigeno vale 450 J.

- Calcola il numero delle moli di ossigeno contenute nella bombola.

[7,39 × 10⁻²]

53 Le molecole di $n = 10,0$ mol di gas perfetto hanno una massa $m = 1,18 \times 10^{-25}$ kg. Una media del modulo della quantità di moto che ogni molecola scambia, durante un urto ortogonale contro una parete del contenitore, fornisce il valore $\Delta p = 9,44 \times 10^{-23}$ kg · m/s. L'energia interna vale $U = 9,47 \times 10^4$ J.

- Stabilisci se il gas è monoatomico o biatomico.

Suggerimento: ricava l'energia cinetica traslazionale media di una molecola.

54 Un'automobile è parcheggiata su una strada di montagna in una giornata d'inverno in cui la temperatura è di -10 °C. Gli pneumatici dell'automobile sono gonfiati ad azoto alla pressione di $2,00 \times 10^5$ Pa. Il volume interno di ciascuno pneumatico è $0,113 \text{ m}^3$.

- Calcola l'energia cinetica media delle molecole di azoto.
- Qual è l'energia interna dell'azoto?

Suggerimento: trascuriamo le interazioni tra le molecole.

[9,08 × 10⁻²¹ J; 5,65 × 10⁴ J]

8 L'EQUAZIONE DI STATO DI VAN DER WAALS PER I GAS REALI

58 Che significato fisico hanno i parametri a e b che compaiono nell'equazione di stato di van der Waals per un gas reale? La pressione di un gas di van der Waals è sempre maggiore di quella di un gas perfetto nelle stesse condizioni di temperatura e volume?

59 Immagina di verificare in un laboratorio che un certo gas reale si comporta come un gas perfetto sotto certe condizioni di p , V e T .

- Se diminuisce la pressione del gas e il volume aumentano, il gas si comporta ancora come gas perfetto?

PROBLEMA MODELLO 7 EQUAZIONE DI VAN DER WAALS PER L'OSSIGENO

Dopo un'immersione un sub controlla lo stato della sua bombola di ossigeno da 5,0 L. Il manometro indica una pressione di $60,3 \times 10^5$ Pa. Nella bombola rimangono ancora 400 g di gas. I parametri di van der Waals per l'ossigeno sono $a = 135 \text{ m}^5 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$ e $b = 9,94 \times 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{kg}$.

- Calcola la temperatura con l'equazione dei gas perfetti.
- Calcola la temperatura con l'equazione di van der Waals.

■ DATI

Volume: $V = 5,0 \text{ L} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 Pressione: $p = 60,3 \times 10^5 \text{ Pa}$
 Massa ossigeno: $M = 400 \text{ g} = 0,400 \text{ kg}$
 Parametri di van der Waals:
 $a = 135 \text{ m}^5 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$
 $b = 9,94 \times 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{kg}$

■ INCOGNITE

Temperatura ricavata dall'equazione di stato dei gas perfetti: $T = ?$
 Temperatura ricavata dall'equazione di van der Waals: $T_w = ?$

L'IDEA

- L'ossigeno si presenta sotto forma di molecole biatomiche. Dalla tavola periodica ricaviamo la massa molare (moltiplichiamo per due la massa atomica dell'atomo di ossigeno e lo esprimiamo in grammi su mole).
- Per applicare l'equazione di stato dei gas perfetti dobbiamo ricavare il numero di moli di ossigeno.
- Per applicare l'equazione di van der Waals dobbiamo calcolare il volume specifico dividendo il volume occupato dal gas per la massa.

LA SOLUZIONE

Ricavo la temperatura considerando l'ossigeno un gas perfetto.

Trovo la massa molare del gas:

$$m_M = 2 \times 16,00 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 32,00 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 32,00 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

e calcolo il volume specifico:

$$V_s = \frac{V}{M} = \frac{5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{0,400 \text{ kg}} = 0,0125 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Ricavo la temperatura da $pV_s = \frac{R}{m_M} T$.

$$T = \frac{m_M p V_s}{R} = \frac{\left(32,00 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right) \times \left(60,3 \times 10^5 \text{ Pa}\right) \times \left(0,0125 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)}{\left(8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right)} = 290 \text{ K.}$$

Ricavo la temperatura considerando l'ossigeno un gas reale.

Se considero l'ossigeno un gas reale devo utilizzare l'equazione $\left(p + \frac{a}{V_s^2}\right)(V_s - b) = \frac{R}{m_M} T_w$ per ricavare la temperatura:

$$\begin{aligned} T_w &= \frac{m_M}{R} \left(p + \frac{a}{V_s^2}\right)(V_s - b) = \\ &= \frac{32,00 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{\left(8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right)} \times \left[\left(60,3 \times 10^5 \text{ Pa}\right) + \frac{135 \text{ m}^5 / \text{kg} \cdot \text{s}^2}{\left(0,0125 \text{ m}^3 / \text{kg}\right)^2} \right] \times \left[\left(0,0125 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right) - \left(9,94 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right) \right] = 305 \text{ K.} \end{aligned}$$

- 61** ★★★ Un'automobile a metano ha un serbatoio da 85 L che riesce a contenere 14 kg di gas metano CH₄ a una pressione di 220×10^5 Pa.
- ▶ Calcola la temperatura con l'equazione di stato dei gas perfetti.
 - ▶ Calcola la temperatura con l'equazione di van der Waals.
- [258 K; 302 K]

- 62** ★★★ Un gas di van der Waals è alla temperatura $T = 964$ K e alla pressione $p = 1,00 \times 10^7$ Pa. La sua massa molare è

- $m_{mol} = 28$ g/mol e il suo volume specifico $V_s = 3 \times 10^{-2}$ m³/kg. La correzione della pressione, introdotta mediante il coefficiente a dell'equazione di van der Waals, è trascurabile.
- ▶ Calcola il covolume b .
- [1×10^{-3} m³/kg]

- 63** ★★★ Un recipiente di volume $V = 1,5$ L contiene 2,5 g di un gas di van der Waals, di massa molare $m_{mol} = 44 \times 10^{-3}$ kg/mol, alla temperatura $t = 46$ °C e alla pressione $p = 1,0 \times 10^5$ Pa. Trascuriamo il covolume b delle molecole.
- ▶ Calcola il coefficiente a che compare nell'equazione di van der Waals.
- [$1,8 \times 10^2$ m⁵/(kg · s²)]

PROBLEMI GENERALI

- 11** ★★★ Un recipiente che contiene 0,291 mol di argon viene riscaldato portando la temperatura del gas da 290 K a 315 K. Considera il gas come un gas perfetto.
- ▶ Calcola l'energia interna del gas prima di essere riscaldato.
 - ▶ L'aumento di temperatura fa aumentare o diminuire l'energia interna?
 - ▶ Calcola la percentuale di variazione dell'energia interna.
- [$1,05 \times 10^3$ J; 8,64%]

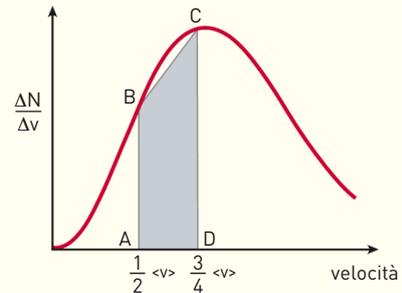
- 12** ★★★ Il monossido di carbonio (CO) è un gas molto pericoloso che viene prodotto da una combustione incompleta in carenza di ossigeno. Anche una caldaia di casa può svilupparlo se non è ben ventilata ed efficiente, per questo è molto importante la manutenzione degli impianti di scarico e ventilazione. Una certa quantità di monossido di carbonio è alla temperatura di 313 K.
- ▶ Calcola la velocità quadratica media delle molecole.
- Suggerimento:** consulta la tavola periodica alla fine del libro per calcolare la massa di una molecola di CO.
- [528 m/s]

- 13** ★★★ Una certa quantità di gas perfetto è costituita da molecole formate da un solo atomo. Il numero di molecole è pari a $4,20 \times 10^{23}$ e la temperatura del gas è di 350 K.
- ▶ Qual è il valore dell'energia interna del gas?
- Ora supponiamo che il gas non possa essere considerato un gas perfetto, ma debba essere trattato come un gas reale. L'energia potenziale, che è negativa, ha un valore numerico uguale al 2,6% dell'energia cinetica totale.
- ▶ Qual è il nuovo valore dell'energia interna del gas?
- [3,04 kJ; 2,96 kJ]

- 14** ★★★ Tre moli di idrogeno, di massa molare $m_{mol} = 2,016 \times 10^{-3}$ kg/mol, si trovano alla pressione $p = 6,500 \times 10^5$ Pa e occupano un volume $V = 2,000$ L. L'energia interna di n moli di gas di van der Waals biato-

- mico è data dalla formula
- $$U = n \left(\frac{5}{2} RT - m_{mol} \frac{a}{V_s} \right) + \text{cost.}$$
- ▶ Calcola, a meno della costante additiva, l'energia interna del gas.
- [$3,28 \times 10^3$ J]

- 15** ★★★ La figura che segue mostra la forma della curva di Maxwell per un certo gas perfetto che contiene N molecole.
- ▶ Calcola con buona approssimazione, la percentuale di molecole del gas che hanno un modulo della velocità compreso tra $\frac{1}{2} \langle v \rangle$ e $\frac{3}{4} \langle v \rangle$.



[Circa 21%]

- 16** ★★★ Una bombola contiene N atomi di elio, ciascuno di massa $6,7 \times 10^{-27}$ kg, alla temperatura $t = 27$ °C.
- ▶ Calcola il valore massimo assunto dalla curva di Maxwell e la corrispondente velocità.
- L'elio viene trasferito in un sistema criogenico e portato alla temperatura di 20 K. Ripeti i calcoli e verifica che:
- ▶ il valore massimo della curva è aumentato al diminuire della temperatura, mentre la corrispondente velocità è diminuita;
 - ▶ il prodotto fra il valore massimo della curva e la velocità corrispondente, che non dipende dalla temperatura, è uguale a $\frac{4N}{e\sqrt{\pi}}$.
- $y_{max}(27\text{ °C}) = N \times 7,5 \times 10^{-4}$ s/m; $v_{max}(27\text{ °C}) = 1,1 \times 10^3$ m/s;
 $y_{max}(20\text{ K}) = N \times 2,9 \times 10^{-3}$ s/m; $v_{max}(20\text{ K}) = 2,9 \times 10^2$ m/s]

17 **★★★** Un recipiente di volume $V = 8,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ contiene $n = 19,1$ mol di un gas reale la cui massa molare è $m_{mol} = 44 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Alla temperatura $T_1 = 310 \text{ K}$, la pressione del gas vale $p_1 = 4,61 \times 10^6 \text{ Pa}$; raddoppiando la temperatura, la pressione diventa $p_2 = 1,11 \times 10^7 \text{ Pa}$.

► Calcola i coefficienti a e b dell'equazione di van der Waals.

Suggerimento: applicando due volte l'equazione di van der Waals, ottieni un sistema di due equazioni nelle due incognite a e b .

$$[1,9 \times 10^4 \text{ m}^5/(\text{kg} \cdot \text{s}^2); 9,7 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}]$$

18 **★★★** Un recipiente cubico, di volume $V_1 = 27,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, contiene un gas perfetto biatomico alla temperatura $t_1 = -173 \text{ }^\circ\text{C}$. L'energia interna del gas è $U = 8,31 \times 10^3 \text{ J}$. Calcola:

- la pressione p ;
- l'energia cinetica traslazionale media K_{media} ;
- la forza media f_{media} esercitata da una molecola;
- la forza complessiva F esercitata su una delle pareti del contenitore.

Il gas subisce una trasformazione isòbara che lo porta alla temperatura $t_2 = 527 \text{ }^\circ\text{C}$.

- Come varia, in rapporto ai valori iniziali, ciascuna delle precedenti grandezze?

$$[1,23 \times 10^5 \text{ Pa}; 2,07 \times 10^{-21} \text{ J}; 1,38 \times 10^{-20} \text{ N}; 1,11 \times 10^4 \text{ N}; p_{(f)}/p_{(i)} = 1; K_{trasl.(f)}/K_{trasl.(i)} = 8; f_{media(f)}/f_{media(i)} = 4; F_{(f)}/F_{(i)} = 4]$$

19 **★★★** Considera i dati del problema precedente. Ogni molecola ha massa $m = 5,31 \times 10^{-26} \text{ kg}$. Calcola quanto valgono, prima e dopo la trasformazione isòbara;

- la velocità $\langle v \rangle$;
- l'intervallo di tempo Δt tra due urti successivi su una parete, da parte di una molecola che si muove perpendicolarmente a essa;
- il modulo Δp della quantità di moto scambiata nell'urto.

$$[2,79 \times 10^2 \text{ m/s}; 7,90 \times 10^2 \text{ m/s}; 2,15 \times 10^{-3} \text{ s}; 1,52 \times 10^{-3} \text{ s}; 2,97 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}; 8,39 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}]$$

20 **★★★** In un contenitore di volume $V = 1,000 \text{ L}$ si trovano $1,000 \text{ g}$ di idrogeno molecolare.

- Calcola la pressione dell'idrogeno alla temperatura $T_1 = 50,00 \text{ K}$.
- Dimostra che la pressione così trovata è minore di quella che si otterrebbe dall'equazione di stato dei gas perfetti.

$$[p_{vdW}(50,00 \text{ K}) = 2,03 \times 10^5 \text{ Pa}; p_{perf}(50,00 \text{ K}) = 2,06 \times 10^5 \text{ Pa}]$$

21 **★★★** Considera i dati del problema precedente.

- Calcola la pressione dell'idrogeno alla temperatura $T_2 = 150,0 \text{ K}$.
- Dimostra che, al contrario del caso precedente, la pressione risulta maggiore di quella che si otterrebbe trattando l'idrogeno come un gas perfetto.

$$[\text{gas van der Waals: } 6,23 \times 10^5 \text{ Pa}; \text{gas perfetto: } 6,17 \times 10^5 \text{ Pa}]$$

TEST

10 Ideal gas of n mol is in a thermal equilibrium state with volume V , pressure p , and absolute temperature T . Choose the unsuitable one from the following A-D:

- A T is proportional to p at constant V and n .
- B T is proportional to V at constant p and n .
- C T is proportional to n at constant p and V .
- D Internal energy of ideal gas is proportional to n at constant p , V , and T .

Examination for Japanese University Admission for International Students

11 A table with metal legs and a wooden top is inside a room with a temperature of about $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Which statement explains why the metal legs feel colder than the wooden top?

- A The heat capacity of the metal legs is lower than the wooden top.
- B The metal has a lower temperature than the wooden top.
- C The metal conducts heat better than wood.

D The molecules move faster in metal than in wood.

Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009

12 Il fattore $1/3$ che compare nell'espressione della pressione del gas perfetto è dovuto al fatto che:

- A soltanto una parte delle molecole urta contro la parete presa in considerazione.
- B per ogni molecola che possiede una velocità positiva ce n'è una che possiede una velocità negativa.
- C la direzione e il verso delle velocità delle molecole sono casuali e ugualmente distribuiti in tutte e tre le direzioni dello spazio.
- D vale il terzo principio della dinamica durante l'urto fra le molecole e le pareti del contenitore.

13 Quali delle seguenti affermazioni che riguardano la velocità quadratica media sono corrette? Più di una risposta è giusta.

- A A T costante, la velocità quadratica media aumenta all'aumentare della massa.

- B** A T costante, la velocità quadratica media diminuisce all'aumentare della massa.
- C** La velocità quadratica media è indipendente dalla temperatura.
- D** La velocità quadratica media aumenta all'aumentare della temperatura.
- E** La velocità quadratica media diminuisce all'aumentare della temperatura.
- 14** In quale situazione l'energia interna di un sistema di molecole risulta positiva?
- A** Quando l'energia cinetica è uguale al modulo dell'energia potenziale.
- B** Quando l'energia cinetica è minore del modulo dell'energia potenziale.
- C** Quando l'energia cinetica è maggiore del modulo dell'energia potenziale.
- D** L'energia cinetica è sempre negativa.
- 15** In un gas reale:
- A** l'energia potenziale è nulla.
- B** l'energia interna si ottiene facendo la somma delle energie potenziali di tutte le molecole.
- C** le forze intermolecolari sono nulle.
- D** gli urti avvengono sia con le pareti del recipiente che con le molecole vicine.
- 16** Considera un primo sistema fisico costituito dall'acqua contenuta in un bicchiere e un secondo sistema formato dall'aria contenuta in una stanza chiusa. Quale dei due ha un'energia interna minore?
- A** Il primo.
- B** Il secondo.
- C** Hanno la stessa energia interna.
- D** Non si può rispondere se non sono noti i volumi e le masse dei due sistemi.

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
1. Lavoro, energia interna e calore	<p> ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>La macchina di Joule Gioca, misura, esercitati</p>	
4. Conduzione e convezione	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Conduzione nei metalli Come si diffonde il calore in una sbarretta metallica riscaldata a un'estremità?</p>	1
	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Convezione Confrontando una pentola d'acqua riscaldata dall'alto con una riscaldata dal basso, si spiega il ruolo delle correnti convettive nella propagazione del calore in un fluido.</p>	1
5. L'irraggiamento	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Irraggiamento Rappresentazione della trasmissione di calore per irraggiamento dal Sole alla Terra.</p>	1
	<p> IN LABORATORIO</p> <p>Calore dei raggi solari Focalizzando i raggi solari con uno specchio concavo, si verifica che essi trasportano calore per irraggiamento e aumentano la temperatura nella regione in cui convergono.</p>	2
6. L'effetto serra	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Effetto serra Partendo dal funzionamento di una serra da giardino si spiega l'effetto serra che riscalda il nostro pianeta.</p>	1
7. Passaggi tra stati di aggregazione	<p> ANIMAZIONE</p> <p>I passaggi tra stati di aggregazione Si descrivono i tre stati di aggregazione della materia utilizzando l'acqua come esempio, e si trattano i passaggi di stato dal punto di vista energetico.</p>	1,5
8. Fusione e solidificazione	<p> FILM</p> <p>I cambiamenti di stato sulla ISS La sezione 2 del film <i>La materia e lo spazio</i> dell'ESA (www.esa.int) descrive i cambiamenti di stato a terra e sulla Stazione Spaziale Internazionale</p>	10
9. La vaporizzazione e la condensazione	<p> ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>Acqua che cambia stato Gioca, misura, esercitati</p>	
10. Il vapore saturo e la sua pressione	<p> IN LABORATORIO</p> <p>Ebollizione dell'acqua nel vuoto Si può far bollire l'acqua a temperatura ambiente? Basta una pompa a vuoto!</p>	2
11. La condensazione e la temperatura critica	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Il diagramma di fase Una spiegazione animata del diagramma di fase, dove si evidenziano le diverse aree del grafico seguendo lo sviluppo della transizione di fase.</p>	2



VERSO IL CLIL

🇬🇧 FORMULAE IN ENGLISH

🔊 AUDIO

Heat capacity (or thermal capacity)	$C = \frac{Q}{\Delta T}$	Thermal capacity equals the ratio of the heat absorbed to the change in temperature.
Heat capacity given specific heat capacity	$C = cm$	The heat capacity of a substance equals the specific heat capacity of the substance c multiplied by its mass m .
Heat variation during a thermal process	$Q = cm\Delta T$	The amount of heat transferred to a substance equals the product of its specific heat c , its mass m and its temperature change ΔT .
Equilibrium temperature	$T_e = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$	The equilibrium temperature equals the sum of the products of the thermal capacity and the temperature for each material all divided by the sum of the thermal capacities for all the materials.
Thermal conductivity	$\frac{Q}{\Delta t} = \lambda_c S \frac{\Delta T}{d}$	The ratio of the heat exchanged to the time interval equals the product of the thermal conductivity, the surface area, and the ratio of the temperature difference to the thickness.
Stefan-Boltzmann's law	$\frac{\Delta E}{\Delta t} = ezAT^4$	The energy irradiated by a black body radiator over time equals the product of the emissivity of the object e , Stefan's constant z , the radiating area A and the fourth power of the absolute temperature T .
Heat in a melting process	$Q = L_f m$	The heat required to melt a material equals the latent heat of fusion of the material multiplied by its mass.
Energy in a melting process	$\Delta \mathcal{E}_f = L_f m$	The energy needed to melt a material equals the latent heat of fusion of the material multiplied by its mass.
Energy in a solidification process	$\Delta \mathcal{E}_f = -L_f m$	The energy released in freezing equals minus the latent heat of fusion of the material multiplied by its mass.
Energy in a vaporization process	$\Delta \mathcal{E}_v = L_v \cdot m$	The energy needed to vaporise a material equals the latent heat of vaporisation of the material multiplied by its mass.
Energy in a condensation process	$\Delta \mathcal{E}_v = -L_v \cdot m$	The energy released in condensation equals minus the latent heat of vaporisation of the material multiplied by its mass.

🇬🇧 QUESTIONS AND ANSWERS

🔊 AUDIO

- Is the specific heat capacity of a substance an extensive property?

No. Heat capacity, the ratio of the amount of heat energy absorbed by a substance to its temperature change, is an extensive physical property that depends on the amount of substance in a system. Specific heat capacity, often simply called specific heat, is the amount of heat required to raise the temperature of 1 g of a particular substance by one kelvin and is an intensive property i.e. an intrinsic characteristic of that substance.

- Identify and briefly describe the three main mechanisms of heat transfer.

The three main mechanisms of heat transfer are conduction, convection and radiation. *Conduction* (also known as diffusion) is the direct transfer of kinetic energy between particles at the contact boundary of two bodies or systems. *Convection* is the transport of heat in the body of a gas or liquid under the action of an externally applied force, or by gravitational or buoyancy forces. *Radiation* is the transfer of energy through any transparent medium – a solid or fluid, but may also occur across a vacuum (as when the Sun heats the Earth) – by means of electromagnetic waves.

🇬🇧 QUESTIONS AND ANSWERS

🔊 AUDIO

- ▶ Give three examples of large-scale convection processes on Earth.

On Earth, convection is a heat transfer mechanism that occurs through the bulk motion of fluids mainly under the influence of Earth's gravity. Convection plays a key role in atmospheric circulation, oceanic circulation and mantle convection. *Atmospheric circulation* is the large-scale movement of air and the main mechanism through which thermal energy is distributed on the surface of the Earth. It is caused by latitudinal variations in incident solar radiation (a minimum at the poles and a maximum at the Equator) and longitudinal variations in the amount of heat imparted to air when over land or sea. *Oceanic circulation* is the bulk movement of warm water, heated by solar radiation, from the Equator towards the poles. *Mantle convection* is the slow movement of the Earth's mantle that carries heat from the interior of the Earth to the surface.

- ▶ Where does the energy for life on Earth come from?

Although hydrothermal vents on the Earth's ocean floors provide a source of energy for some life forms, the vast majority of the energy required to support life on Earth comes directly from the Sun. The energy from this shortwave solar radiation in the visible (VIS), near-ultraviolet (UV), and near-infrared (NIR) is referred to as insolation, which is defined as the energy received on a given surface area during a given time and is measured in joules per square millimetre. Insolation can be either direct or diffuse depending on whether it has been affected by atmospheric scattering.

- ▶ What is the main reason why steam is used in industrial heating systems rather than hot water?

To effect a change of state, from ice into water or from water into steam (water vapour), heat has to be supplied to overcome the molecular forces between the water molecules. Melting and boiling are therefore endothermic processes, and the reverse processes, condensing and freezing, are exothermic processes. The heat absorbed in boiling or released in condensation is called the latent heat of vapourisation, which is 2,257 kJ/kg for water. Steam heating systems deliver heat by the condensation of steam into liquid in a heat exchanger which releases 2,257 kJ per litre of water in comparison to 167.44 kJ for a litre of water that cools from 80 °C to 40 °C. Therefore, steam is preferred in industrial heating systems as a lot more water would have to be pumped around the system to achieve the equivalent heating effect as steam.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 LAVORO, CALORE E TEMPERATURA

PROBLEMA MODELLO 1 ENERGIA ASSORBITA DAL FRULLATORE

Un litro di brodo alla temperatura di 20 °C viene messo nel frullatore. Il brodo è assimilabile all'acqua e il frullatore fornisce al brodo una potenza di 200 W.

- ▶ Quanto lavoro è necessario per fare aumentare la temperatura del brodo a 21 °C?
- ▶ Per quanto tempo è necessario azionare il frullatore?

■ DATI

Temperatura iniziale $T_i = 20\text{ °C}$

Temperatura finale $T_f = 21\text{ °C}$

Potenza erogata $P = 200\text{ W}$

■ INCOGNITE

Lavoro $W=?$

Intervallo di tempo $\Delta t=?$

L'IDEA

Per l'esperimento di Joule, l'energia assorbita responsabile della variazione di temperatura è uguale al lavoro compiuto dal frullatore. Dalla relazione fra potenza e lavoro, calcolo l'intervallo di tempo necessario.

LA SOLUZIONE

Calcolo il calore assorbito come $\Delta\mathcal{E} = m c \Delta T$.

Poiché considero il brodo come se fosse acqua, allora 1 L = 1 kg.

Dato che $\Delta\mathcal{E} = 1^\circ\text{C} = 1\text{ K}$, allora:

$$\Delta\mathcal{E} = c m \Delta T = 4186 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times 1 \text{ kg} \times 1 \text{ K} = 4 \times 10^3 \text{ J};$$

questa quantità corrisponde al lavoro W necessario per arrivare alla temperatura cercata.

Determino il tempo impiegato come $t = \frac{W}{P}$.

Posso ricavare il tempo dall'espressione $W = Pt$ ricordando che il lavoro W compiuto dal sistema è pari all'energia assorbita dal brodo; pertanto

$$t = \frac{W}{P} = \frac{\Delta\mathcal{E}}{P} = \frac{4 \times 10^3 \text{ J}}{200 \text{ W}} = 2 \times 10 \text{ s}.$$

PER NON SBAGLIARE

- L'unità di misura del calore specifico può essere espressa anche come $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

7 **★★★** Una bottiglia di latte da 1,0 L, alla temperatura di $5,0^\circ\text{C}$, viene messa nel forno a microonde finché la temperatura arriva a 40°C . Il riscaldamento del latte può essere considerato analogo a quello dell'acqua, mentre quello della bottiglia è trascurabile.

- ▶ Quanto lavoro meccanico bisognerebbe compiere con un mulinello per avere lo stesso aumento di temperatura?

[$1,5 \times 10^3 \text{ J}$]

8 **★★★** In un mulinello di Joule, i due pesi vengono fatti scendere 10 volte, per un tratto sempre uguale. Nel mulinello c'è 1,0 kg di acqua e la massa di ciascun peso è di 12 kg;

vogliamo fare aumentare la temperatura dell'acqua di $0,50^\circ\text{C}$.

- ▶ Quanto deve misurare il dislivello percorso dai due pesi?

[0,89 m]

9 **★★★** Una pentola che contiene 2,0 L d'acqua alla temperatura di 20°C viene posta su un fornello elettrico, di potenza 600 W. Tutta la quantità di calore fornita dal fornello è assorbita dall'acqua.

- ▶ Dopo quanto tempo l'acqua raggiunge la temperatura di 100°C ?

[19 min]

2 LA MISURAZIONE DEL CALORE

14 Un buon calorimetro ha pareti ben isolate con il vuoto o con il polistirolo espanso per evitare dispersioni termiche nell'ambiente esterno. Il suo calore specifico deve essere piccolo o grande?

17 **★★★** Un calorimetro contiene 300 g di acqua alla temperatura di $20,0^\circ\text{C}$ e ha una capacità termica di $70,0 \text{ J}/^\circ\text{C}$. Al suo interno viene introdotto un disco di piombo di massa pari a 30,0 g che è stato riscaldato e si trova alla temperatura di 100°C .

- ▶ Calcola la temperatura di equilibrio del sistema formato dall'acqua, dal calorimetro e dal pezzo di piombo.

Suggerimento: questa volta una parte del calore viene assorbita anche dal calorimetro.

[$20,2^\circ\text{C}$]

18 **★★★** Un thermos contiene 400 g di acqua alla temperatura di $30,0^\circ\text{C}$. Al suo interno vengono contemporaneamente inseriti due oggetti, entrambi alla temperatura di $95,0^\circ\text{C}$:

un cilindro di alluminio che ha massa di 50,0 g e un disco d'argento, di massa 80,0 g.

► Quanto vale la temperatura di equilibrio?

[32,4 °C]

19 Un oggetto di ottone ($c = 380 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$) di 400 g ha una temperatura di 180 °C. Viene introdotto in un calorimetro che contiene 2,0 L di acqua alla temperatura di 20 °C. La massa equivalente in acqua del calorimetro è di 0,030 kg.

► Calcola la temperatura di equilibrio.

[23 °C]

3 LE SORGENTI DI CALORE E IL POTERE CALORIFICO

PROBLEMA MODELLO 3 RISCALDARE LA PISCINA

Una piscina semi-olimpionica ha le seguenti dimensioni: lunghezza 25 m, larghezza 12 m e altezza media 1,5 m. La piscina è riempita per $2/3$ di acqua a 18 °C. Si vuole riscaldare l'acqua fino a 28 °C con una caldaia a metano.

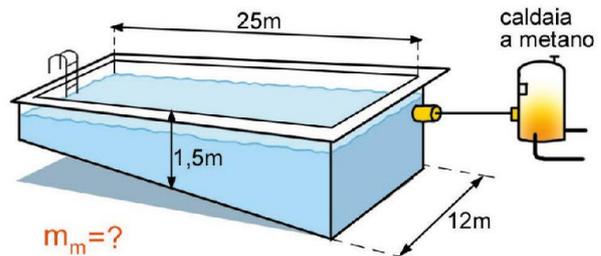
► Calcola la quantità di metano necessaria sapendo che l'efficienza della caldaia è del 66%.

■ DATI

Lunghezza piscina: $L = 50 \text{ m}$
 Larghezza piscina: $l = 12 \text{ m}$
 Altezza media: $h = 1,5 \text{ m}$
 Temperatura iniziale acqua: $T_1 = 18 \text{ °C}$
 Temperatura finale acqua: $T_2 = 28 \text{ °C}$
 Volume acqua: $V_A = 2/3 V_p$
 Efficienza caldaia: $\eta = 66\%$
 Potere calorifico metano: $P_{CM} = 0,50 \times 10^8 \text{ J/kg}$

■ INCOGNITE

Massa metano: $m_M = ?$



L'IDEA

Dalla relazione fra calore assorbito e variazione di temperatura ricavo la quantità di calore necessaria per riscaldare l'acqua della piscina.

Dalla definizione di potere calorifico $P_c = \frac{\Delta E}{m}$ ricavo la massa di metano da bruciare; devo tenere conto dell'efficienza della caldaia, cioè del fatto che solo una quantità pari a η del calore prodotto viene effettivamente sfruttato per riscaldare la piscina.

LA SOLUZIONE

Determino la massa di acqua che deve essere riscaldata dalla caldaia.

Il volume totale della piscina è: $V_p = Llh = (25 \text{ m}) \times (12 \text{ m}) \times (1,5 \text{ m}) = 4,5 \times 10^2 \text{ m}^3$.

Il volume dell'acqua contenuta nella piscina è: $V_A = \frac{2}{3} V_p = \frac{2}{3} \times (4,5 \times 10^2 \text{ m}^3) = 3,0 \times 10^2 \text{ m}^3$;

ne calcolo la massa:

$$m_A = V_A d_A = (3,0 \times 10^2 \text{ m}^3) \times (1000 \text{ kg/m}^3) = 3,0 \times 10^5 \text{ kg}.$$

Calcolo la quantità di calore necessaria per aumentare la temperatura come richiesto.

La quantità di calore necessaria per riscaldare la massa di acqua come richiesto è:

$$Q = c_A m_A (T_2 - T_1) = (4186 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})) \times (3,0 \times 10^5 \text{ kg}) \times (10 \text{ °C}) = 1,26 \times 10^{10} \text{ J}.$$

Calcolo il calore necessario alla luce dell'efficienza della caldaia.

Poiché la caldaia ha un'efficienza del 66%, il calore totale che deve essere prodotto dalla caldaia sarà maggiore di quello calcolato, cioè:

$$Q_{tot} = \frac{Q}{\eta} = \frac{1,26 \times 10^{10} \text{ J}}{0,66} = 1,9 \times 10^{10} \text{ J}.$$

Dalla formula del potere calorifico ricavo la massa m_M di metano da bruciare.

Dunque la massa di metano da bruciare ammonta a:

$$m_M = \frac{Q_{tot}}{P_{CM}} = \frac{1,9 \times 10^{10} \text{ J}}{0,50 \times 10^8 \text{ J/kg}} = 3,8 \times 10^2 \text{ kg}$$

4 CONDUZIONE E CONVEZIONE

- 31 Perché negli chalet di montagna le pareti sono spesso rivestite in legno?
- 32 Perché i doppi vetri d'inverno aiutano a mantenere caldo l'interno delle abitazioni?
- 33 Perché i Tuareg indossano indumenti di lana? E perché usano spesso tuniche di colore scuro invece che bianche?
- 35 ******* Marina ha comprato 1 kg di gelato artigianale contenuto in una confezione di plastica rigida. La temperatura del banco freezer dei gelati è di -20°C . Lo spessore delle pareti del contenitore è di 4,0 mm, l'area del contenitore è di $4,5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, il coefficiente di conducibilità termica della plastica è di $2,5 \times 10^{-2} \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$. Marina paga il gelato e si dirige a casa. La temperatura esterna è di 25°C e il calore totale necessario per fondere il gelato è di $4,3 \times 10^5 \text{ J}$.
▶ Quanto tempo impiega il gelato a sciogliersi completamente? Esprimi il risultato in ore.
[9,4 h]

- 36 ******* Una quantità di calore pari a 125 kJ si propaga attraverso una lastra d'argento ($\lambda = 430 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$) che ha una superficie di 50 cm^2 e uno spessore di 5,0 cm. Una faccia della lastra si trova alla temperatura di 23°C e l'altra faccia a una temperatura di 52°C .
▶ Calcola in quanto tempo si ha questo flusso di calore.
[$1,0 \times 10^2 \text{ s}$]
- 37 ******* Una lastra di rame spessa 4,0 cm ha una superficie di 2350 cm^2 . La differenza di temperatura tra le facce è di 23°C .
▶ Calcola la quantità di calore che di trasmette in 1,0 min.
▶ Calcola la potenza assorbita dalla lastra nel processo di conduzione.
[$3,2 \times 10^6 \text{ J}$; 53 kW]

5 L'IRRAGGIAMENTO

- 41 Perché non ti scotti dietro una finestra di vetro esposta al Sole?
- 42 "Tutti i corpi emettono e assorbono contemporanea-

mente radiazioni elettromagnetiche, dunque se un corpo ha una temperatura costante e uguale alla temperatura dell'ambiente esterno non viene assorbita né irraggiata alcuna quantità di energia." Dov'è l'errore in questa frase?

PROBLEMA MODELLO 5 LA TEMPERATURA SUPERFICIALE DEL SOLE

L'energia emessa dal Sole arriva sulla Terra sotto forma di onde elettromagnetiche. La potenza che arriva, appena fuori dall'atmosfera, viene chiamata *costante solare* e vale 1367 W/m^2 .

- ▶ Considera il Sole un corpo nero e calcola con la legge di Stefan-Boltzmann la temperatura sulla superficie del Sole.

■ **DATI**

Distanza media Sole-Terra: $D = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$
 Emissività: $e = 1$ (Sole come corpo nero)
 Raggio medio del Sole: $R = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
 Costante di Stefan Boltzmann:
 $z = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J/(s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$
 Costante solare: $k = 1367 \text{ W/m}^2$

■ **INCOGNITE**

Temperatura superficiale del Sole: $T_s = ?$

L'IDEA

Dalla costante solare, ricavo la potenza emessa dal Sole, considerando una sfera con centro nel Sole e raggio uguale alla distanza media Sole-Terra (trascuro il raggio della Terra rispetto alla distanza Terra-Sole.)
 Dalla potenza complessiva emessa dal Sole, ricavo la temperatura superficiale tramite la legge di Stefan-Boltzmann.

LA SOLUZIONE

Calcolo la superficie della sfera con centro nel Sole e raggio uguale alla distanza media Terra-Sole.

La superficie della sfera con centro nel Sole vale:

$$A = 4 \pi D^2 = 4 \pi (1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2 = 2,81 \times 10^{23} \text{ m}^2.$$

Calcolo la potenza emessa dal Sole e la sua superficie.

La potenza del Sole è:

$$P_S = Ak = (2,8 \times 10^{23} \text{ m}^2) \times \left(1367 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right) = 3,8 \times 10^{26} \text{ W}.$$

Calcolo la superficie del Sole:

$$S = 4 \pi R^2 = 4 \pi (6,96 \times 10^8 \text{ m})^2 = 6,08 \times 10^{18} \text{ m}^2.$$

Dalla legge di Stefan-Boltzmann calcolo la temperatura superficiale del Sole.

Applicando la legge di Stefan-Boltzmann ricavo

$$T_S = \sqrt[4]{\frac{P_S}{e z S}} = \sqrt[4]{\frac{3,8 \times 10^{26} \text{ W}}{(5,67 \times 10^{-8} \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4)) \times (6,08 \times 10^{18} \text{ m}^2)}} = 5,8 \times 10^3 \text{ K}.$$

PER NON SBAGLIARE

L'attività del Sole non è costante nel tempo, quindi la potenza emessa è un valore medio.

44 **★★★** Un phon emette una potenza di 800 W. Le resistenze interne sono approssimabili con un cilindro di diametro 0,6 cm e lunghezza 30 cm.

- ▶ Stima l'ordine di grandezza della temperatura delle sue resistenze quando il phon è acceso (considera $e = 0,30$).
- ▶ Di che colore diventano le resistenze?

[circa 1430 °C]

- ▶ Quanta energia è stata utilizzata per scaldare la lastra?
- ▶ Qual è il rapporto tra le energie emesse nell'unità di tempo dopo e prima del riscaldamento?

[18,3 kJ; 1,91]

45 **★★★** Una lastra di alluminio ha forma quadrata, di lato 35,0 cm; la sua massa è di 400 g. Si trova inizialmente a temperatura di 290 K e viene riscaldata fino a 341 K. Trascuriamo la dilatazione termica dell'alluminio.

46 **★★★** Un contenitore considerato come un corpo nero ha la forma di un cubo di lato 10 cm e si trova a temperatura ambiente (25 °C), insieme a una lampadina da 100 W.

- ▶ Quanto tempo impiega il contenitore a emettere la stessa quantità di energia emessa dalla lampadina in 1,0 h?

[1,3 × 10⁴ s]

6 L'EFFETTO SERRA

PROBLEMA MODELLO 6 ENERGIA PRODOTTA DA UN PANNELLO SOLARE

Una serie di pannelli solari sono installati sul tetto di un'abitazione in una località del centro Italia. La loro superficie complessiva è di 10 m². L'intensità della radiazione solare che raggiunge la superficie terrestre è in media di 1000 W/m² in estate e di 200 W/m² in inverno.

Considera un tempo medio giornaliero di insolazione estiva pari a 9,0 h, e un tempo medio giornaliero di insolazione invernale pari a 6,0 ore.

I pannelli hanno un'efficienza del 53%. Trascura l'inclinazione media della superficie dei pannelli rispetto ai raggi solari.

► Calcola l'energia giornaliera media fornita in estate e in inverno.

■ DATI

Superficie: $S = 10 \text{ m}^2$

costante solare media estiva: $k_e = 1000 \text{ W/m}^2$

costante solare media invernale: $k_i = 200 \text{ W/m}^2$

efficienza: $\eta = 53\%$

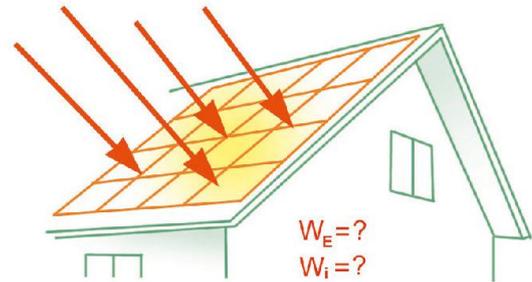
tempo medio stimato di insolazione estiva: $t_E = 9,0 \text{ h}$

tempo medio stimato di insolazione invernale: $t_I = 6,0 \text{ h}$

■ INCOGNITE

Energia media giornaliera estiva: $W_E = ?$

Energia media giornaliera invernale: $W_I = ?$



L'IDEA

La costante solare indica l'intensità della radiazione solare che arriva per metro quadrato e per secondo. L'efficienza indica quale percentuale di energia viene efficacemente convertita dai pannelli in energia elettrica.

LA SOLUZIONE

Devo applicare lo stesso procedimento alle due situazioni, estiva e invernale:

1. Calcolo la potenza radiante ricevuta dal Sole.
2. Ricavo l'energia radiante ricevuta durante i tempi medi di insolazione.
3. Calcolo l'energia giornaliera utile fornita dai pannelli.

Estate:

1. La potenza radiante del Sole ricevuta dalla superficie dei pannelli è: $P_{Re} = S k_e = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 10 \text{ m}^2 = 10 \text{ kW}$.
2. In un intervallo medio di tempo pari a 9,0 h (tempo quotidiano di insolazione media estiva), questa potenza radiante corrisponde a un'energia di:

$$\Delta E_R = P_{Re} t_E = 10 \text{ kW} \times 9,0 \text{ h} = 10 \times 10^3 \text{ W} \times 32400 \text{ s} = 324 \text{ MJ}.$$

3. Valutando l'efficienza dei pannelli, otteniamo un'energia media quotidiana di:

$$\Delta E_E = \eta \Delta E_R = 0,53 \times (324 \times 10^6 \text{ J}) = 1,7 \times 10^8 \text{ J}.$$

Inverno:

1. La potenza radiante del Sole ricevuta dalla superficie dei pannelli è: $P_{Ri} = S k_i = 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 10 \text{ m}^2 = 2,0 \text{ kW}$.
2. In un intervallo medio di tempo pari a 6,0 h (tempo quotidiano di insolazione media invernale), questa potenza radiante corrisponde a un'energia di:

$$\Delta E_R = P_{Ri} t_I = 2,0 \text{ kW} \times 6,0 \text{ h} = 2,0 \text{ kW} \times 21600 \text{ s} = 43,2 \text{ MJ}.$$

3. Valutando l'efficienza dei pannelli, otteniamo un'energia media quotidiana di:

$$\Delta E_I = \eta \Delta E_{Ri} = 0,53 \times (43,2 \times 10^6 \text{ J}) = 23 \text{ MJ}.$$

54 ★★★ Il tetto di un palazzo, di superficie 240 m^2 , deve essere ricoperto di pannelli solari. Hai a disposizione dei pannelli che trasformano in energia utilizzabile il 60% dell'energia che incide su di essi. Sui pannelli arriva dal Sole una potenza radiante di 620 W/m^2 . Per collaudare i pannelli viene raccolta energia per 10 min.

- ▶ Quanta energia producono i pannelli?

[$5,4 \times 10^7 \text{ J}$]

8 LA FUSIONE E LA SOLIDIFICAZIONE

71 ★★★ Un congelatore contiene del ghiaccio a una temperatura di $-6,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

- ▶ Quanto ghiaccio si può fondere versandovi sopra 1,0 L di acqua a $100 \text{ }^\circ\text{C}$? Assumi che il calore specifico del ghiaccio non vari con la temperatura.

[1,2 kg]

72 ★★★ Per fondere completamente un blocco di piombo già alla temperatura di fusione occorrono $50 \times 10^3 \text{ J}$ di energia termica.

- ▶ Qual è la massa del piombo?

[2,2 kg]

73 ★★★ Forniamo 31500 J di energia a 300 g di un materiale che si trova alla sua temperatura di fusione, e questo fonde completamente.

- ▶ Di che materiale si tratta?
- ▶ Con la stessa quantità di calore vogliamo fondere dell'oro, il cui calore latente di fusione è $16,1 \text{ kcal/kg}$.

9 LA VAPORIZZAZIONE E LA CONDENSAZIONE

89 ★★★ Un volume di alcool pari a 300 ml si trova alla temperatura di ebollizione.

- ▶ Calcola la quantità di calore necessaria a vaporizzarla completamente. La densità dell'alcool etilico è 860 kg/m^3 .

[$2,2 \times 10^5 \text{ J}$]

90 ★★★ Un recipiente isolante contiene 350 g di mercurio a $22,5 \text{ }^\circ\text{C}$. Un riscaldatore elettrico viene immerso nel mercurio. Il riscaldatore fornisce una potenza di 100 W .

55 ★★★ Vogliamo riscaldare un disco di rame, di massa $5,0 \text{ kg}$ facendo aumentare la sua temperatura di $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Il diametro del disco è di 40 cm .

- ▶ Quanto tempo deve essere esposto al Sole?
- ▶ Quanto tempo dovrebbe essere esposto, se venisse messo al di sopra delle nubi?

[$7,4 \times 10^2 \text{ s}; 3,4 \times 10^2 \text{ s}$]

La massa di oro fusa è maggiore o minore del materiale precedente?

[argento; 467 g]

74 ★★★ Sulla stessa sorgente vengono posti due crogiuoli contenenti $1,5 \text{ kg}$ di piombo e $1,5 \text{ kg}$ di stagno. Il 25% dell'energia proveniente dalla sorgente termica si disperde nell'ambiente.

- ▶ Calcola quanto calore bisogna fornire a ciascuna sostanza per fonderla completamente.

[$1,2 \times 10^5 \text{ J}; 4,6 \times 10^4 \text{ J}$]

75 ★★★ Ci sono 250 mL di tè inizialmente a $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Utilizzando dei cubetti di ghiaccio di lato $2,0 \text{ cm}$ alla temperatura di $-4,0 \text{ }^\circ\text{C}$, vuoi portare il tè alla temperatura di $8,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

- ▶ Quanti cubetti di ghiaccio ti servono? Considera il tè come se fosse acqua, e ricorda che la densità del ghiaccio è 910 kg/m^3 .

[circa 4 cubetti]

- ▶ Quanto tempo è necessario per far evaporare la metà del mercurio?

[11 min e 20 s]

91 ★★★ Del vapore acqueo a $100 \text{ }^\circ\text{C}$ viene fatto condensare in un impianto di refrigerazione e successivamente raffreddato alla temperatura di $20,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Il calore ceduto dal vapore nell'intero processo è $1,80 \times 10^8 \text{ J}$. L'intero processo dura $30,0 \text{ min}$.

- ▶ Quanti kilogrammi di vapore condensano?
- ▶ Quanta energia viene sottratta in un secondo?

[$69 \text{ kg}; -1,0 \text{ kJ}$]

10 IL VAPORE SATURO E LA SUA PRESSIONE

PROBLEMA MODELLO 9 UNA STIMA PER INTERPOLAZIONE LINEARE

Per sterilizzare si impiegano sia metodi chimici che fisici. Tra questi ultimi si utilizza anche il riscaldamento a temperature elevate dell'oggetto da sterilizzare con modalità prestabilite. Immagina di eseguire una sterilizzazione "casalinga", immergendo l'oggetto da sterilizzare nell'acqua contenuta in una pentola a pressione e portata a ebollizione. La temperatura di ebollizione dell'acqua nella pentola è $110\text{ }^\circ\text{C}$. Fai riferimento ai dati della tabella sulla pressione di vapore saturo dell'acqua e al grafico della FIGURA 16 relativo alla pressione di vapore saturo in funzione della temperatura.

- Stima la pressione del vapore saturo dentro la pentola approssimando il tratto utile del grafico con una linea retta.

■ DATI

Temperatura di ebollizione: $T_e = 110\text{ }^\circ\text{C}$

■ INCOGNITE

$p_{vs} = ?$

L'IDEA

- Completo il grafico della FIGURA 16 riportando tutte le coppie di valori della tabella relativa all'acqua.
- Ottengo quindi una rappresentazione per punti della dipendenza tra le due grandezze (pressione e temperatura).
- Ricavo una stima della pressione di vapore saturo per valori non disponibili, assumendo un andamento lineare fra due punti: questo procedimento è chiamato **interpolazione lineare**.

LA SOLUZIONE

Rappresento i dati come coordinate di punti nel piano cartesiano pressione-temperatura.

Il grafico pressione-temperatura è questo:

Trovo l'equazione della retta di interpolazione tra due punti del grafico.

La temperatura di ebollizione nella pentola $T_e = 110\text{ }^\circ\text{C}$ è compresa tra quella dei punti A e B. Il coefficiente angolare della retta che contiene il segmento AB è:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{p_B - p_A}{T_B - T_A} = \frac{374,7\text{ kPa}}{50\text{ }^\circ\text{C}}$$

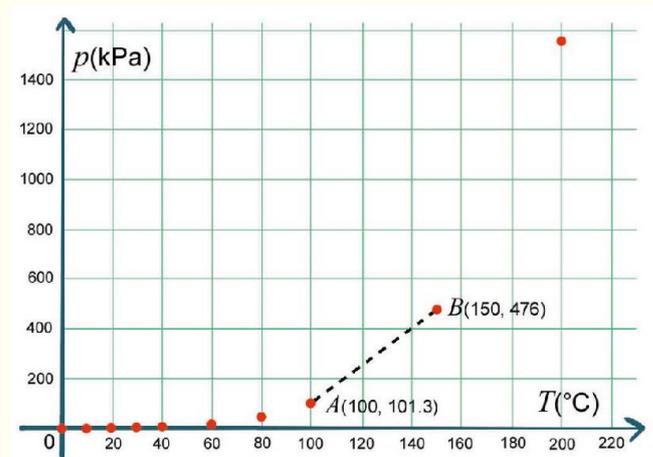
e l'equazione della retta sarà:

$$p = m(T - T_A) + p_A = \frac{374,7\text{ kPa}}{50\text{ }^\circ\text{C}} \times (T - 100\text{ }^\circ\text{C}) + 101,3\text{ kPa}.$$

Trovo le coordinate del punto cercato: l'ordinata è la pressione di vapore saturo da determinare.

Nell'equazione della retta trovata, sostituisco al posto di T la temperatura di ebollizione dell'acqua nella pentola a pressione e ottengo una stima del valore della pressione di vapore saturo nella pentola:

$$p = m(T_e - T_A) + p_A = \frac{374,7\text{ kPa}}{50\text{ }^\circ\text{C}} \times (110\text{ }^\circ\text{C} - 100\text{ }^\circ\text{C}) + 101,3\text{ kPa} = 1,8 \times 10^2\text{ kPa}.$$



PER NON SBAGLIARE

- Quando si fa una stima di una grandezza mediante interpolazione lineare, bisogna considerare i valori più vicini a quello desiderato. Le temperature più vicine alla temperatura di ebollizione T_e per noi sono $100\text{ }^\circ\text{C}$ e $150\text{ }^\circ\text{C}$: se avessimo usato un'altra coppia di valori (e quindi altri punti del grafico) avremmo ottenuto una stima meno precisa.

11 LA CONDENSAZIONE E LA TEMPERATURA CRITICA

PROBLEMA MODELLO 10 IL DIAGRAMMA DI FASE DELL'ACQUA

Nella figura è rappresentato il diagramma di fase pressione-temperatura dell'acqua, in cui sono evidenziate tre regioni, corrispondenti ai tre stati di aggregazione (solido, liquido e aeriforme). La separazione tra lo stato solido e lo stato liquido è indicata da una linea che può essere approssimata a una retta.

In un contenitore la fusione del ghiaccio avviene quando la temperatura è $0,0040\text{ }^{\circ}\text{C}$.

► Qual è la pressione nel contenitore?

■ DATI

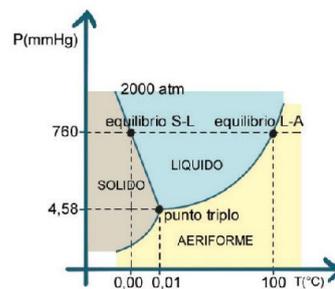
Temperatura di fusione alla pressione di $p_1 = 4,58\text{ mmHg}$: $T_1 = 0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura di fusione a pressione atmosferica: $T_2 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura nel contenitore: $T_3 = 0,0040\text{ }^{\circ}\text{C}$

■ INCOGNITE

Pressione: $p_3 = ?$



L'IDEA

- Individuo sul grafico i due punti rappresentati che appartengono alla retta cercata. Dalle coordinate di due punti è possibile ricavare l'equazione della retta che li contiene.
- L'equazione della retta fornisce la relazione tra la pressione e la temperatura di fusione dell'acqua.

LA SOLUZIONE

Scrivo l'equazione della retta per due punti.

Considero le coordinate (T_1, p_1) e (T_2, p_2) di due punti nel diagramma pressione-temperatura, dove $p_1 = 4,58\text{ mmHg}$, $p_2 = 760\text{ mmHg}$, $T_1 = 0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_2 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Lungo la linea di separazione tra la fase solida e la fase liquida, la relazione tra pressione e temperatura è data dalla retta:

$$p = \frac{p_1 - p_2}{T_1 - T_2}(T - T_2) + p_2.$$

Uso l'equazione della retta per calcolare la pressione richiesta.

Dall'equazione trovata ricavo che il punto che ha ascissa $T_3 = 0,0040\text{ }^{\circ}\text{C}$ ha ordinata

$$p_3 = \frac{4,58\text{ mmHg} - 760\text{ mmHg}}{0,01\text{ }^{\circ}\text{C} - 0\text{ }^{\circ}\text{C}} \times (0,0040\text{ }^{\circ}\text{C}) + 760\text{ mmHg} = 5 \times 10^2\text{ mmHg}.$$

101 **★★★** Considera il diagramma di fase pressione-temperatura dell'acqua e approssima a una retta la linea di separazione tra lo stato solido e lo stato liquido come nella figura dell'esercizio 45.

- In un contenitore la pressione è il 75% della pressione atmosferica. Qual è la temperatura di fusione del ghiaccio?

Suggerimento: scrivi l'equazione della retta di separazione fra lo stato solido e quello liquido.

[0,0025 °C]

102 **★★★** In un recipiente vuoto di volume pari a $1,0\text{ m}^3$, in grado di sopportare una pressione pari a tre volte quella atmosferica, vengono immessi $1,5\text{ L}$ di acqua con l'intento di scaldarli, fino a ottenere «gas d'acqua». Assumi che si comporti come un gas perfetto.

- È possibile realizzare questo cambiamento di stato in tali condizioni?

Suggerimento: ricorda che la massa di una mole d'acqua è 18 g .

[No]

12 IL VAPORE D'ACQUA NELL'ATMOSFERA

PROBLEMA MODELLO 11 VAPORE SATURO IN UNA SAUNA

In una sauna, di volume 120 m^3 , la temperatura è a $90 \text{ }^\circ\text{C}$ e l'umidità relativa è del 35%. Usa i valori delle pressioni del vapore saturo in funzione della temperatura della tabella presente nel paragrafo 4 della teoria.

- ▶ Stima la pressione di vapore saturo all'interno della sauna e la pressione del vapore acqueo.
- ▶ Fornisci una stima del numero di moli di acqua presenti nell'aria.

■ DATI

Volume: $V = 120 \text{ m}^3$
 Temperatura: $T = 90 \text{ }^\circ\text{C} = 363 \text{ K}$
 Umidità relativa: $H_r = 0,35$

■ INCOGNITE

Pressione di vapore saturo: $p_{vs} = ?$
 Pressione del vapore acqueo: $p_{acqua} = ?$
 Numero di moli: $n = ?$

L'IDEA

- Ricavo una stima della pressione di vapore saturo dai dati, attraverso una interpolazione lineare.
- A partire dal valore della pressione di vapore saturo stimato, insieme al dato dell'umidità relativa, ricavo la pressione del vapore acqueo
- Opero una stima, in prima approssimazione, considerando il vapore acqueo nell'aria come un gas perfetto. Così, posso applicare l'equazione dei gas perfetti $pV = nRT$.

LA SOLUZIONE

Tramite l'interpolazione lineare dei dati ricavo una stima della pressione di vapore saturo nella sauna.

Dal grafico dei dati della pressione del vapore saturo in funzione della temperatura ho che: noto che la temperatura della sauna è l'ascissa del punto medio del segmento di estremi A e B (tratteggiato nella figura). La stima della pressione di vapore saturo è quindi la media delle pressioni di vapore saturo a $80 \text{ }^\circ\text{C}$ e a $100 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$p_{vs} = \frac{101,3 \text{ kPa} + 47,4 \text{ kPa}}{2} = 74,4 \text{ kPa}.$$

Calcolo la pressione del vapore acqueo.

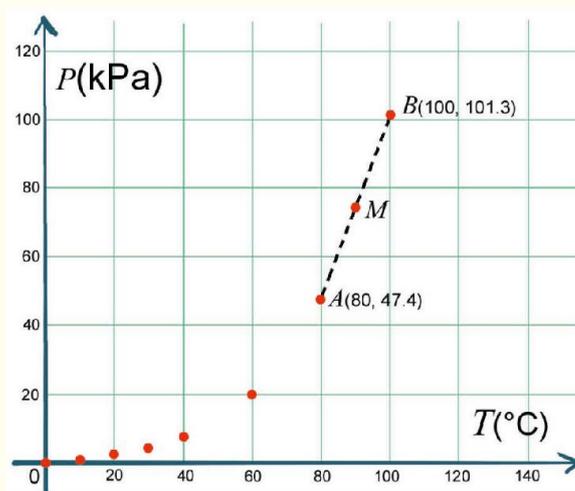
Con l'umidità relativa e la pressione di vapore saturo ricavo che la pressione del vapore acqueo è:

$$p_{acqua} = H_r p_{vs} = 74,4 \text{ kPa} \times 0,35 = 26 \text{ kPa}.$$

Fornisco una stima del numero di moli di vapore acqueo in aria.

In prima approssimazione, dalla legge di stato dei gas perfetti $pV = nRT$ ricavo il numero di moli di vapore acqueo:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{26 \times 10^3 \text{ Pa} \times 120 \text{ m}^3}{8,315 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 363 \text{ K}} \approx 10^3 \text{ mol}.$$



PROBLEMI GENERALI

12 ★★★ Occorre determinare il calore specifico di un blocco di 100 g di una certa sostanza. Il blocco viene posto in un calorimetro di rame di 25 g, che contiene 60 g di acqua. Il sistema raggiunge la temperatura di equilibrio $T_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$. Si aggiungono poi 120 ml di acqua alla temperatura $T_2 = 80\text{ }^\circ\text{C}$. Quando viene raggiunto il nuovo equilibrio termodinamico, la temperatura del sistema è $T_f = 54\text{ }^\circ\text{C}$. Assumendo che il calorimetro non consenta scambi di calore con l'esterno, determinare (si ricorda che il calore specifico del rame è $385\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$):

- ▶ il calore assorbito dal rame Q_R ;
- ▶ il calore assorbito dalla sostanza incognita Q_s ;
- ▶ il calore specifico della sostanza incognita.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Farmacia, Università La Sapienza di Roma, 2008/2009)

[327 J; 8539 J; 1234 J]/(kg · K)]

13 ★★★ **TECNOLOGIA** Un motore a scoppio, di cilindrata 1350 cm^3 , è a quattro cilindri; in ogni cilindro viene iniettata una miscela di aria e benzina, che lo riempie completamente, composta per il 90,0% da aria e per il 10,0% da benzina.

Il potere calorifico della benzina è di $44,0 \times 10^6\text{ J/kg}$. Trascuriamo gli attriti tra il cilindro e il pistone, supponiamo che tutta la benzina iniettata bruci e approssimiamo la densità della benzina con il valore di 700 kg/m^3 .

- ▶ Quanto lavoro compie ciascun pistone a ogni scoppio?

[$1,04 \times 10^6\text{ J}$]

14 ★★★ Una sbarra di ghisa, con coefficiente di conducibilità termica pari a $60\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, è lunga 1,5 m, larga 10 cm e alta 12 cm. Una delle due estremità viene riscaldata fino alla temperatura di $120\text{ }^\circ\text{C}$, mentre l'altra, immersa nel ghiaccio, è a $0\text{ }^\circ\text{C}$.

- ▶ Calcola il calore che si propaga nella sbarra durante 3,0 min.
- ▶ Calcola la rapidità con cui il calore si trasferisce alla sbarra.

[$1,0 \times 10^4\text{ J}$; 58 J/s]

15 ★★★ Cinque bulloni di metallo, ognuno di massa 90 g, sono alla temperatura iniziale di $85\text{ }^\circ\text{C}$. Immergiamo i bulloni in un calorimetro che contiene 300 g di acqua alla temperatura di $15\text{ }^\circ\text{C}$. Dopo un po' di tempo l'acqua raggiunge la temperatura di equilibrio pari a $25\text{ }^\circ\text{C}$.

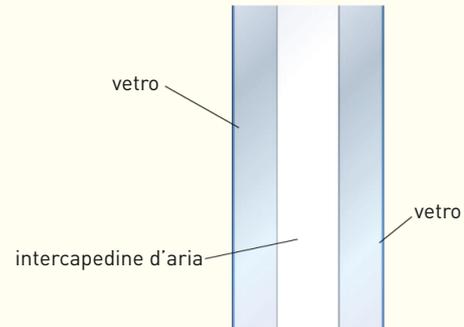
- ▶ Quanto vale il calore specifico del metallo?

[$4,7 \times 10^2\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$]

16 ★★★ **TECNOLOGIA** Il vetro di una finestra è alto 130 cm, largo 60 cm e spesso 1,2 cm.

Tra l'ambiente esterno e l'interno della casa, durante

l'anno, c'è una differenza media di temperatura di $8,1\text{ }^\circ\text{C}$. In seguito, il vetro viene sostituito con una doppia lastra a camera stagna, contenente un'intercapedine d'aria, costruita come nella figura.



Ciascuna lastra di vetro ora è spessa 0,80 cm e l'intercapedine è spessa 1,2 cm.

- ▶ Quanta energia passava attraverso il primo vetro in un'ora?
- ▶ Quanta ne passa attraverso il doppio vetro a camera?
- ▶ Qual è il risparmio energetico percentuale?

[$1,8 \times 10^6\text{ J}$; $3,6 \times 10^4\text{ J}$; 98 %]

17 ★★★ Un cilindro di vetro sottile contiene aria. Il cilindro ha diametro di 40,0 cm ed è chiuso da un pistone che ha massa di 25,0 g, libero di muoversi e a tenuta stagna. Alla temperatura di $23\text{ }^\circ\text{C}$, il bordo inferiore del pistone si trova a un'altezza h di 32,0 cm rispetto alla base del cilindro. Il cilindro viene esposto al Sole finché il bordo inferiore del pistone arriva a 34,5 cm rispetto alla base. Trascuriamo il calore assorbito dal vetro e consideriamo l'aria come un gas perfetto, di densità $1,23\text{ kg/m}^3$ alla temperatura iniziale.

- ▶ Quanta energia ha assorbito l'aria dal Sole?
- ▶ Ipotizziamo che i raggi del Sole incidano solo sulla superficie circolare del pistone (e non sulla superficie laterale del cilindro) fatta di vetro trasparente e che assorbe calore in modo trascurabile. Quanto tempo dovremmo esporre al Sole il cilindro per avere l'innalzamento del pistone?

[$1,14 \times 10^3\text{ J}$; 15 s]

18 ★★★ Una sfera di alluminio, del diametro di 15,00 cm e di massa 12,30 kg, alla temperatura di $180,0\text{ }^\circ\text{C}$, viene posta su un anello di rame, del diametro di 14,98 cm e di massa 13,50 kg, alla temperatura di $10,00\text{ }^\circ\text{C}$. Trascuriamo gli scambi di calore con l'ambiente.



- ▶ Quando si raggiunge l'equilibrio termico, la sfera passa attraverso l'anello?
- ▶ Lasciamo invariate le temperature della sfera e dell'anello ma invertiamo i materiali: cosa ci fa escludere a priori la possibilità che una sfera uguale, ma di rame, passi attraverso un uguale anello di alluminio?

Suggerimento: Nello svolgimento dei calcoli, considera il numero di cifre significative dei dati geometrici e non quello dei coefficienti di dilatazione termica.

[Si]

- 19** **OLIMPIADI DELLA FISICA** Un uovo, preso direttamente dal frigorifero ad una temperatura $T_0 = 4\text{ }^\circ\text{C}$, è gettato in un pentolino contenente acqua mantenuta costantemente alla temperatura T_1 .

Ecco i dati che ti servono:

- ▶ Qual è la quantità di energia U necessaria per coagulare completamente l'uovo?
- ▶ Qual è il flusso di calore J che penetra nell'uovo?
- ▶ Qual è la potenza termica P trasferita all'uovo?
- ▶ Per quanto tempo occorre cuocere l'uovo in modo da renderlo sodo?

Suggerimento: Puoi usare la forma semplificata della legge di Fourier, $J = \kappa \Delta T / \Delta r$, dove ΔT è la differenza di temperatura associata a Δr , che a sua volta rappresenta una lunghezza di scala tipica del problema. Il flusso termico Δr è espresso in unità di W m^{-2} .

[*Olimpiadi della Fisica, 2006*]

TEST

- 19** Rispetto a una comune pentola chiusa, una pentola a pressione permette di cuocere i cibi in minor tempo principalmente perché:
- A** la temperatura di ebollizione dell'acqua è superiore a quella che si avrebbe in una comune pentola.
 - B** l'elevata pressione fa sì che il vapor acqueo penetri più in profondità nei cibi.
 - C** il coperchio sigillato evita la dispersione di calore.
 - D** l'elevato spessore del fondo della pentola consente una migliore distribuzione del calore.
 - E** la mancata dispersione dell'acqua permette di cuocere i cibi senza bruciarli.

Prova Unica di Ammissione ai Corsi di Laurea Magistrale in Medicina e Chirurgia e in Odontoiatria e Protesi Dentaria Anno Accademico 2012/2013

- 20** Aumentando la pressione esterna esercitata sulla superficie libera di un liquido, la temperatura di ebollizione:
- A** diminuisce.
 - B** aumenta.
 - C** dipende dal liquido.
 - D** raddoppia quando la pressione si dimezza.
 - E** resta costante.

Test ammissione Professioni Sanitarie 2012/2013

- 21** Below are four statements about thermal (heat) energy.
1. A substance can lose heat energy without its temperature falling.
 2. Heat energy can pass through a vacuum.
 3. Steam at $100\text{ }^\circ\text{C}$ has more heat energy than the same mass of boiling water at $100\text{ }^\circ\text{C}$.
 4. When a container of water is cooled near the top, a convection current is set up in the water.

Which statements are true?

- A** 1, 2 and 3
- B** 1, 3 and 4
- C** 2, 3 and 4
- D** 1, 2 and 4
- E** All of the statements.

BioMedical Admission Test (BMAT), UK, 2008/2009

- 22** Uno di questi fenomeni non è un cambiamento di stato:
- A** solidificazione.
 - B** conduzione.
 - C** brinamento.
 - D** sublimazione.

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. Trasformazioni reali e trasformazioni quasistatiche	<p> ANIMAZIONE</p> <p>L'energia interna è una funzione di stato Si può arrivare da uno stato termodinamico ad un altro attraverso trasformazioni diverse; come varia l'energia interna?</p>	1,5
	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Le trasformazioni reali Seguiamo due volumetti di gas durante una trasformazione: cosa succede? Quale rappresentazione viene data sul piano p-V?</p>	2
4. Il lavoro termodinamico	<p> ANIMAZIONE</p> <p>Il lavoro compiuto in una trasformazione Si può ricavare da un grafico il lavoro compiuto da una trasformazione?</p>	1,5
6. Applicazioni del primo principio	<p> ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>Il diagramma pressione-volume Gioca, misura, esercitati</p>	
 MAPPA INTERATTIVA	<p> IN TRE MINUTI • Il primo principio della termodinamica</p> <p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>	

VERSO IL CLIL

 FORMULAE IN ENGLISH

 AUDIO

Work done during an isobaric process	$W = p\Delta V$	The work done during an isobaric process equals the product of the pressure and the change in volume between the initial and final states.
Thermodynamics first law	$\Delta U = Q - W$	The change in internal energy of a closed thermodynamic system is equal to the difference between the heat supplied to the system Q and the amount of work done by the system W on its surroundings.
Internal energy variation in a generic isochoric process	$\Delta U = Q$	The change in internal energy during an isochoric process (a constant-volume process) equals the heat absorbed.
Total work in a cyclic transformation	$W = Q$	The total work done in a cyclic process is equal to the sum of the heat exchanged.

 **QUESTIONS AND ANSWERS**


► **What is thermodynamics and what does it deal with?**

Thermodynamics is the science – the systematic study – of the effects of work, heat and energy on macroscopic systems and between macroscopic systems. It deals with the large scale responses of these systems as opposed to the smaller scale, microscopic interactions, described by kinetic theory: thermal energy being a macro-scale representation of micro-scale mechanical energy. The scope of thermodynamics is extremely wide, it encompasses the study of power generation and conversions systems, phase transitions, chemical reactions, biochemistry, and many other fields of science and engineering; anywhere where transformations of energy on the macro-scale play a role.

► **Is there any difference between the First Law of Thermodynamics and the law of conservation of energy?**

The two laws are identical in that the first law is a restatement of the law of conservation of energy as applied to thermodynamic systems. More specifically, when discussing a system and its surroundings: the total energy of a system and its surroundings remains constant. For an isolated system: the total energy of an isolated system is constant despite internal changes. Or in the context of a process: for a system undergoing a process, the change in energy is equal to the heat added to the system minus the work done by the system. This is represented in equation form as: $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$, where U is referred to as the internal energy. The two laws are equivalent but the representation of the first law of thermodynamics depends on the context.

► **What is a thermodynamic system?**

In order to investigate the transfers of energy from one place to another, it is necessary to isolate a region of the universe, the system under examination, from the rest of the universe, commonly referred to as the surroundings, but also as the environment or the reservoir. The system and surroundings are separated by a boundary, a two-dimensional closed surface, which can be real or notional/imaginary. Systems can be: open, for which work, heat and mass can be exchanged between the system and the surroundings through the boundary; closed, for which only work and heat can be exchanged through the boundary; adiabatic, for which no heat can pass through the boundary but work can be done on the system; and isolated, for which no exchanges through the boundary are possible.

► **Explain the importance of a sign convention for heat and work flow with respect to the system and surroundings.**

When investigating transfers of heat into and out of a system, in addition to precisely defining the system and boundary, it is necessary to use and adhere to a universally recognised convention for the direction of heat and work transfers through the boundary. By convention, heat transferred into a system is positive, and heat transferred out of a system is negative. Work done on a system by the surroundings is positive and work done by the system on the surroundings is negative. The importance can be illustrated by the example of a combustion engine. In considering the fuel and its products as the system and the surroundings as the engine, the burning of the fuel releases heat – the system loses heat – and $Q < 0$; and the system does work on the surroundings, $W < 0$. The efficacy of the convention can be seen by reversing the choice of system and surroundings.

► **What are state functions?**

The work required to change the state of an otherwise isolated system depends solely upon the initial and final states involved and is independent of how the change was accomplished: the “how” being often referred to as the “path”. A state function is a property of a system that depends only on the state of the system, not on how the system acquired that state. A state function is said to be path independent. Consider a glass of water resting on a table in the lab: its temperature is measured in the morning and the glass is left until the temperature of the water is measured later in the day. The amount of heat exchanged between the water and the surroundings in the interval between measurements depends on the room temperature, which may go up or down. The final temperature of the water in the bottle does not give us any information about this heat transfer history; it describes the state of the water at the time of measurement. Temperature, pressure and volume are functions of state (path independent) whilst work and heat are process functions (path dependent).

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 GLI SCAMBI DI ENERGIA TRA UN SISTEMA E L'AMBIENTE

4 In un diagramma pressione-volume, rappresenta con un punto lo stato di un gas corrispondente alla coppia di valori: $V_A = 2,5 \text{ m}^3$ e $p_A = 30 \text{ kPa}$. Successivamente il volume aumenta del 10%, mentre la pressione diminuisce del 20%.

- Determina, nello stesso diagramma, il punto B corrispondente al nuovo stato del gas perfetto.

$$[V_B = 2,8 \text{ m}^3; p_B = 24 \text{ kPa}]$$

5 Un cilindro chiuso da un pistone mobile contiene del gas perfetto alla temperatura di 273 K , alla pressione di 150 kPa e con un volume di $20,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Il pistone si solleva e il volume del gas raddoppia, mentre la temperatura rimane costante.

- Quale valore assume la pressione?
- Rappresenta in un grafico pressione-volume i due punti che rappresentano lo stato iniziale e quello finale del sistema che stiamo esaminando.

[75,0 kPa]

2 LE PROPRIETÀ DELL'ENERGIA INTERNA DI UN SISTEMA

PROBLEMA MODELLO 1 ESTRAZIONE DI MOLECOLE

Un recipiente di volume $2,5 \text{ dm}^3$, contiene un gas perfetto biatomico alla temperatura di 15 °C e alla pressione di $1,2 \text{ atm}$. Con una pompa si estraggono delle molecole del gas, diminuendo la pressione iniziale del 30%. La temperatura si mantiene costante.

- Calcola il numero di molecole estratte con la pompa.
- Calcola la variazione di energia interna del sistema.

■ DATI

Volume: $V = 2,5 \text{ dm}^3$
 Temperatura: $t = 15 \text{ °C}$
 Pressione iniziale: $p_i = 1,2 \text{ atm}$
 Pressione finale: $p_f = p_i - 30\% p_i = 0,7 p_i$

■ INCOGNITE

Numero di molecole estratte: $N = ?$
 Variazione di energia interna: $\Delta U = ?$

L'IDEA

- Dall'equazione di stato dei gas perfetti, calcoliamo il numero di moli di gas prima e dopo l'estrazione delle molecole.
- Troviamo così il numero delle molecole iniziali e finali, $N = n \cdot N_A$, dove n è il numero di moli e N_A il numero di Avogadro.
- Infine calcoliamo l'energia interna del gas perfetto ricordando che è biatomico, cioè $U = \frac{5}{2} N k_B T$.

LA SOLUZIONE

Calcolo il numero di moli iniziale e finale contenute nel recipiente.

Il gas è a volume e temperatura costanti. Inoltre, dall'equazione di stato dei gas perfetti ricavo $n_i = \frac{p_i V}{RT}$, $n_f = \frac{p_f V}{RT}$. Quindi il numero di moli di gas allo stato iniziale è:

$$p_i V = n_i RT \Rightarrow n_i = \frac{p_i V}{RT} = \frac{1,2 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} \times 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{8,315 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 288,15 \text{ K}} = 0,13 \text{ mol.}$$

Il numero di moli di gas nello stato finale è:

$$n_f = \frac{p_f V}{RT} = \frac{0,7 p_i \cdot V}{RT} = \frac{0,7 \times 1,2 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} \times 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{8,315 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 288,15 \text{ K}} = 0,088 \text{ mol.}$$

Calcolo il numero di molecole estratte con la pompa.

Sappiamo che $N = n \cdot N_A$ quindi:

$$N_i = n_i \cdot N_A = 0,13 \text{ mol} \times 6,02 \times 10^{23} \text{ (mol)}^{-1} = 0,78 \times 10^{23}$$

$$N_f = n_f \cdot N_A = 0,088 \text{ mol} \times 6,02 \times 10^{23} \text{ (mol)}^{-1} = 0,53 \times 10^{23}$$

Il numero delle molecole estratte con la pompa è

$$N = N_i - N_f = (0,78 - 0,53) \times 10^{23} = 0,25 \times 10^{23}.$$

Calcolo la variazione di energia interna.

La variazione di energia interna è

$$N = N_i - N_f = (0,78 - 0,53) \times 10^{23} = 0,25 \times 10^{23}$$

cioè:

$$\Delta U = \frac{5}{2} k_B T \cdot (N_f - N_i) = \frac{5 \times 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \times 288,15 \text{ K}}{2} \times (-0,25 \times 10^{23}) = -0,25 \text{ kJ}.$$

13 In un dispositivo come il mulinello di Joule una massa di 50 kg, inizialmente ferma, scende da un'altezza di 15 m e arriva al termine del suo percorso con una velocità di 0,030 m/s. L'acqua del contenitore, agitata dalle palette in rotazione, acquista energia interna e cede, contemporaneamente, al dispositivo una quantità di calore pari a 0,030 Kcal.

► Calcola la variazione di energia interna dell'acqua.

[7,2 × 10³ J]

14 In un tubo chiuso di volume 1,00 dm³ è contenuto un gas perfetto che, alla temperatura di 273 K, genera una pressione di 1,00 × 10⁻⁴ mm Hg. Il gas viene poi riscaldato, mantenendo inalterato il volume, e la pressione esercitata dal gas raddoppia. Calcola:

- il numero di molecole presenti nel tubo;
- l'energia interna del gas allo stato finale.

[3,52 × 10¹⁵; 3,98 × 10⁻⁵ J]

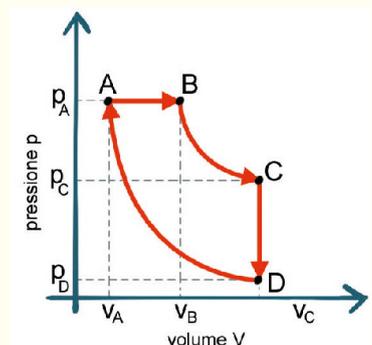
3 TRASFORMAZIONI REALI E TRASFORMAZIONI QUASISTATICHE

PROBLEMA MODELLO 2 CALCOLO DELLE GRANDEZZE p, V, T DI UNA TRASFORMAZIONE CICLICA

Un gas perfetto contiene 13,75 × 10²³ molecole ed è sottoposto a una trasformazione ciclica composta da due isoterme (BC e DA), una isocora (CD) e una isobara (AB).

La pressione negli stati A e C è rispettivamente di 2,50 × 10⁵ Pa e 1,20 × 10⁵ Pa, il volume negli stati A e C è rispettivamente 10 dm³ e 30 dm³.

- Calcola il valore del volume e della temperatura nello stato B.
- Calcola la temperatura a cui avviene la trasformazione isoterma DA.
- Calcola il valore della pressione nello stato D.



■ DATI

- Numero molecole: $N = 13,75 \times 10^{23}$
- Pressione nello stato A: $p_A = 2,50 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Pressione nello stato C: $p_C = 1,20 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Volume nello stato A: $V_A = 10 \text{ dm}^3$
- Volume nello stato C: $V_C = 30 \text{ dm}^3$

■ INCOGNITE

- Temperatura nello stato B: $T_B = ?$
- Temperatura AD: $T_A = T_D = ?$
- Pressione nello stato D: $p_D = ?$

L'IDEA

- La trasformazione è ciclica ed è costituita da una isocora (volume costante), una isobara (pressione costante) e due trasformazioni isoterme (temperatura costante).
- Possiamo quindi ricavare i valori di pressione, volume e temperatura nei vari stati utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti.

LA SOLUZIONE

Trovo il volume e la temperatura nello stato B.

La trasformazione BC è isoterma e quella AB è isobara. Dalla legge di Boyle (equazione di stato dei gas perfetti per T costante) ricavo il volume in B:

$$p_B V_B = p_C V_C \text{ quindi } V_B = V_C \cdot \frac{p_C}{p_B}.$$

La trasformazione AB è isobara, quindi $p_B = p_A$. Il valore del volume nello stato B è:

$$V_B = V_C \cdot \frac{p_C}{p_B} = V_C \cdot \frac{p_C}{p_A} = 30 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times \frac{1,20 \times 10^5 \text{ Pa}}{2,50 \times 10^5 \text{ Pa}} = 14 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 14 \text{ dm}^3.$$

Calcolo il numero di moli di gas e poi la temperatura nello stato B con l'equazione dei gas perfetti:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{13,75 \times 10^{23}}{6,02 \times 10^{23} \times (\text{mol})^{-1}} = 2,28 \text{ mol};$$

$$p_B V_B = nRT_B \Rightarrow T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{2,50 \times 10^5 \text{ Pa} \times 14,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{2,28 \text{ mol} \times 8,315 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})} = 184 \text{ K}.$$

Calcolo la temperatura nello stato A.

La trasformazione AB è isobara, quindi:

$$p_A = p_B \Rightarrow \frac{T_A}{V_A} = \frac{T_B}{V_B} \Rightarrow T_A = T_B \cdot \frac{V_A}{V_B} = 185 \text{ K} \times \frac{10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{14,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 132 \text{ K}.$$

Calcolo la pressione nello stato D.

La trasformazione CD è isocora, quindi $V_C = V_D$. Inoltre, $T_C = T_B$ e $T_D = T_A$.

$$V_C = V_D \Rightarrow \frac{T_C}{p_C} = \frac{T_D}{p_D} \text{ da cui } p_D = p_C \cdot \frac{T_D}{T_C} = p_C \cdot \frac{T_A}{T_B} = 1,20 \times 10^5 \text{ Pa} \times \frac{131 \text{ K}}{184 \text{ K}} = 0,85 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

22 Immagina di chiudere in modo ermetico le porte e le finestre della stanza in cui ti trovi. Come potresti fare, in linea di principio, per verificare se il sistema fisico «aria contenuta nella stanza» è in equilibrio termodinamico?

23 Una batteria di un'automobile è collegata a un caricabatteria e si trova in fase di carica. In questa situazione, la batteria può essere considerata in equilibrio termodinamico?

24 Un gas perfetto è mantenuto a temperatura costante. Alla pressione di $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ esso occupa un volume di $20 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

► Calcola i volumi occupati dal gas se la pressione aumenta a $2,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, $2,5 \times 10^5 \text{ Pa}$, $4,0 \times 10^5 \text{ Pa}$.

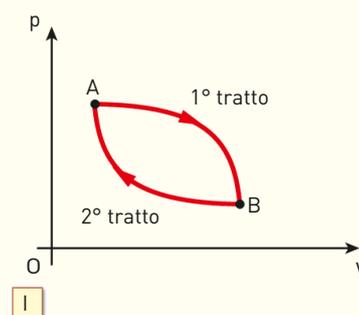
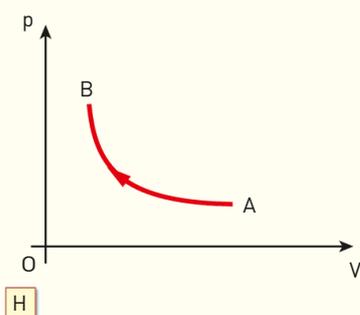
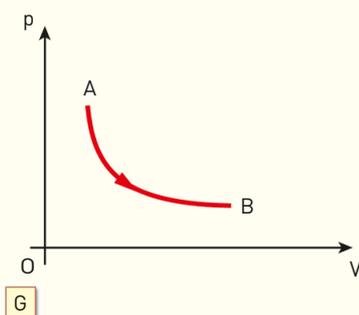
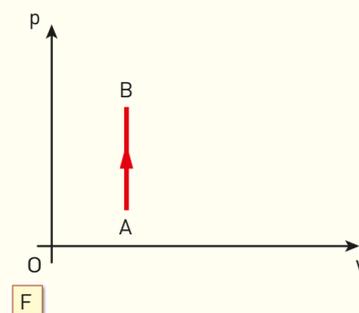
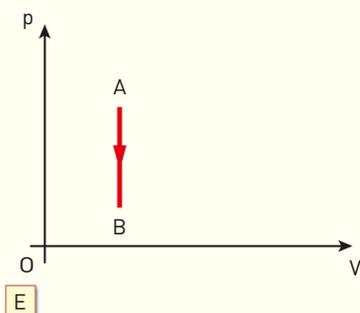
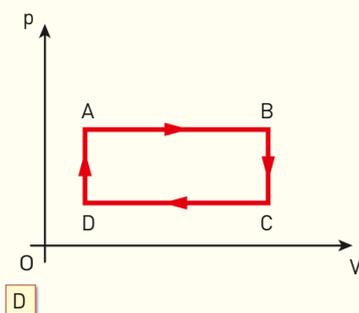
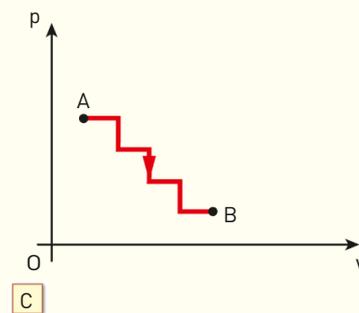
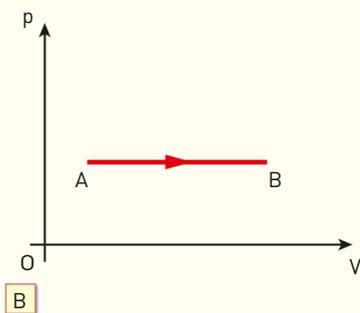
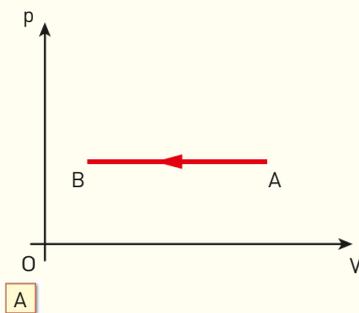
► Disegna prima in un grafico $V-p$ e poi in un grafico $T-V$ questa trasformazione.

[$10 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; $8,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; $5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$]

4 IL LAVORO TERMODINAMICO

32 Un gas contenuto in un cilindro munito di un pistone libero di muoversi subisce prima una compressione e poi una dilatazione. Descrivi cosa succede alle molecole del gas in entrambi i casi.

33 Per ognuno dei seguenti grafici stabilisci se il lavoro è positivo, negativo o nullo e individua le trasformazioni isobare, isoterme, isocòre e cicliche.



34 Una quantità di gas perfetto monoatomico pari a 0,75 mol, inizialmente alla pressione atmosferica e a temperatura ambiente (pari a 20 °C), compie una compressione isoterma che fa aumentare la pressione del 5,0 %, quindi una trasformazione isòbara che fa aumentare il volume del 7,0 %. Calcola:

- ▶ il lavoro eseguito dal sistema sull'ambiente.
- ▶ la variazione di energia interna nel corso dell'intera trasformazione.

Suggerimento: nella fase di compressione isoterma, per calcolare il lavoro considera una pressione media fra gli stati A e B.

[34]; $1,9 \times 10^2$ J]

35 Un recipiente di volume 5,0 dm³ è occupato da 0,35 mol di gas perfetto biatomico che vengono compresse alla pressione costante di 170 kPa.

- ▶ Di quanti dm³ viene compresso il gas se la temperatura si abbassa di 40°C?

Poi si aumenta la pressione di 100 kPa, mantenendo il volume costante.

- ▶ Disegna il grafico pressione-volume che rappresenta la trasformazione data.

- ▶ Calcola il lavoro svolto durante tutta la trasformazione.
- ▶ Calcola la variazione di energia interna del sistema.

[0,7 dm³; -0,12 kJ]

5 L'ENUNCIATO DEL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

43 Un gas perfetto occupa un volume di 5,0 dm³ ed è sottoposto a una pressione costante di 1,2 atm. Il gas assorbe dall'ambiente esterno 3,0 kcal e di conseguenza la sua energia interna aumenta di $7,6 \times 10^3$ J.

- ▶ Calcola il volume del gas al termine della trasformazione.

[$4,6 \times 10^{-2}$ m³]

44 Un cilindro chiuso da un pistone a tenuta e scorrevole contiene 5,00 mol di gas perfetto monoatomico. Il sistema inizialmente si trova alla pressione di 1,00 atm e alla temperatura di 300 K, quando un aumento di temperatura ne fa raddoppiare il volume. La trasformazione avviene a pressione costante. Calcola:

▶ il lavoro compiuto dal gas.

▶ il calore assorbito.

▶ la variazione di energia interna.

[12,4 kJ; 18,7 kJ; 31,1 kJ]

6 APPLICAZIONI DEL PRIMO PRINCIPIO

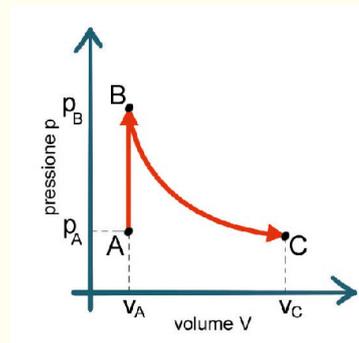
PROBLEMA MODELLO 5 UNA TRASFORMAZIONE ISOTERMA

Una quantità di ossigeno è sottoposta alla trasformazione rappresentata nella figura.

La trasformazione è composta da una trasformazione isocora a volume costante uguale a 4,0 L e da una isoterma alla temperatura di 315 K.

Nello stato iniziale A e finale C il gas è sottoposto a una pressione di 1,2 atm. Nello stato B la pressione è di 1,7 atm.

- ▶ Calcola il lavoro svolto durante le trasformazioni AB, BC e ABC.
- ▶ Calcola la variazione totale di energia interna.
- ▶ Calcola il calore assorbito durante tutta la trasformazione.



■ DATI

Volume della trasformazione isocora:

$$V_A = V_B = 4,0 \text{ L}$$

Temperatura della trasformazione BC:

$$T_B = T_C = 315 \text{ K}$$

Pressione in A e in C: $p_A = p_C = 1,2 \text{ atm}$

Pressione in B: $p_B = 1,7 \text{ atm}$

■ INCOGNITE

Lavoro AB: $W_{AB} = ?$

Lavoro BC: $W_{BC} = ?$

Lavoro ABC: $W = ?$

Variazione di energia interna: $\Delta U = ?$

Calore assorbito: $Q = ?$

L'IDEA

- Il lavoro svolto dal sistema durante le due trasformazioni si calcola usando le proprietà delle trasformazioni isocore e isoterme.
- Calcoliamo la variazione di energia interna ricordando che l'ossigeno è biatomico.
- Infine troviamo il calore assorbito utilizzando il primo principio della termodinamica.

LA SOLUZIONE

Calcolo il lavoro totale analizzando separatamente le varie trasformazioni.

Il lavoro svolto durante la trasformazione AB è nullo, in quanto è una trasformazione isocora e quindi non c'è variazione di volume: $W_{AB} = 0 \text{ J}$.

Calcolo il volume nello stato C sapendo che BC è una trasformazione isoterma:

$$T_B = T_C \Rightarrow p_B V_B = p_C V_C \text{ allora}$$

$$V_C = V_B \cdot \frac{p_B}{p_C} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times \frac{1,7 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,2 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} = 5,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 5,7 \text{ dm}^3.$$

Calcolo la temperatura nello stato A.

$$V_A = V_B \Rightarrow \frac{T_A}{p_A} = \frac{T_B}{p_B} \text{ allora } T_A = T_B \cdot \frac{p_A}{p_B} = 315 \text{ K} \times \frac{1,2 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,7 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} = 222 \text{ K}.$$

Calcolo il prodotto nR, visto che non conosco il numero di moli di gas.

$$p_A V_A = nRT_A \Rightarrow nR = \frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{1,2 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} \times 4,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{222 \text{ K}} = 2,2 \text{ J/K}.$$

Il lavoro svolto nella trasformazione isoterma BC è dunque:

$$W_{BC} = nRT \ln \frac{V_C}{V_B} = 2,2 \text{ J/K} \times 315 \text{ K} \times \ln \frac{5,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{4,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 0,25 \text{ kJ.}$$

Infine, il lavoro svolto durante tutta la trasformazione ABC è:

$$W = W_{AB} + W_{BC} = W_{BC} = 0,25 \text{ kJ.}$$

Calcolo la variazione di energia interna.

Ricavo la variazione di energia interna dalla formula per i gas biatomici:

$$\Delta U = \frac{5}{2} nR \cdot \Delta T = \frac{5}{2} nR \cdot (T_C - T_A) = \frac{5}{2} \times 2,2 \text{ J/K} \times (315 \text{ K} - 222 \text{ K}) = 0,51 \text{ kJ}$$

Calcolo il calore assorbito.

Applico il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - W \Rightarrow Q = \Delta U + W = 0,51 \text{ kJ} + 0,25 \text{ kJ} = 0,76 \text{ kJ}$$

55 ******* Un cilindro contiene 0,30 moli di gas perfetto alla temperatura di 300 K. Il gas si espande isotermicamente da un volume iniziale di 0,20 m³ a un volume finale di 0,35 m³.

- ▶ Quanto calore deve essere fornito al gas per mantenere costante la temperatura?

[4,2 × 10² J]

56 **OLIMPIADI DELLA FISICA** ******* Un cilindro orizzontale ha l'area di base S = 0,1 m² ed è diviso in due parti da un pistone perfettamente scorrevole e a tenuta. Il pistone è sottoposto, come in figura, all'azione di una molla che ha una costante di elasticità k = 200 N · m⁻¹. Quando la molla è a riposo, il pistone è in contatto con la parete sinistra del cilindro (quindi la parte A ha volume nullo).

Nella parte A vengono introdotte 0,010 moli di elio e il tutto è portato a temperatura T = 300 K. Successivamente il gas viene riscaldato lentamente fino a raddoppiare il volume iniziale. Trascura la capacità termica del cilindro e del pistone e tutte le eventuali perdite di calore verso l'esterno e calcola:



- ▶ il volume V e la pressione p del gas.
- ▶ la quantità di calore necessaria per il riscaldamento.

(Olimpiadi della fisica, 2004, gara di 2° livello)

[3,53 × 10⁻² m³; 706 Pa; 150 J]

57 **OLIMPIADI DELLA FISICA** ******* Un cilindro, chiuso nella parte superiore da un pistone mobile, contiene una certa quantità di elio. Con una trasformazione molto lenta, rappresentata nel piano V-p da una retta, l'elio viene portato allo stato A, caratterizzato da p_A = 40,0 kPa, V_A = 3,00 dm³ e T_A = 300 K, allo stato B, caratterizzato da p_B = 150 kPa e V_B = 1,00 dm³. Successivamente il gas viene riportato dallo stato B allo stato iniziale A mediante una trasformazione isocora seguita da una trasformazione isobara.

Calcola:
 ▶ la temperatura del gas nello stato B.
 ▶ il calore scambiato dal gas con l'ambiente esterno durante la trasformazione dallo stato A allo stato B.
 ▶ il lavoro utile compiuto dal ciclo.

(Modificato dalle Olimpiadi della fisica, gara regionale, 1997)

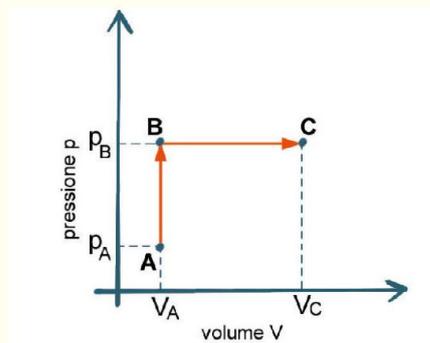
[375 K; -145 J; -110 J]

7 I CALORI SPECIFICI DEL GAS PERFETTO

PROBLEMA MODELLO 7 CALCOLO DEL CALORE SPECIFICO DELL'ELIO A VOLUME E A PRESSIONE COSTANTE

Un recipiente cilindrico contiene 0,109 mol di elio, che compiono la trasformazione rappresentata in figura, costituita da una trasformazione isocora AB e da una isobara BC. I valori del volume, della pressione e della temperatura allo stato iniziale sono rispettivamente 2,00 L, 1,30 atm e 290 K. La pressione finale è uguale a 1,90 atm e la temperatura finale è di 640 K.

- ▶ Calcola il calore specifico dell'elio a volume costante.
- ▶ Calcola il calore specifico dell'elio a pressione costante.
- ▶ Coi risultati trovati, verifica la relazione esistente tra c_p e c_v.



■ DATI

Numero di moli: $n = 0,109 \text{ mol}$
 Volume nello stato A: $V_A = 2,00 \text{ L}$
 Pressione nello stato A: $p_A = 1,30 \text{ atm}$
 Temperatura nello stato A: $T_A = 290 \text{ K}$
 Pressione nello stato C: $p_C = 1,90 \text{ atm}$
 Temperatura nello stato C: $T_C = 640 \text{ K}$

■ INCOGNITE

Calore specifico a volume costante: $c_V = ?$
 Calore specifico a pressione costante: $c_p = ?$

L'IDEA

- La trasformazione complessiva è formata da una isocora seguita da una isobara.
- Per calcolare $c_V = \left(\frac{Q}{m \cdot \Delta T} \right)_{\text{isocora}}$ ricaviamo il calore assorbito durante la trasformazione AB dal primo principio della termodinamica: osserviamo che il lavoro nel caso della trasformazione isocora è nullo e che $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$, quindi $Q = \Delta U$.
- Per calcolare $c_p = \left(\frac{Q}{m \cdot \Delta T} \right)_{\text{isobara}}$, troviamo il calore assorbito durante la trasformazione BC, utilizzando il primo principio della termodinamica: osserviamo che $Q = \Delta U + W = \frac{3}{2} nR\Delta T + p \cdot \Delta V$.
- Per calcolare la massa m di elio contenuta nel recipiente, ricaviamo dalla tavola periodica che la massa di una mole è uguale a $\mathcal{M} = 4,00 \text{ g/mol}$ e ricordiamo che $m = n \cdot \mathcal{M}$.

LA SOLUZIONE

Calcolo la massa di gas contenuta nel recipiente.

Conoscendo la massa di una mole ricaviamo: $m = n \cdot \mathcal{M} = 0,109 \text{ mol} \times 4,00 \text{ g/mol} = 0,436 \text{ g}$.

Calcolo il calore specifico dell'elio a volume costante.

Dall'equazione dei gas perfetti, calcolo la temperatura nello stato B sapendo che AB è una trasformazione isocora:

$$V_A = V_B \Rightarrow \frac{T_A}{p_A} = \frac{T_B}{p_B} \text{ allora } T_B = T_A \cdot \frac{p_B}{p_A} = 290 \text{ K} \times \frac{1,90 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,30 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} = 424 \text{ K}.$$

Calcolo la variazione di energia interna durante la trasformazione AB.

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR \cdot \Delta T_{AB} = \frac{3}{2} nR \cdot (T_B - T_A) = \frac{3}{2} \times 0,109 \text{ mol} \times 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \times (424 \text{ K} - 290 \text{ K}) = 182 \text{ J}.$$

Dal primo principio della termodinamica per una trasformazione isocora: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = \Delta U_{AB} = 182 \text{ J}$; quindi:

$$c_V = \left(\frac{Q_{AB}}{m \cdot \Delta T_{AB}} \right)_{\text{isocora}} = \left(\frac{182 \text{ J}}{4,36 \times 10^{-4} \text{ kg} \times 134 \text{ K}} \right) = 3,12 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}).$$

Calcolo il calore specifico dell'elio a pressione costante.

Calcolo il volume nello stato C, dove BC è una trasformazione isobara:

$$p_B = p_C \Rightarrow \frac{T_B}{V_B} = \frac{T_C}{V_C} \text{ allora } V_C = V_B \cdot \frac{T_C}{T_B} = 2,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times \frac{640 \text{ K}}{424 \text{ K}} = 3,02 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 3,02 \text{ L}.$$

Calcolo la variazione di energia interna durante la trasformazione isobara:

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} nR \cdot \Delta T_{BC} = \frac{3}{2} nR \cdot (T_C - T_B) = \frac{3}{2} \times 0,109 \text{ mol} \times 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \times (640 \text{ K} - 424 \text{ K}) = 294 \text{ J}.$$

Il lavoro svolto da B a C è:

$$W_{BC} = p_C \cdot \Delta V_{BC} = p_C \cdot (V_C - V_B) = 1,90 \times 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} \times (3,02 - 2,00) \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 196 \text{ J}.$$

Calcolo il calore assorbito usando il primo principio della termodinamica:

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC} = 294 \text{ J} + 196 \text{ J} = 490 \text{ J}.$$

Quindi:

$$c_p = \left(\frac{Q_{BC}}{m \cdot \Delta T_{BC}} \right)_{isobara} = \left(\frac{490 \text{ J}}{4,36 \times 10^{-4} \text{ kg} \times 216 \text{ K}} \right) = 5,20 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}).$$

Calcolo il rapporto tra i due calori specifici.

Il rapporto tra i due valori trovati è

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5,20 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})}{3,12 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})} = 1,67,$$

come ci si aspettava dal momento che l'elio è un gas monoatomico.

67 Un recipiente cilindrico contiene del gas che subisce un abbassamento di temperatura di 33 °C. Durante la trasformazione a volume costante vengono ceduti all'ambiente esterno $4,0 \times 10^5 \text{ J/mol}$. Sai che $c_p = 0,63 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ e la massa molare è uguale a 30 kg/mol.

- Calcola la costante γ del gas.

$$[\gamma = 1,6]$$

68 **OLIMPIADI DELLA FISICA** Una massa di 2,00 g di elio è racchiusa in un cilindro; il volume è di 2,00 litri e la temperatura di 0,0 °C. Il gas viene riscaldato in modo che p/V sia costante fino a quando il volume è raddoppiato. Poi il riscaldamento continua a pressione costante fino a raggiungere un volume di 5,00 litri. Successivamente la pressione è ridotta al valore iniziale, a volume costante, e infine il gas viene riportato nelle condizioni iniziali a pressione costante. Tutte le trasformazioni sono reversibili.

- Disegna il diagramma del ciclo, nel piano (p - V).
- Calcola il valore di p , V e T ai vertici del ciclo.
- Determina il calore e il lavoro scambiato in ogni trasformazione, e il verso dello scambio.
- Quante volte il ciclo deve essere ripetuto per sollevare di 80 metri una massa di 650 kg?

[Vertice A: 273 K; $2,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; 0,567 MPa
 Vertice B: $1,09 \times 10^3 \text{ K}$; $4,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; 1,13 MPa
 Vertice C: $1,37 \times 10^3 \text{ K}$; $5,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; 1,13 MPa
 Vertice D: 682 K; $5,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; 0,567 MPa
 Trasformazione AB: $W = 1,70 \text{ kJ}$; $Q = 6,80 \text{ kJ}$
 Trasformazione BC: $W = 1,13 \text{ kJ}$; $Q = 2,84 \text{ kJ}$
 Trasformazione CD: $W = 0$; $Q = -4,26 \text{ kJ}$
 Trasformazione DA: $W = -1,70 \text{ kJ}$; $Q = -4,25 \text{ kJ}$
 $N = 4,5 \times 10^2$ cicli]

(Modificato dalle Olimpiadi italiane della fisica, 1990. Selezione regionale)

8 LE TRASFORMAZIONI ADIABATICHE

PROBLEMA MODELLO 8 L'EQUAZIONE DELLE ADIABATICHE QUASISTATICHE

Un gas perfetto monoatomico si trova alla temperatura di 350 K e occupa un volume di $4,38 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Poi un'espansione adiabatica quasistatica porta il gas a occupare un volume di $7,05 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

- Calcola la temperatura del gas al termine dell'espansione.

■ DATI

Temperatura iniziale: $T_0 = 350 \text{ K}$
 Volume iniziale: $V_0 = 4,38 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 Volume finale: $V = 7,05 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

■ INCOGNITE

Temperatura finale: $T = ?$

L'IDEA

Il gas contenuto nel recipiente è perfetto e monoatomico e l'espansione è adiabatica: dunque possiamo usare l'equazione che lega temperatura e volume per ricavare la temperatura finale.

LA SOLUZIONE

Impongo l'equazione delle adiabatiche quasistatiche.

Il gas perfetto monoatomico ha $\gamma = \frac{5}{3}$. L'equazione che mette in relazione temperatura e volume è quindi

$$TV^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1} \Rightarrow TV^{\frac{5}{3}-1} = T_i V_i^{\frac{5}{3}-1} \quad \text{allora } TV^{\frac{2}{3}} = T_i V_i^{\frac{2}{3}}$$

Ricavo la temperatura T .

$$T = \frac{T_i V_i^{\frac{2}{3}}}{V^{\frac{2}{3}}} = T_i \left(\frac{V_i}{V}\right)^{\frac{2}{3}} = T_i \sqrt[3]{\left(\frac{V_i}{V}\right)^2} = 350 \text{ K} \times \sqrt[3]{\left(\frac{4,38 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{7,05 \times 10^{-3} \text{ m}^3}\right)^2} = 255 \text{ K}$$

PER NON SBAGLIARE

La temperatura iniziale era 350 K e quella finale risulta 255 K. Durante l'espansione adiabatica la temperatura è diminuita, come previsto dal primo principio della termodinamica, e la diminuzione di temperatura è stata di 95 K.

77 **★★★** 2,00 moli di gas perfetto monoatomico sono contenute in un cilindro con un volume iniziale di $5,25 \times 10^{-2} \text{ m}^3$. Il gas si trova alla temperatura di 310 K e viene compresso adiabaticamente fino a raggiungere il volume di $2,50 \times 10^{-2} \text{ m}^3$.

Determina:

- ▶ la pressione iniziale del gas;
- ▶ la temperatura finale del gas;
- ▶ la pressione finale del gas.

[$9,82 \times 10^4 \text{ Pa}$; 508 K; $3,38 \times 10^5 \text{ Pa}$]

78 **★★★** Un recipiente chiuso da un pistone a tenuta costante contiene un gas perfetto monoatomico. Con una trasformazione quasistatica viene dimezzato il volume iniziale. Durante il processo la variazione di temperatura è la metà di quella che si avrebbe se il processo fosse adiabatico.

- ▶ Calcola di quanto è variata percentualmente la temperatura assoluta del sistema alla fine del processo quasistatico.

[30%]

PROBLEMI GENERALI

12 **★★★** 0,50 moli di un gas perfetto si trovano in uno stato termodinamico caratterizzato da una pressione $p_A = 2,0 \text{ kPa}$ e da un volume $V_A = 1,3 \text{ m}^3$. Il gas subisce prima una trasformazione isocora che ne varia la pressione da p_A a $p_B = 0,70 \text{ kPa}$ e successivamente una trasformazione isobara che ne porta la temperatura a un valore $T_C = 600 \text{ K}$.

- ▶ Determina per ciascuno degli stati A , B , C i valori delle tre variabili termodinamiche.
- ▶ Disegna in un riferimento p - V i grafici che rappresentano le due trasformazioni.
- ▶ Calcola il lavoro totale compiuto dal gas durante le due trasformazioni.

[$T_A = 6,3 \times 10^2 \text{ K}$; $T_B = 2,2 \times 10^2 \text{ K}$; $V_C = 3,6 \text{ m}^3$; $1,6 \times 10^3 \text{ J}$]

13 **★★★** Un gas perfetto è contenuto in un recipiente ermeticamente chiuso. Il gas occupa inizialmente il volume del recipiente alla pressione di 10^5 Pa e alla temperatura di 300 K. Il gas subisce una trasformazione a volume costante passando da stati successivi in cui la pressione vale $2,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, $3,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, $4,0 \times 10^5 \text{ Pa}$.

- ▶ Calcola la temperatura del gas in questi tre stati.
- ▶ Disegna prima in un grafico V - p e poi in un grafico T - V questa trasformazione.

[$6,0 \times 10^2 \text{ K}$; $9,0 \times 10^2 \text{ K}$; $1,2 \times 10^3 \text{ K}$]

14 **★★★** Una quantità di acqua di 1,00 kg, che occupa un volume di $1,25 \times 10^{-2} \text{ m}^3$, si trova alla temperatura di $100 \text{ }^\circ\text{C}$ e inizia a bollire alla pressione di $1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$. Il volume

occupato dal vapore dopo che tutta l'acqua si è trasformata a pressione costante è di $1,75 \text{ m}^3$. Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua a $100 \text{ }^\circ\text{C}$ è: $\gamma = 2,26 \times 10^6 \text{ J/kg}$. Determina:

- ▶ il calore che viene fornito al sistema;
- ▶ il lavoro compiuto dal sistema;
- ▶ la variazione di energia interna del sistema.

$$[2,26 \times 10^6 \text{ J}; 1,77 \times 10^5 \text{ J}; 2,08 \times 10^6 \text{ J}]$$

15 **★★★** Nei cilindri dei motori diesel avvengono continue trasformazioni adiabatiche. Infatti l'aria viene compressa

velocemente in modo da provocare un improvviso aumento della temperatura; così si ottiene l'accensione del combustibile senza bisogno di candele. Immagina che il pistone comprime l'aria nel cilindro a tal punto da ridurre il volume fino a $1/10$ del suo valore iniziale. Allo stato iniziale i valori della temperatura e della pressione sono: $T_0 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ e $p_0 = 1,00 \text{ atm}$. Considera l'aria contenuta nei cilindri come un gas perfetto.

- ▶ Calcola i valori finali della pressione p e della temperatura T .

Suggerimento: l'aria nei cilindri è costituita essenzialmente da N_2 e O_2 .

$$[2,54 \times 10^6 \text{ Pa}; 749 \text{ K}]$$

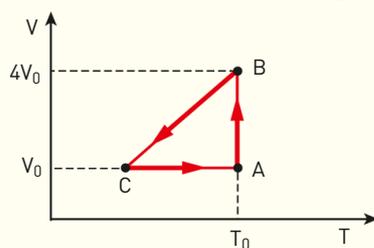
TEST

9 Un recipiente di 40 L è diviso in due parti uguali da una membrana di gomma. Una parte del recipiente contiene $1,5$ moli di un gas ideale monoatomico a una temperatura di 250 K , mentre nell'altra c'è il vuoto. Il recipiente è ben isolato, per cui non c'è scambio di calore con l'ambiente circostante. La membrana si rompe e, alla fine, il gas raggiunge una nuova situazione di equilibrio, occupando l'intero volume. Qual è la temperatura finale del gas?

- A 125 K
- B 157 K
- C 180 K
- D 250 K

Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2008/2009

10 One mole of an ideal gas in initial state A undergoes a cyclic process $ABCA$, as shown in the figure.



Its pressure in A is P_0 . Choose the correct option(s) from the following:

- A internal energies at A and B are the same.
- B work done by the gas in the process AB is $p_0 V_0 \ln 4$
- C pressure at C is $p_0/4$
- D temperature at C is $T_0/4$.

Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2010

11 In termodinamica lo stato di un sistema costituito da un gas perfetto è definito:

- A dalla sua posizione.

- B solo dalla temperatura.
- C da pressione, volume e temperatura.
- D in modo sempre approssimativo.

12 L'energia interna è una funzione di stato?

- A Dipende dallo stato del sistema.
- B Sì.
- C No.
- D Dipende dal tipo di trasformazione che subisce.

13 Il principio zero della termodinamica:

- A è valido solo se le variabili termodinamiche sono tutte nulle.
- B è una legge puramente astratta.
- C permette di stabilire se i corpi hanno temperatura nulla.
- D implica una condizione di equilibrio termico fra più corpi e una relazione di transitività.

14 Considera tre sistemi termodinamici A , B e C . Quali delle seguenti affermazioni costituiscono applicazioni corrette del principio zero della termodinamica e della definizione di equilibrio termodinamico?

- A Se A e B sono in equilibrio termodinamico con C , sono anche in equilibrio termico fra loro.
- B Se A e B sono in equilibrio termico con C , sono anche in equilibrio termodinamico fra loro.
- C Se A e B sono in equilibrio chimico con C , sono anche in equilibrio termodinamico fra loro.
- D Se A e B sono in equilibrio termodinamico con C , sono anche in equilibrio chimico fra loro.

15 Comprimendo un gas perfetto in un cilindro isolato termicamente:

- A l'energia interna del gas aumenta.

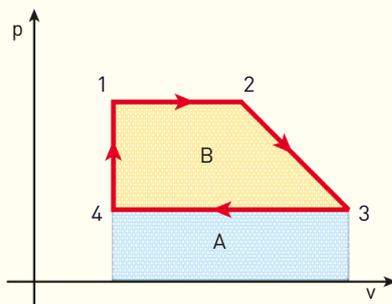
- B l'energia interna del gas diminuisce.
- C l'energia interna del gas rimane invariata.
- D non è possibile stabilire di che segno è la variazione di energia interna.

- 16** In un grafico *pressione-volume* una trasformazione isocora di un gas perfetto è rappresentata da :
- A una retta.
 - B una retta parallela all'asse p delle pressioni.
 - C un ramo di iperbole equilatera.
 - D un ramo di iperbole.

- 17** Un gas perfetto viene riscaldato a volume costante. Quale delle affermazioni seguenti è corretta?
- A Il calore fornito al gas durante la trasformazione provoca un aumento della sua energia interna.
 - B Il calore acquistato dal gas durante la trasformazione provoca una diminuzione della sua energia interna.
 - C L'energia interna del gas rimane costante, come il volume.
 - D Il lavoro prodotto dal gas provoca una diminuzione della sua energia interna.

- 18** In una trasformazione ciclica, quale grandezza assume lo stesso valore del calore scambiato complessivamente?
- A La variazione di temperatura.
 - B La variazione di energia interna.
 - C Il lavoro svolto dal sistema.
 - D Il lavoro delle forze esterne al sistema.

- 19** Nella trasformazione ciclica 1-2-3-4-1 di un gas perfetto rappresentata nella figura che segue, il lavoro svolto dal gas sull'ambiente è rappresentato dall'area:



- A A.
- B B.
- C $A + B$.
- D $A - B$.

- 20** È possibile comprimere adiabaticamente un gas perfetto a temperatura costante?

- A Sì e il lavoro compiuto dal gas sarà positivo.
- B Sì e il lavoro compiuto dal gas sarà negativo.
- C Sì e il lavoro compiuto dal gas sarà nullo.
- D No, non è possibile.

- 21** Prova ad aprire e poi richiudere lo sportello del freezer. Vedrai che la guarnizione dello sportello del freezer appare un po' compressa dallo sportello. Perché?
- A Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione isocora che riduce la pressione.
 - B Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione isobara che mantiene costante la pressione.
 - C Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione adiabatica che riduce la pressione.
 - D Perché l'aria all'interno subisce una trasformazione isoterma che riduce la pressione.

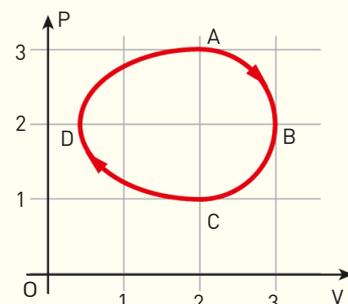
- 22** Il rapporto fra il calore specifico a volume costante e il calore specifico a pressione costante per un gas perfetto, espresso in funzione del numero l di gradi di libertà del gas, vale:

- A $\frac{l+2}{l}$
- B $\frac{l+2}{2}$
- C $\frac{l}{l+2}$
- D $\frac{2}{l+2}$

- 23** Il lavoro necessario per comprimere una mole di gas perfetto ben isolato termicamente:
- A non è mai nullo.
 - B è nullo perché non c'è scambio di calore con l'esterno.
 - C viene fornito dallo stesso gas.
 - D non può essere espresso in Joule ma in Pascal.
 - E non dipende dal valore del volume finale a cui si giunge.

Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina Veterinaria, 2008/2009

- 24** The figure shows the P - V plot of an ideal gas taken through a cycle ABCDA. The part ABC is a semi-circle and CDA is half of an ellipse. Then,



- A the process during the path $A \rightarrow B$ is isothermal.
- B heat flows out of the gas during the path $B \rightarrow C \rightarrow D$.
- C work done during the path $A \rightarrow B \rightarrow C$ is zero.
- D positive work is done by the gas in the cycle ABCDA.

*Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE),
India, 2009/2010*

- 25** C_v and C_p denote the molar specific heat capacities of a gas at constant volume and constant pressure, respectively. Then:

- A $C_p - C_v$ is larger for a diatomic ideal gas than for monatomic ideal gas
- B $C_p + C_v$ is larger for a diatomic ideal gas than for monatomic ideal gas
- C C_p / C_v is larger for a diatomic ideal gas than for monatomic ideal gas
- D $C_p \cdot C_v$ is larger for a diatomic ideal gas than for monatomic ideal gas

*Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE),
India, 2009*

IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
1. Le macchine termiche	 IN LABORATORIO Macchina termica di Stirling Si può usare il calore per accendere una lampadina? Come?	2
3. Secondo enunciato: Rudolf Clausius	 ANIMAZIONE I due enunciati del secondo principio della termodinamica Qual è la differenza tra i due enunciati? Come si costruiscono macchine che li violino?	1
	 ANIMAZIONE Equivalenza dei due enunciati di Clausius e Kelvin Perché i due enunciati sono equivalenti?	2,5
5. Trasformazioni reversibili e irreversibili	 ANIMAZIONE Le trasformazioni termodinamiche reversibili Come si rappresenta una trasformazione reversibile nel piano p - V ?	2,5
7. Il ciclo di Carnot	 ESPERIMENTO VIRTUALE Trasformazioni cicliche Gioca, misura, esercitati	
 MAPPA INTERATTIVA	30 TEST INTERATTIVI SU  CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»	

VERSO IL CLIL

 FORMULAE IN ENGLISH	 AUDIO	
Thermal efficiency	$\eta = \frac{W}{Q}$	The efficiency of a heat engine η is equal to the ratio of the work done by the engine W to the heat absorbed by the engine Q .
Maximum thermal efficiency between fixed temperatures	$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$	The maximum efficiency of a machine between two temperatures equals one minus the ratio of the absolute temperature of the cold reservoir to the absolute temperature of the hot reservoir.
Heat produced by a fridge	$ Q_2 = Q_1 + W $	The heat released into the environment from a refrigerator equals the heat transferred from the inside plus the external work.
Coefficient of performance	$\text{COP} = \frac{Q_1}{ W }$	The coefficient of performance of a heat pump equals the ratio of the heat transferred by the pump to the external work consumed by the pump.
Energy efficiency ratio for a heat pump	$K = \frac{ Q_2 }{ W }$	The gain coefficient of a heat pump equals the ratio of heat out to the external work.

 QUESTIONS AND ANSWERS

► What is a heat engine? Give an example.

Joule demonstrated the mechanical equivalence of heat by using the work of a falling weight to heat water. However, attempting to reverse the process by heating the water will not result in work being done, i.e. the raising of the weight. Work can be converted to heat directly and completely, but special machines, called *heat engines*, are needed to convert heat into useful work. Heat engines operate by means of a working fluid that undergoes thermodynamic cycles in which it absorbs heat from a high-temperature source, converts some of the heat into work, and emits the remaining waste heat to the environment. The source and environment are called the hot reservoir and cold reservoir, or hot and cold sinks. A steam power plant is a good example of a heat engine: an external-combustion engine transfers heat to the steam, which does work on a turbine and unused heat is emitted to the atmosphere.

► Do internal-combustion engines operate on a Carnot cycle?

Internal combustion engines, such as diesel engines or gas turbines, are heat engines in the sense that they convert heat into mechanical work. However, they operate on a mechanical cycle and not a thermodynamic cycle since the working fluid – air and combustion products – is discarded from the engine as exhaust gases. Therefore, the internal combustion engine operates on an open thermodynamic cycle and not a closed Carnot cycle, but this does not mean that it cannot be analysed as a Carnot engine. To make the analysis, certain assumptions are made – the working fluid behaves as an ideal gas circulating in a closed loop, all processes are reversible, the combustion process is replaced by a heat addition process and the exhaust process by a heat rejection process – that reduce the complex working of the internal combustion engine into a simplified model that can be studied qualitatively.

► Explain the difference between reversible and irreversible processes.

Irreversible processes cannot spontaneously reverse themselves in order to restore a thermodynamic system to its initial state. For example a hot cup of tea or plate of food that goes cold cannot spontaneously warm up again. All real processes are irreversible. A reversible process by definition can be reversed: i.e. both system and surroundings return to their initial states. This is possible only if the net heat and work exchanged with the surroundings in a cycle (forward plus reverse processes) is zero. In the pV plane, the reverse process would retrace the same path as the forward process. Reversible processes are referred to as ideal due to the impossibility of eliminating all the factors that cause a process to be irreversible, the irreversibilities, such as friction, unrestrained expansion or heat transfers across a finite temperature difference.

► Can a refrigerator be used to heat as well as to cool?

A refrigerator is a cyclic device that makes use of a vapour (the refrigerant) to transfer heat from a cold place to a hotter place. It consists of: an *expansion valve* that lowers the pressure and temperature of the refrigerant; an *evaporator* in the form of the refrigerated space in which the refrigerant absorbs heat; a *compressor* that compresses the refrigerant to a high pressure and temperature; and a *condenser* in the form of the coils at the back of the refrigerator in which the refrigerant exchanges heat with the surrounding space. This emitted heat plus any heat dissipated by the compressor does not amount to much in a domestic setting but supermarkets are now beginning to use the heat recovered from refrigeration systems to warm ventilated air, heat the water supply, and consequently reduce energy costs and carbon emissions.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 LE MACCHINE TERMICHE

6 ★★★ Una macchina termica compie cinque cicli al secondo ed eroga una potenza pari a 1,6 kW. In ogni ciclo, il lavoro prodotto è il 38% del valore dell'energia ceduta alla sorgente fredda.

- ▶ Calcola il calore assorbito in ogni ciclo.

[1,2 kJ]

4 TERZO ENUNCIATO: IL RENDIMENTO

22 ★★★ Una locomotiva a vapore dell'Ottocento aveva all'incirca un rendimento dell'8%.

- ▶ Per ottenere un lavoro utile pari a 400 kJ, quanto calore si doveva assorbire dalla caldaia?

[5 MJ]

23 ★★★ In una fabbrica lavorano contemporaneamente 4 macchine termiche di tipo A con rendimento $\eta_A = 0,35$ e 6 macchine termiche di tipo B con rendimento $\eta_B = 0,22$. Tutte le macchine assorbono la stessa quan-

7 ★★★ Per produrre un lavoro di $2,79 \times 10^4$ J una macchina termica assorbe $1,12 \times 10^5$ J di calore. La variazione di temperatura della sorgente fredda, costituita da una massa m di acqua a temperatura ambiente, non deve essere maggiore di un decimo di grado.

- ▶ Determina la quantità minima di acqua necessaria per realizzare la sorgente fredda.

[201 kg]

tità di calore $Q_2 = 8,2 \times 10^2$ J in un ciclo e compiono tre cicli al secondo.

- ▶ Ricava la formula che esprime il rendimento dell'intero impianto.
- ▶ Determina il valore numerico del rendimento.
- ▶ Quanto calore è ceduto in un'ora alla sorgente fredda?

Suggerimento: pensa all'impianto come a un'unica macchina termica.

$$\left[\frac{4\eta_A + 6\eta_B}{10}; 0,27; -6,5 \times 10^7 \text{ J} \right]$$

7 IL CICLO DI CARNOT

46 ★★★ Una macchina termica è costituita da un gas perfetto monoatomico che compie cicli di Carnot alla frequenza di 15 Hz e genera una potenza di $3,9 \times 10^3$ W. A ogni ciclo, cede alla sorgente fredda 370 J di calore.

- ▶ Calcola il calore assorbito dalla sorgente calda in ogni ciclo e il rendimento della macchina.
- ▶ Di quanto è variata la temperatura del gas dopo un ciclo? E dopo un'ora di funzionamento?

[$6,3 \times 10^2$ J; 0,41; 0 °C]

47 ★★★ Una macchina termica di potenza 10 kW ha un rendimento del 30,0 % e cede a ogni ciclo una quantità di energia pari a 450 J.

- ▶ Calcola la quantità di energia assorbita dalla sorgente calda in ogni ciclo termodinamico.
- ▶ Calcola quanto dura un ciclo.

[643 J; $1,9 \times 10^{-2}$ s]

48 ★★★ Un gas perfetto monoatomico esegue un ciclo di Carnot come nella figura dell'esercizio numero 41. Conosci $V_A = 1,32 \times 10^{-2}$ m³, $p_A = 5,00$ atm, $V_C = 4,25 \times 10^{-2}$ m³, $p_C = 1,00$ atm e $\gamma = 1,67$.

- ▶ Determina le coordinate dei punti B e D del ciclo.
- ▶ Considera i dati del Problema modello 3. Verifica che il rapporto $\frac{V_C}{V_D}$ è uguale a $\frac{V_B}{V_A}$.

$$[V_B = 2,20 \times 10^{-2} \text{ m}^3, p_B = 3,00 \text{ atm}; V_D = 2,55 \times 10^{-2} \text{ m}^3, p_D = 1,67 \text{ atm}]$$

8 IL RENDIMENTO DELLA MACCHINA DI CARNOT

PROBLEMA MODELLO 4 LA MACCHINA DI CARNOT

Una macchina di Carnot lavora fra due temperature la cui differenza vale $\Delta T = 120$ K. Il suo rendimento è $\eta = 46\%$.

- ▶ Calcola le temperature delle due sorgenti di calore.

■ DATI

Differenza tra le temperature: $\Delta T = 120 \text{ K}$
 Rendimento: $\eta = 46\%$

■ INCOGNITE

Temperatura sorgente fredda: $T_1 = ?$
 Temperatura sorgente calda: $T_2 = ?$

L'IDEA

- Conoscendo il rendimento, conosciamo anche il rapporto tra le due temperature.
- Risolviamo allora un sistema di due equazioni nelle due incognite T_1 e T_2 .

LA SOLUZIONE

Calcolo il rapporto tra le temperature.

Dall'espressione del rendimento ricavo il rapporto tra le temperature:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 1 - \eta = 1 - 46\% = 54\%$$

Risolve il sistema nelle incognite T_1 e T_2 .

Sfruttando il valore del rapporto tra le temperature possiamo scrivere:

$$\begin{cases} T_2 - T_1 = 120 \text{ K} \\ \frac{T_1}{T_2} = 0,54 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_2 - 0,54 T_2 = 120 \text{ K} \\ T_1 = 0,54 T_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0,46 T_2 = 120 \text{ K} \\ T_1 = 0,54 T_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_2 = \frac{120 \text{ K}}{0,46} = 2,6 \times 10^2 \text{ K} \\ T_1 = 1,4 \times 10^2 \text{ K} \end{cases}$$

56 ******* Una macchina termica non reversibile lavora tra le temperature di 25°C e 420°C . Il rendimento è il 52% del rendimento di una macchina reversibile che opera tra le due stesse temperature ed è alimentata con la stessa potenza. La macchina assorbe una potenza di 400 kW.

- Qual è il rendimento della macchina?
- Quanto lavoro in meno produce, in un'ora, rispetto alla macchina reversibile?

[0,30; $3,9 \times 10^8$ J]

9 IL MOTORE DELL'AUTOMOBILE

PROBLEMA MODELLO 5 CONFRONTO TRA UN MOTORE A SCOPPIO E UNA MACCHINA DI CARNOT

Consideriamo un motore a scoppio che genera una potenza di 1,91 kW e un motore ideale costituito da una macchina di Carnot che lavora fra le stesse temperature, ovvero tra 2100°C (temperatura di combustione) e 450°C (temperatura dei gas di scarico).

- Calcola il rendimento del motore ideale.
- Calcola il calore assorbito in un'ora dal motore ideale per produrre la stessa potenza del motore a scoppio.

■ DATI

Temperature sorgenti:
 $T_1 = 450^\circ\text{C}$, $T_2 = 2100^\circ\text{C}$
 Potenza generata: $P = 1,91 \text{ kW}$

■ INCOGNITE

Rendimento motore ideale: $\eta = ?$
 Calore assorbito in un'ora: $Q_2 = ?$

L'IDEA

- Dalle temperature espresse in kelvin calcoliamo il rendimento del motore ideale $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$.
- Conoscendo la potenza, calcoliamo il lavoro prodotto in un'ora e dalla formula del rendimento $\eta = \frac{W}{Q_2}$ calcoliamo il calore assorbito.

LA SOLUZIONE

Calcolo il rendimento del motore ideale.

Converto le temperature in kelvin e ottengo

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{(450 + 273)\text{K}}{(2100 + 273)\text{K}} = 0,695.$$

Calcolo il lavoro prodotto in un'ora dal motore a scoppio.

In un'ora il motore a scoppio compie un lavoro pari a

$$W = P\Delta t = (1,91 \times 10^3 \text{ W}) \times (3600 \text{ s}) = 6,88 \times 10^6 \text{ J}.$$

Calcolo il calore assorbito in un'ora.

Per produrre lo stesso lavoro del motore a scoppio, il motore ideale dovrebbe assorbire un calore pari a

$$Q_2 = \frac{W}{\eta} = \frac{6,88 \times 10^6 \text{ J}}{0,695} = 9,90 \times 10^6 \text{ J}.$$

74 ******* Un gas perfetto biatomico ($\gamma = 7/5$) esegue un ciclo Diesel ideale; dallo stato iniziale A , con $p_A = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, $V_A = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3$, $T_A = 293 \text{ K}$, viene compresso adiabaticamente allo stato B . Poi segue un'espansione isobara fino allo stato C e una adiabatica fino allo stato D , con $p_D = 5,0 \times 10^5 \text{ Pa}$. Il ciclo si chiude con un'isocora. Il rapporto di compressione, ovvero il rapporto tra il volume massimo e quello minimo raggiunti nel ciclo, è 22.

- ▶ Calcola i valori della pressione, volume e temperatura ai vertici del ciclo.
- ▶ Disegna il ciclo nel piano (V, p).

$$[p_B = 76 \times 10^5 \text{ Pa}, T_B = 1,01 \times 10^3 \text{ K}; V_B = 2,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3; \\ p_C = 76 \times 10^5 \text{ Pa}, T_C = 3,29 \times 10^3 \text{ K}; V_C = 7,2 \times 10^{-5} \text{ m}^3; \\ p_D = 5,0 \times 10^5 \text{ Pa}, T_D = 1,47 \times 10^3 \text{ K}; V_D = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3]$$

75 ******* Un'autovettura con un motore a ciclo Otto con Potenza massima di 73,5 kW (100 CV) viaggia alla velocità di 120 km/h utilizzando il 50% della potenza disponibile. Il rendimento del motore risulta del 30%; il potere calorifico della benzina è di $0,46 \times 10^8 \text{ J/kg}$ e la sua densità è di 0,71 kg/L.

- ▶ A partire dalla definizione di rendimento di una macchina termica, esprimi il rendimento in funzione della potenza erogata e della potenza assorbita.
- ▶ Calcola quanti chilometri l'autovettura percorre per ogni litro di benzina.

[9,0 km/L]

10 IL FRIGORIFERO

PROBLEMA MODELLO 6 IL CONSUMO DI UN FRIGORIFERO

Un frigorifero ha un coefficiente di prestazione pari a 4,5 e in un giorno assorbe dal suo interno $2,1 \times 10^8$ J di calore.

- ▶ Calcola il lavoro necessario a farlo funzionare ogni giorno .
- ▶ Calcola la potenza del frigorifero.
- ▶ Il frigorifero lavora fra le temperature di -10°C e 30°C . Calcola il coefficiente di prestazione massimo, considerando il frigorifero come una macchina ideale di Carnot che lavora fra le stesse temperature.

■ DATI

Coefficiente di prestazione: $\text{COP} = 4,5$
 Calore sottratto alla sorgente fredda in un giorno: $Q_1 = 2,1 \times 10^8 \text{ J}$
 Temperatura della sorgente fredda: $T_1 = -10^\circ\text{C}$
 Temperatura della sorgente calda: $T_2 = 30^\circ\text{C}$

■ INCOGNITE

Lavoro compiuto in un giorno: $W = ?$
 Potenza del frigorifero: $P = ?$

L'IDEA

- Conosciamo il COP e il calore assorbito Q_1 , quindi possiamo calcolare il lavoro W compiuto in un giorno da

$$\text{COP} = \frac{Q_1}{|W|}.$$

- Dividendo il lavoro per il tempo di funzionamento calcoliamo la potenza $P = \frac{W}{t}$.
- Considero il frigorifero come una macchina di Carnot che lavora fra le stesse temperature e calcolo il COP come $\frac{T_1}{T_2 - T_1}$.

LA SOLUZIONE

Calcolo il lavoro compiuto in un giorno.

Ogni giorno il frigorifero compie un lavoro pari a

$$|W| = \frac{Q_1}{\text{COP}} = \frac{2,1 \times 10^8 \text{ J}}{4,5} = 4,7 \times 10^7 \text{ J}.$$

Calcolo la potenza del frigorifero.

In un giorno, ci sono $\Delta t = 24 \text{ h} \times 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 8,64 \times 10^4 \text{ s}$ quindi:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4,7 \times 10^7 \text{ J}}{8,64 \times 10^4 \text{ s}} = 5,4 \times 10^2 \text{ W}.$$

Calcolo il COP massimo teorico.

Considerando il frigorifero come macchina ideale di Carnot ricavo

$$\text{COP} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{263 \text{ K}}{40 \text{ K}} = 6,6.$$

89 ★★★ Un frigorifero con coefficiente di prestazione di 5,50 assorbe un lavoro di 480 J.

- ▶ Quanto calore sottrae dall'interno del frigorifero?
- ▶ A parità di lavoro, per sottrarre l'8,00% in più di calore dall'interno del frigorifero che coefficiente di prestazione dovrebbe avere?

[$2,64 \times 10^3$ J; 5,94]

90 ★★★ Un frigorifero con coefficiente di prestazione di 2,90 assorbe in ogni ciclo di funzionamento 540 cal agli alimenti contenuti al suo interno.

- ▶ Quanto calore viene disperso nell'ambiente circostante se il frigorifero compie 15 cicli?

[$4,56 \times 10^4$ J]

91 ★★★ Un congelatore è in equilibrio termico con il suo contenuto alla temperatura di -12 °C. Anna regola il termostato alla temperatura di -18 °C per poter conservare degli alimenti surgelati. La temperatura dell'ambiente è 32 °C. La nuova temperatura di equilibrio viene raggiunta dopo 5,0 min. La capacità termica del freezer con gli alimenti in esso contenuti è $4,2 \times 10^4$ J/K.

- ▶ Qual è la potenza assorbita dal congelatore?

[$8,4 \times 10^2$ W]

PROBLEMI GENERALI

13 ★★★ Una macchina termica utilizza come sorgente calda del piombo al punto di fusione (601 K, calore latente $2,3 \times 10^4$ J/kg) e come sorgente fredda dell'azoto al punto di ebollizione (77 K, calore latente $2,0 \times 10^5$ J/kg). In ogni ciclo della macchina vengono solidificati 25 g di piombo e si fanno evaporare 2,0 g di azoto; la macchina opera con una frequenza di 5,0 Hz.

- ▶ Calcola la potenza e il rendimento della macchina.
- ▶ Calcola il rendimento di una macchina di Carnot che lavora tra le stesse sorgenti.

[$9,0 \times 10^2$ W, 0,31; 0,87]

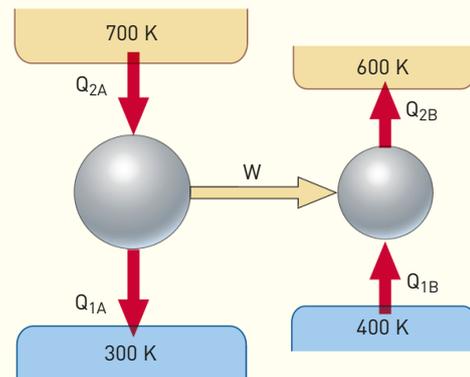
14 ★★★ Due moli di un gas perfetto biatomico compiono cicli di Carnot fornendo, nella metà del ciclo corrispondente all'espansione, 1,24 kJ di lavoro. Il 66,7% di questo lavoro è dovuto al tratto dell'espansione isoterma.

- ▶ Calcola il lavoro compiuto nell'espansione adiabatica.
- ▶ Determina la variazione di energia interna del gas durante l'espansione adiabatica.
- ▶ Qual è la differenza di temperatura tra le due sorgenti di calore?

Suggerimento: ricorda, dal capitolo precedente, che relazione esiste fra il lavoro compiuto nell'espansione adiabatica e la variazione dell'energia interna del gas perfetto.

[413 J; -413 J; 9,93 K]

15 ★★★ Due macchine termiche di Carnot lavorano insieme secondo lo schema mostrato nella figura. Sulla macchina B, che lavora come pompa di calore, è compiuto dall'esterno un lavoro pari a quello della macchina A. Le temperature delle sorgenti tra cui lavora la macchina A sono 700 K e 300 K. La macchina B lavora tra 600 K e 400 K. Il calore Q_{1A} , ceduto in un ciclo dalla macchina A, è $1,5 \times 10^3$ J.



- ▶ Determina il calore Q_{2B} ceduto dalla macchina B in un ciclo.

[$6,0 \times 10^3$ J]

16 ★★★ Una macchina termica che muove un generatore elettrico segue un ciclo ideale di Carnot con la sorgente ideale fredda tenuta alla temperatura ambiente. In estate la temperatura ambiente media risulta di 25 °C e il rendimento è $\eta = 0,50$. In inverno la temperatura ambiente media risulta di -10 °C mentre quella della sorgente calda resta invariata. La sorgente calda viene alimentata bruciando benzina, che ha un potere calorifico di $0,460 \times 10^8$ J/kg.

- ▶ Calcola la temperatura della sorgente ideale calda.
- ▶ Calcola il nuovo rendimento della macchina termica nel periodo invernale.
- ▶ Calcola il numero di kwh generati da questa macchina termica dopo la combustione di 10 kg di benzina, sia nel periodo estivo che nel periodo invernale.

[$6,0 \times 10^2$ K; 0,56; 65; 72]

↑ IDEE PER UNA LEZIONE DIGITALE

PARAGRAFO	CONTENUTO	DURATA (MINUTI)
3. L'entropia di un sistema isolato	<p> ANIMAZIONE</p> <p>L'entropia di un sistema isolato</p> <p>Si dimostra che in un sistema isolato in cui avvengono soltanto trasformazioni reversibili la variazione di entropia è nulla.</p>	3
	<p> ANIMAZIONE</p> <p>L'entropia dell'Universo</p> <p>Può un frigorifero aumentare l'entropia dell'Universo? Come?</p>	1
6. Il secondo principio dal punto di vista molecolare	<p> ESPERIMENTO VIRTUALE</p> <p>Ordine e disordine</p> <p>Gioca, misura, esercitati</p>	
MAPPA INTERATTIVA	<p> IN TRE MINUTI • L'entropia</p> <p>30 TEST INTERATTIVI SU ZTE CON FEEDBACK «Hai sbagliato, perché...»</p>	

↑ VERSO IL CLIL

FORMULAE IN ENGLISH

AUDIO

Change in entropy

$$\Delta S = \left(\frac{Q}{T} \right)_R$$

The change in entropy for a system is the ratio of the heat flow Q into the system and the temperature T at which the change take place. The sub script R indicates that the change is reversible.

QUESTIONS AND ANSWERS

AUDIO

- Why is the entropy of an isolated system destined to either remain constant or increase?

Entropy is an extensive thermodynamic property, defined as the measure of a system's thermal energy per unit temperature that is unavailable for doing useful work. The second law of thermodynamics represented in terms of entropy states that the entropy in an isolated system always increases or remains constant. An isolated system is a thermodynamic system that has no interaction with the surroundings and for which changes in the system have no effect on the surroundings. The conservation law tells us that the total energy of an isolated system (the sum of the internal, kinetic, potential energies etc) remains constant over time and therefore the entropy – the thermal energy unavailable for useful work – of the system can only increase or, in the limit of a reversible process, remain constant.

PROBLEMI MODELLO, DOMANDE E PROBLEMI IN PIÙ

1 LA DISUGUAGLIANZA DI CLAUSIUS

- 2** Perché una quantità di calore scambiata con un basso dislivello di temperatura è meno utile della stessa quantità di calore scambiata con un dislivello di temperatura più alto?
- 3** In natura vale l'uguaglianza di Clausius?
- 4** **COSA SUCCEDDE SE** Cosa succede se la stessa macchina termica viene utilizzata all'equatore e al polo nord?

PROBLEMA MODELLO 1 POMPA DI CALORE SU UN CICLO DI CARNOT

Una pompa di calore che lavora su un ciclo di Carnot ha un coefficiente di guadagno di 10,3. Quando fa freddo, per mantenere in casa una temperatura di 21 °C, il motore della macchina termica assorbe 25,0 kW di energia elettrica ogni secondo.

- Calcola il calore scambiato con le sorgenti (atmosfera - sorgente fredda - e interno della casa - sorgente calda) ogni secondo.
- Calcola la temperatura esterna.

■ DATI

Temperatura interna:
 $T_2 = (273 + 21) \text{ K} = 294 \text{ K}$
 Potenza erogata: $P = 25,0 \text{ kW}$
 Coefficiente di guadagno: $K = 10,3$

■ INCOGNITE

Calore assorbito (positivo): $Q_1 = ?$
 Calore ceduto (negativo): $Q_2 = ?$
 Temperatura esterna: $T_1 = ?$

L'IDEA

La potenza elettrica assorbita dalla pompa di calore, moltiplicata per l'unità di tempo, corrisponde al lavoro necessario per far funzionare la macchina. Conoscendo il coefficiente di guadagno e il lavoro possiamo ricavare il calore ceduto alla sorgente calda e quello acquistato dalla sorgente fredda. Infine poiché si tratta di una macchina termica reversibile, nella disuguaglianza di Clausius vale il segno = anziché \leq .

LA SOLUZIONE

Calcolo il lavoro necessario per mantenere in funzione la pompa di calore ogni secondo.

$$P = 2,50 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{s}} \Rightarrow W = Pt = \left(2,50 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{s}}\right) \times (1 \text{ s}) = 2,50 \times 10^4 \text{ J.}$$

Calcolo i calori scambiati Q_1 e Q_2 sfruttando la definizione di coefficiente di guadagno.

Dalla definizione di coefficiente di guadagno ricavo direttamente il modulo del calore ceduto Q_2 :

$$K = \frac{|Q_2|}{W} \Rightarrow |Q_2| = WK = (2,50 \times 10^4 \text{ J}) \times 10,3 = 2,58 \times 10^5 \text{ J.}$$

Dal primo principio della termodinamica ottengo il calore assorbito Q_1 :

$$Q_1 = |Q_2| - |W| = (2,58 \times 10^5 - 2,5 \times 10^4) \text{ J} = 2,33 \times 10^5 \text{ J.}$$

Applico l'uguaglianza di Clausius e risolvo rispetto a T_1 .

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \Rightarrow T_1 = -T_2 \frac{Q_1}{Q_2} = -(294 \text{ K}) \times \frac{2,33 \times 10^5 \text{ J}}{-2,58 \times 10^5 \text{ J}} = 266 \text{ K} = -7,5 \text{ °C.}$$

PER NON SBAGLIARE

Fai attenzione alle convenzioni sui segni.

La pompa di calore assorbe calore dalla sorgente più fredda (l'atmosfera), cioè $Q_1 > 0$ e cede calore alla sorgente più calda (l'interno della casa) cioè $Q_2 < 0$.

- 9** ★★★ Una macchina termica assorbe 4,80 J da una sorgente a temperatura 800 K e cede 288 J a una sorgente a 300 K.
 ▶ Quanto vale l'espressione $\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i}$ per questa macchina?
 [−0,954 J/K]

- 10** ★★★ Ad ogni ciclo un frigorifero, per mantenere la sua temperatura di 4 °C, estrae 250 J di calore dal suo interno e cede 305 J di calore all'ambiente circostante a temperatura di 22 °C.
 ▶ Calcola il valore della disuguaglianza di Clausius.
 [−0,13 J/K]

- 11** ★★★ Una macchina termica irreversibile lavora tra le temperature di 10 °C e di 280 °C e il suo rendimento è di 0,350.
 Si sa inoltre che $\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i} = 0,253 \frac{\text{J}}{\text{K}}$.

- ▶ Calcola il calore ceduto alla sorgente fredda in ogni ciclo.
 ▶ Calcola il calore assorbito dalla sorgente calda in ogni ciclo.
 [337 J; 519 J]

- 12** ★★★ Una macchina termica lavora tra le temperature di 273 K e di 420 K e la quantità assorbita dalla sorgente calda è il 39,0 % superiore al calore ceduto che vale 295 J.
 ▶ Calcola quanto vale $\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i}$ per questa macchina termica.
 ▶ Si tratta di una macchina reversibile oppure irreversibile?
 [−0,104 J/K; irreversibile]

2 L'ENTROPIA

- 16** Quale trasformazione reversibile è isoentropica, cioè avviene senza variazione dell'entropia?
Suggerimento: pensa in quali modi una sommatoria può dare come risultato zero.

- 17** Se due cubetti di ghiaccio vengono gettati uno dopo l'altro in un recipiente d'acqua, come si calcola l'entropia?

- 18** L'entropia è una grandezza estensiva; ciò significa che lo sono anche la temperatura T e il calore Q che la definiscono?

- 21** ★★★ 18,5 kg di vapore acqueo condensano alla temperatura di 100 °C.
 Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua è $2,253 \times 10^6 \text{ J/kg}$.
 ▶ Calcola la variazione di entropia dovuta alla condensazione del vapore.
 [−1,12 × 10⁵ J/K]

- 22** ★★★ Durante una trasformazione isoterma reversibile 5,00 mol di un gas perfetto vengono compresse a un volume che è un quarto del volume iniziale.
 ▶ Calcola la variazione di entropia del sistema.
 ▶ Calcola la quantità di calore scambiata se la temperatura dell'isoterma è di 320 K.
 [−57,6 J/K; −1,84 × 10⁴ J]

- 23** ★★★ Un blocco di un certo materiale di massa 152 g fonde completamente alla pressione atmosferica normale e alla temperatura di 329 °C. La variazione di entropia nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido è di 5,81 J/K.
 ▶ Calcola il calore latente di fusione del blocco.
 ▶ Indica di che materiale si tratta.
 [$\lambda_f = 23,0 \times 10^3 \text{ J/kg}$; Piombo]

3 L'ENTROPIA DI UN SISTEMA ISOLATO

39 ★★★ Una casa ha una parete di legno spessa 20,0 cm e una superficie di 15,0 m². La temperatura interna della casa è di 300 K, mentre l'ambiente esterno si trova a una temperatura di 278 K.

(Coefficiente di conducibilità termica $\lambda_{\text{legno}} = 0,20 \text{ W/m} \cdot \text{K}$)

- ▶ Calcola la quantità di calore dispersa nell'ambiente in ogni secondo attraverso quella parete.
- ▶ Calcola l'aumento di entropia dovuto al passaggio di calore attraverso quella parete.

[330 J; $8,71 \times 10^{-2} \text{ J/K}$]

40 ★★★ Una serra è costituita da pannelli di vetro di spessore 5,00 ($\lambda_{\text{vetro}} = 0,93 \text{ W/m} \cdot \text{K}$). La differenza di tempe-

ratura tra l'interno della serra e l'ambiente esterno è di 12,0 K. Attraverso una parete si ha una dispersione di calore di $22,0 \times 10^3 \text{ J}$ ogni secondo.

- ▶ Calcola la superficie della parete
- ▶ Calcola l'aumento di entropia se all'interno del magazzino vi è una temperatura di 15,0 °C.

[9,86 m²; 3,32 J/K]

41 ★★★ Un sistema isolato è costituito da due sorgenti a temperature di 277 °C e di 52,0 °C. L'aumento di entropia è 2,85 J/K.

- ▶ Calcola il valore scambiato tra le due sorgenti se queste vengono poste a contatto per breve tempo.

[$2,26 \times 10^3 \text{ J}$]

4 IL QUARTO ENUNCIATO DEL SECONDO PRINCIPIO

47 **APPLICA I CONCETTI** Nelle trasformazioni reali (quelle che avvengono spontaneamente in natura) la variazione di entropia è negativa?

48 Perché la negazione dell'enunciato di Clausius del secondo principio della termodinamica implica la negazione del quarto enunciato?

Suggerimento: calcola la variazione di entropia che si avrebbe nel caso di una trasformazione che nega l'enunciato di Clausius.

5 L'ENTROPIA DI UN SISTEMA NON ISOLATO

54 Un giovane studente ha appena terminato un'esercitazione di laboratorio di fisica. È incredulo perché ha svolto un esperimento in cui l'entropia è diminuita: cosa concludi?

55 **APPLICA I CONCETTI** La variazione di entropia nell'esperimento del quesito precedente è pari a $-0,65 \text{ J/K}$. Qual è la variazione minima dell'entropia dell'ambiente?

PROBLEMA MODELLO 5 L'ENTROPIA DI UN FRIGORIFERO

Un frigorifero di classe A++ ha un coefficiente di prestazione pari alla metà di quello di una macchina ideale nelle stesse condizioni e assorbe mediamente una potenza elettrica di 100 W. Nel comparto cibi la temperatura è mantenuta costante a 4,0 °C e il gas compresso nel condensatore esterno ha la temperatura di 32 °C.

- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'universo in un giorno.
- ▶ Determina l'espressione per l'entropia in funzione del COP.

■ DATI

Temperature delle due sorgenti:

$$T_1 = (273 + 4,0) \text{ K} = 277 \text{ K}$$

$$T_2 = (273 + 32) \text{ K} = 305 \text{ K}$$

Potenza elettrica assorbita: $P = 100 \text{ W} = 100 \text{ J/s}$.

Relazione tra coefficiente di prestazione reale e coefficiente di prestazione ideale:

$$\text{COP}_{\text{reale}} = \frac{\text{COP}_{\text{ideale}}}{2}$$

Intervallo di tempo: $\Delta t = 1 \text{ d} = 86400 \text{ s}$

■ INCOGNITE

Variazione di entropia dell'universo in un giorno $\Delta S = ?$

L'IDEA

- Poiché l'entropia è una funzione di stato, al completamento di ogni ciclo la variazione di entropia del sistema-frigorifero è nulla. Per calcolare l'entropia dell'universo, dobbiamo quindi calcolare la variazione di entropia dell'ambiente, cioè dovuta allo scambio di calore del frigorifero con le sorgenti: $S_{universo} = S_{frigorifero} + S_{ambiente} = 0 + S_{ambiente}$.
- Non sappiamo quanti cicli vengono compiuti in un secondo, ma conosciamo, attraverso la potenza, il lavoro compiuto dall'esterno ogni secondo.
- Una macchina termica frigorifera ideale ha un coefficiente di prestazione $COP = \frac{Q_1}{|W|} = \frac{Q_1}{|Q_2| - Q_1}$ che è maggiore di quello di un frigorifero reale: $Q_1 > 0$ è il calore sottratto alla sorgente fredda, W è il lavoro compiuto (il frigorifero compie lavoro negativo), $Q_2 < 0$ il calore ceduto all'ambiente in un ciclo. Ricordiamo dal capitolo precedente che il COP dà una misura del rendimento e, nel caso di una macchina ideale (reversibile), possiamo esprimerlo in funzione delle temperature delle sorgenti, cioè: $COP = \frac{1 - \eta}{\eta} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$.

LA SOLUZIONE

Determino il lavoro compiuto dal frigorifero e il suo COP reale.

Dalla potenza del frigorifero posso ricavare il lavoro che compie: $W = Pt = 100 \text{ J/s} \times 1 \text{ s} = 100 \text{ J}$.

Conoscendo le temperature tra cui lavora calcolo il COP che avrebbe se fosse una macchina ideale:

$$COP = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{277 \text{ K}}{(305 - 277) \text{ K}} = 9,89; \text{ sappiamo che il COP reale del frigorifero è } COP_{reale} = \frac{COP}{2} = 4,95.$$

Determino le quantità di calore scambiate con le sorgenti ogni secondo.

Il frigorifero preleva dal suo interno (sorgente fredda) una quantità di calore $Q_1 > 0$:

$$Q_1 = COP_{reale} |W| = 4,95 \times 100 \text{ J} = 495 \text{ J} \text{ (assorbito dal frigorifero, ceduto dall'interno)}$$

e cede all'esterno (sorgente calda) una quantità $Q_2 < 0$: $|Q_2| = Q_1 + |W| = (495 + 100) \text{ J} = 595 \text{ J}$ (ceduto dal frigorifero, assorbito dall'esterno).

Calcolo la variazione di entropia dell'ambiente.

La variazione di entropia dell'ambiente, e dunque dell'universo, è dovuta agli scambi di calore con le sorgenti per ogni secondo:

$$\Delta S_{ambiente} = \frac{-Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{-495 \text{ J}}{277 \text{ K}} + \frac{595 \text{ J}}{305 \text{ K}} = (-1,787 + 1,951) \text{ K} = 0,164 \text{ J/K}.$$

Quindi in un giorno la variazione di entropia sarà

$$\Delta S_{ambiente} = \Delta S_{universo} = 86400 \times (0,164 \text{ J/K}) = 1,42 \times 10^4 \text{ J/K}.$$

PER NON SBAGLIARE

Fai attenzione alle convenzioni dei segni:

- se consideri il frigorifero, il calore viene assorbito dalla sorgente fredda (interno) e ceduto a quella calda (esterno): $Q_1 > 0$ (assorbito), $Q_2 < 0$ (ceduto).
- Se consideri l'ambiente (formato cioè da interno+esterno), il calore viene ceduto dalla sorgente fredda (interno) e acquistato dalla sorgente calda (esterno): $Q_1 < 0$ (ceduto), $Q_2 > 0$ (assorbito).

59 ★★★ Una macchina di Carnot lavora tra le temperature di 28,0 °C e 360 °C e compie un lavoro di 389 J in ogni ciclo di funzionamento.

- ▶ Calcola la variazione di entropia della sorgente calda.
- ▶ Calcola la variazione di entropia della sorgente fredda.

[−1,18 J/K; 1,19 J/K]

60 ★★★ Una macchina termica reale fa aumentare l'entropia dell'universo di una quantità pari a 0,221 J/K a ogni ciclo di funzionamento, assorbendo dalla sorgente calda una quantità di calore di 440 J. La macchina lavora tra sorgenti a temperatura di 0 °C e 100 °C.

- ▶ Calcola il rendimento della macchina reale.

[0,131]

61 ★★★ Una macchina termica reale basata su un ciclo di Carnot lavora tra due sorgenti alle temperature di 520 K e 1300 K. Ha un rendimento pari a un quarto del rendimento ideale e a ogni ciclo preleva dalla sorgente calda 500 J.

- ▶ Calcola la variazione dell'entropia dell'ambiente a ogni ciclo.
- ▶ Calcola la variazione dell'entropia dell'universo a ogni ciclo.

[0,433 J/K; 0,433 J/K]

6 IL SECONDO PRINCIPIO DAL PUNTO DI VISTA MOLECOLARE

64 **CONFRONTA** Fai un confronto tra l'entropia delle molecole d'aria che si muovono per agitazione termica all'interno di un recipiente e quella del traffico stradale mattutino di una grande metropoli, dove gli abitanti si spostano per andare al lavoro. Quali sono analogie e differenze? C'è una differenza sostanziale, quale?

65 **APPLICA I CONCETTI.** Considera il funzionamento di un mulinello di Joule.

- ▶ Prova a descrivere, seguendo il suggerimento, attraverso quali passaggi l'energia del sistema, durante il funzionamento della macchina, passa da forme *più ordinate* a forme *meno ordinate*:

Energia potenziale gravitazionale → *energia cinetica dei pesetti* → ... → ...

67 ★★★ Un meteorite di 10,0 kg, che si muove con una velocità di 25,6 km/s, cade su un pianeta privo di atmosfera. Nell'urto anelastico il calore sviluppato viene completamente assorbito dal pianeta che non varia la sua tempe-

ratura. Assumi che la temperatura sia uguale a 4,00 K.

- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'Universo in seguito all'urto.

[8,19 × 10⁸ J/K]

68 ★★★ Un bambino di 31,0 kg scende 5 volte da uno scivolo, senza attrito, e si immerge nel mare con una velocità di 23,2 m/s. Nell'urto (anelastico) con il mare tutta l'energia cinetica viene assorbita dal mare che non varia la sua temperatura. La temperatura del mare è di 24,2 °C.

- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'Universo dopo le 5 immersioni del bambino.
- ▶ Calcola la variazione di entropia se, invece di un bambino ci fosse un uomo di 85,3 kg che usa lo scivolo una volta sola e si immerge con velocità di 38,1 m/s.
- ▶ In quale dei due casi la variazione di entropia dell'Universo è maggiore?

[141 J/K; 208 J/K; uomo]

7 STATI MACROSCOPICI E STATI MICROSCOPICI

73 Torniamo a esaminare il comportamento delle otto molecole nella scatola (tabella del paragrafo 7). Considera i seguenti due macrostati:

- B** metà delle molecole sono da una parte e metà dall'altra della scatola;
- C** tutte le molecole sono dalla stessa parte della scatola.
- ▶ Qual è la molteplicità del macrostato C?
- ▶ Di quante volte il macrostato B è più probabile del macrostato C?

74 Che legame sussiste tra l'ordine di un microstato e la probabilità che si realizzi spontaneamente?

78 ★★★ Nel problema n. 76, hai ricavato la relazione fra il numero di configurazioni C, il numero di molecole del sistema

N e il numero m di parti di volume (o stati) accessibili alle molecole libere di muoversi. Una stanza ha dimensioni 4,0 m × 3,5 m × 3,0 m e contiene molecole d'aria alla temperatura ambiente (300 K) e alla pressione atmosferica standard (1 atm).

- ▶ Calcola il numero di molecole d'aria presenti nella stanza.
- ▶ Determina la probabilità che le molecole d'aria presenti nella stanza si trovino tutte in una metà del volume disponibile (tutte a destra, tutte a sinistra, tutte in alto o tutte in basso).

Suggerimento: determina la probabilità come rapporto fra il numero di macrostati favorevoli e il numero di configurazioni possibili.

[1,0 × 10²⁷; $\frac{4}{2^{10^{27}}}$]

79 ******* Cinque molecole possono muoversi liberamente in un recipiente. Considera tutti i possibili modi in cui si distribuiscono nella metà di sinistra e in quella di destra del contenitore. Aiutandoti con gli esempi riportati nel paragrafo:

- ▶ descrivi tutti i macrostati del sistema;
- ▶ calcola la molteplicità di ogni macrostato.

MACROSTATO	MOLTEPLICITÀ
$A_{5,0}$: 5 molecole a sinistra e 0 a destra	$W(A_{5,0}) = 1$

80 ******* Consulta la tabella del paragrafo 7 relativa ai possibili macrostati corrispondenti al sistema di otto molecole contenute in un recipiente. Considera i seguenti macrostati:

A: in una metà del contenitore ci sono da tre a cinque molecole;
 B: in una metà del contenitore ci sono tre oppure sei molecole.

- ▶ Qual è la molteplicità del macrostato A?
- ▶ Qual è la molteplicità del macrostato B?

$$\left[\frac{182}{256}, \frac{84}{256} \right]$$

81 ******* Costruisci una tabella delle molteplicità per sei molecole distinguibili che si possono muovere liberamente all'interno di un recipiente.

- ▶ Calcola la probabilità che in una qualunque metà del recipiente vi siano tre molecole.
- ▶ Calcola la probabilità che nella metà destra del recipiente *non* vi siano più di quattro molecole.
- ▶ Calcola la probabilità che nella metà sinistra del recipiente *non* vi siano meno di cinque molecole.

[20/64; 57/64; 7/64]

8 L'EQUAZIONE DI BOLTZMANN PER L'ENTROPIA

83 **APPLICA I CONCETTI** Perché possiamo affermare che l'entropia di un macrostato non può mai essere negativa?

84 Considera 4 molecole libere di muoversi in un recipiente

(consulta la tabella nel paragrafo 7). La variazione di entropia tra il macrostato $A_{3,1}$ in cui 3 molecole si trovano a sinistra e 1 a destra e il macrostato $A_{1,3}$ in cui 1 molecola si trova a sinistra e 3 a destra è nulla. Perché?

PROBLEMA MODELLO 6 VARIAZIONE DI ENTROPIA PER 8 MOLECOLE

Considera il sistema formato da 8 molecole distinguibili, le cui molteplicità sono elencate nella seconda tabella del paragrafo 7. Il macrostato $A_{7,1}$ è quello in cui 7 particelle sono a sinistra e 1 è a destra; il macrostato $A_{4,4}$ è quello simmetrico.

- ▶ Calcola la differenza di entropia tra lo stato $A_{4,4}$ (finale) e lo stato $A_{7,1}$ (iniziale).
- ▶ Calcola la variazione massima di entropia.

■ DATI

Molteplicità degli stati: vedi tabella del paragrafo 7
 $W(A_{7,1}) = 8 \dots$
 $W(A_{4,4}) = 70 \dots$

■ INCOGNITE

Variazione di entropia tra i due stati:
 $\Delta S = S(A_{4,4}) - S(A_{7,1}) = ?$
 Variazione di entropia massima $\Delta S_{\max} = ?$

L'IDEA

- Applichiamo la relazione $S(A) = k_B \ln W(A)$ tra l'entropia $S(A)$ di un macrostato A e la molteplicità W del macrostato A .

- Poiché calcoliamo la variazione di entropia da un macrostato meno probabile (7 molecole da una parte e solo una dall'altra) a uno più probabile (4 molecole per parte), ci aspettiamo che l'entropia aumenti e che quindi la variazione sia positiva (evoluzione spontanea).
- La variazione massima per l'entropia del sistema di 8 molecole si ha quando il sistema evolve dal macrostato più improbabile (tutte le molecole da una parte) al macrostato più probabile (quattro molecole per parte).

LA SOLUZIONE

Calcolo la variazione di entropia fra il macrostato $A_{7,1}$ e il macrostato $A_{4,4}$.

Scrivo la relazione $S(A) = k_B \ln W(A)$ per ognuno dei due macrostati e poi calcolo la differenza richiesta:

$$S(A_{4,4}) - S(A_{7,1}) = k_B \ln W(A_{4,4}) - k_B \ln W(A_{7,1}) = k_B \ln \frac{W(A_{4,4})}{W(A_{7,1})}$$

dove nell'ultimo passaggio ho applicato le proprietà dei logaritmi. Quindi risolvo e ottengo:

$$S(A_{4,4}) - S(A_{7,1}) = \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \times \ln \frac{70}{8} = 2,99 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Ripeto il calcolo nel caso del macrostato meno probabile $A_{8,0}$ che evolve in quello più probabile $A_{4,4}$.

Con un calcolo analogo a quello del passaggio precedente si ottiene

$$\Delta S_{MAX} = S(A_{4,4}) - S(A_{8,0}) = k_B \ln \frac{W(A_{4,4})}{W(A_{8,0})} = \left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \times \ln \frac{70}{1} = 5,86 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

PER NON SBAGLIARE

In questo esercizio abbiamo considerato un gas irreali, formato da sole 8 molecole. L'esiguo numero di molecole fa sì che la probabilità di trovare quasi tutte le molecole da una parte non sia trascurabile.

Nella realtà, con numeri di molecole molto più grandi, dell'ordine del numero di Avogadro, le probabilità dei macrostati più improbabili tendono a zero.

88 **★★★** L'entropia di una mole di ossigeno gassoso, a pressione atmosferica e alla temperatura di 25,0 °C, è pari a 205 J / (mol · K). Considera 1,00 g di ossigeno nelle stesse condizioni.

- ▶ Determina il numero di microstati del sistema.

Suggerimento: ricorda che la massa molare dell'ossigeno è 0,032 kg/mol.

$$[e^{4,64 \times 10^{23}}]$$

89 **★★★** Cinque moli di Ne si espandono isotermicamente e reversibilmente da un volume di 2,30 L a uno di 4,15 L alla temperatura di 24,5 °C.

- ▶ Calcola il rapporto fra la molteplicità del macrostato finale e la molteplicità del macrostato iniziale relativi al sistema.

- ▶ La temperatura iniziale diventa 32,0 °C: calcola di nuovo il rapporto fra le molteplicità.
- ▶ Calcola il rapporto fra le molteplicità se le moli iniziali che subiscono la trasformazione isoterma vengono raddoppiate.

$$[e^{1,78 \times 10^{24}}; e^{1,78 \times 10^{24}}; e^{3,55 \times 10^{24}}]$$

90 **★★★** In una trasformazione il numero di microstati possibili di un sistema termodinamico triplica.

- ▶ Calcola la variazione di entropia del sistema.
- ▶ Calcola l'aumento del numero di microstati necessari per avere una variazione di entropia che sia il 20% in più rispetto a quanto calcolato precedentemente.

$$[1,52 \times 10^{-23} \text{ J/K}; e^{1,32}]$$

9 IL TERZO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

PROBLEMA MODELLO 7 CICLI PER LO ZERO ASSOLUTO

- Quanti cicli sono necessari per raffreddare un corpo da $T_i = 300$ K (temperatura ambiente) a $T_f = 1,00$ K facendo funzionare in senso inverso una macchina termica reversibile che ha il rendimento $\eta = 1,500$?

■ DATI

Temperature iniziale e finale e rendimento della macchina termica:

$$T_i = 300 \text{ K}$$

$$T_f = 1,00 \text{ K}$$

$$\eta = 0,500$$

■ INCOGNITE

Numero di cicli necessari a portare la temperatura a 1,00 K: $n = ?$

L'IDEA

- Conoscendo il rendimento della macchina termica reversibile, possiamo ricavare il rapporto dei calori scambiati con le sorgenti e quindi anche il rapporto delle temperature a ogni ciclo.
- Una volta nota la diminuzione di temperatura ottenuta in un ciclo, possiamo calcolare quanti cicli sono necessari per raggiungere la temperatura finale desiderata.

LA SOLUZIONE

Scrivo la relazione che lega il rendimento di una macchina termica alle quantità di calore scambiate.

Dai dati del problema ricavo $\eta = 1 - \left| \frac{Q_1^R}{Q_2^R} \right| = 0,500$ pertanto $\left| \frac{Q_1^R}{Q_2^R} \right| = 0,500$

Esprimo il rendimento di una macchina di Carnot in funzione delle temperature delle due sorgenti.

Esprimo la quantità calcolata in funzione delle temperature delle sorgenti fredda e calda: $\left| \frac{Q_1^R}{Q_2^R} \right| = \frac{T_f}{T_i}$ quindi

$$\frac{T_f}{T_i} = 1 - \eta \Rightarrow T_f = 0,500 T_i,$$

cioè in un ciclo la temperatura del frigorifero si dimezza.

Dopo n cicli deve quindi valere l'equazione:

$$\frac{T_f}{T_i} = (0,500)^n \Rightarrow \log_{10} \frac{T_f}{T_i} = \log_{10} (0,500)^n$$

Risolve nell'incognita n (numero di cicli).

Applicando le proprietà dei logaritmi ottengo:

$$n = \frac{\log_{10} \frac{T_f}{T_i}}{\log_{10} 0,500} = \frac{\log_{10} \frac{1,00 \text{ K}}{300 \text{ K}}}{\log_{10} 0,500} = \frac{-2,477}{-0,3012} = 8,23.$$

PER NON SBAGLIARE

Come potevamo aspettarci, il risultato che abbiamo ottenuto non è un numero intero: dopo 8 cicli completi la temperatura raggiunta dal frigorifero è $(300 \text{ K}) \times 0,500^8 = 1,17 \text{ K}$. Dopo 9 cicli la temperatura si dimezza ulteriormente.

PROBLEMI GENERALI

5 **IN LABORATORIO** In un esperimento, un secchio pieno di sabbia di massa 2,0 kg viene sospeso avvolgendo un filo di nylon a un perno e legandone l'estremità al secchio. Il secchio è poi fatto cadere da 0,70 m dal suolo a velocità costante regolando l'attrito fra il filo e il perno su cui è avvolto. A causa dell'attrito il perno si riscalda; dopo un certo tempo dalla fine della caduta del secchio, il perno torna alla temperatura ambiente di 20 °C causando un aumento di entropia dell'ambiente.

- ▶ Calcola l'aumento di entropia dell'ambiente.

$[4,7 \times 10^{-2} \text{ J/K}]$

6 Due forni elettrici, uno alla temperatura di 400 °C e il secondo alla temperatura di 450 °C sono separati da una lastra di ferro. Poiché il ferro è un cattivo isolante termico, 2,05 kJ di calore fluiscono dalla sorgente più calda a quella più fredda.

- ▶ Calcola la variazione di entropia delle due sorgenti.
- ▶ Calcola la variazione di entropia della lastra di ferro.
- ▶ Calcola la variazione di entropia dell'universo.

$[3,05 \text{ J/K}; -2,84 \text{ J/K}; 0 \text{ J/K}; 0,21 \text{ J/K}]$

7 Immagina di giocare a «testa o croce» con 4 monete.

- ▶ Quanti e quali sono i macrostati del sistema?
- ▶ Quanti microstati possono esistere?
- ▶ Consulta la tabella delle molteplicità di pagina 495, e definisci il macrostato più probabile e la sua probabilità.
- ▶ Calcola la variazione di entropia tra lo stato più probabile e il meno probabile.

$[5; 16; 0,375; 2,47 \times 10^{-23} \text{ J/K}]$

8 In un processo termodinamico a temperatura costante un sistema sviluppa un lavoro di 87,5 J e la sua entropia aumenta di 0,25 J/K. La temperatura si mantiene costante a 350 K. (considera il sistema come un gas perfetto.)

- ▶ Determina la variazione di energia interna del sistema.

$[0 \text{ J}]$

9 Il pistone di una siringa viene spinto in modo da comprimere l'aria contenuta evitandone la fuoriuscita. Se si agisce molto lentamente la temperatura dell'aria durante la compressione resta sostanzialmente costante e pari a 300 K, quella dell'ambiente circostante. L'entropia del gas nel processo è variata di $-1,1 \times 10^{-4} \text{ J/K}$.

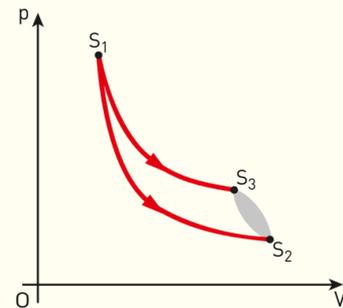
- ▶ Calcola il lavoro fatto per spingere il pistone.

$[3,3 \times 10^{-2} \text{ J}]$

10 Una certa quantità di elio è sottoposta a un ciclo di Carnot tra le temperature 200 K e 300 K. Il gas assorbe dal termostato più caldo 50 J di calore. Il valore numerico dell'entropia del gas durante la compressione adiabatica è 1,75 J/K.

- ▶ Rappresenta il ciclo di un diagramma della temperatura in funzione dell'entropia.

11 Un sistema costituito da una certa quantità di gas perfetto passa dallo stato di equilibrio termodinamico S_1 allo stato di equilibrio S_2 con una trasformazione adiabatica reversibile. In un'altra trasformazione, con gli stessi stati iniziale e finale, il sistema viene prima sottoposto a una trasformazione isoterma reversibile a seguito della quale esso passa dallo stato termodinamico S_1 allo stato di equilibrio S_3 . La trasformazione ha luogo a 290 K e il gas sviluppa un lavoro verso l'ambiente esterno di 5,8 J. Successivamente lo stato finale S_2 è raggiunto con una trasformazione irreversibile. Le due trasformazioni sono riportate nella figura.



- ▶ Qual è la variazione di entropia nel passaggio dallo stato S_3 allo stato S_2 ?

$[-2,0 \times 10^{-2} \text{ J/K}]$

12 Per riscaldare una sostanza si fornisce energia dall'esterno: l'energia interna della sostanza aumenta e si distribuisce fra le sue molecole. Le molecole hanno più possibilità di scambiare energia fra loro e aumenta il numero di microstati possibili; in tal modo aumenta, quindi, anche l'entropia. 1,0 L d'acqua viene scaldato alla temperatura ambiente di 300 K. La sua temperatura sale di 10 °C e l'entropia aumenta di $137 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Indichiamo con W il numero di microstati delle molecole dell'acqua nello stato iniziale.

- ▶ Quanti sono diventati i microstati possibili nello stato finale, dopo il riscaldamento?

$[W(e^{9,9 \times 10^{24}})]$

TEST

7 Dati due macrostati A e B dello stesso sistema termodinamico, si osserva che l'entropia di B è uguale al doppio dell'entropia di A . Che relazione deve esistere tra le molteplicità W_A e W_B dei due macrostati?

- A** $W_B = (W_A)^2$.
- B** $W_B = 2 \times (W_A)$.
- C** $W_B = 2 \times \ln(W_A)$.
- D** $W_B = (W_A) \times \ln(2)$.

8 Un oggetto si riscalda scambiando calore con una sorgente a temperatura T . Puoi dire senz'altro che:

- A** l'entropia del sistema (oggetto + sorgente) è costante.
- B** l'entropia del corpo diminuisce.
- C** l'entropia della sorgente aumenta.
- D** l'entropia della sorgente diminuisce.

9 Nella trasformazione di ghiaccio in acqua l'entropia del sistema acqua-ghiaccio:

- A** aumenta.
- B** tende a zero.
- C** rimane invariata.
- D** è inferiore a 0 J.
- E** diminuisce.

Test ammissione Professioni Sanitarie, 2013/2014

10 In un sistema isolato la variazione di entropia in una trasformazione:

- A** è sempre maggiore o uguale a zero.
- B** è sempre uguale a zero.
- C** rimane costante solo nelle trasformazioni cicliche irreversibili.
- D** rimane costante solo nelle trasformazioni isoterme.
- E** può essere maggiore, minore o uguale zero, dipendendo dalla trasformazione.

Prova di ammissione al corso di laurea delle Professioni Sanitarie, 2003/2004

11 «L'entropia può essere considerata una misura del disordine di un sistema. In generale si osserva che i sistemi tendono ad assumere spontaneamente le disposizioni più probabili, e quindi meno ordinate». Quale delle seguenti affermazioni può essere dedotta dalla lettura del brano precedente?

- A** L'entropia di un sistema tende spontaneamente ad aumentare.
- B** È più probabile una disposizione ordinata rispetto a una disordinata.

C L'entropia di un sistema deve comunque rimanere costante.

D L'entropia di un sistema tende spontaneamente a diminuire.

E Tutti i sistemi sono estremamente disordinati.

Prova di ammissione al corso di laurea in Odontoiatria e Protesi dentaria, 2003/2004

12 In una trasformazione ciclica vengono scambiate n quantità di calore DQ_i , ciascuna alla temperatura T_i . Come si può scrivere in questo caso la disuguaglianza di Clausius?

A $\sum_{i=1}^n \frac{\Delta Q_i}{T_i} \leq 0$

B $\sum_{i=1}^n \frac{\Delta Q_i}{\Delta T_i} \leq 0$

C $\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\Delta T_i} \leq 0$

D $\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$

13 L'entropia:

A aumenta sempre.

B è una grandezza scalare.

C è una proprietà dei gas.

D non varia mai in un sistema isolato.

14 L'unità di misura dell'entropia nel S.I. è:

A $J \times K$.

B K/J .

C J/K .

D $J/^\circ C$.

15 Secondo i principi della termodinamica, per un sistema non isolato l'entropia:

A può solo aumentare nel tempo.

B può solo diminuire nel tempo.

C resta costante nel tempo.

D può sia aumentare che diminuire nel tempo.

16 Per definizione, l'entropia di un sistema che si trova nello stato scelto come stato di riferimento:

A non è definita.

B è comunque nulla.

C è comunque positiva.

D è comunque negativa.

- 17** Un sistema termodinamico compie una serie di trasformazioni al termine delle quali ritorna allo stato iniziale. La variazione di entropia è:
- A** uguale a zero se le trasformazioni sono tutte reversibili.
 - B** uguale a zero se il sistema è un gas perfetto.
 - C** in ogni caso uguale a zero.
 - D** uguale a zero se il sistema è isolato.
- 18** Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
- A** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spesso da situazioni di disordine a situazioni di ordine.
 - B** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spontaneamente da situazioni di disordine a situazioni di ordine.
 - C** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spesso da situazioni di ordine a situazioni di disordine.
 - D** I fenomeni che avvengono in natura evolvono spontaneamente da situazioni di ordine a situazioni di disordine.
- 19** Nel seguente elenco, che si riferisce alle parti di un'automobile in moto, quali sono le forme disordinate di energia? Più di una risposta è corretta.
- A** L'energia cinetica dei pistoni in movimento nel motore.
 - B** L'energia cinetica delle molecole dell'abitacolo nel sistema di riferimento dell'abitacolo.
 - C** L'energia cinetica di vibrazione delle molecole dei tessuti della tappezzeria.
 - D** L'energia cinetica di vibrazione delle molecole dell'antenna della radio sollecitata dal vento della corsa.
- 20** Un sistema isolato è costituito da tre moli di un gas perfetto. Il gas subisce un'espansione isoterma reversibile fino a raddoppiare il suo volume. La variazione di entropia DS :
- A** è zero perché la trasformazione avviene senza scambi di calore.
 - B** non si può calcolare perché non si conosce la temperatura del gas.
 - C** è positiva e uguale a $2 \times R \times \ln(3)$.
 - D** è positiva e uguale a $3 \times R \times \ln(2)$.
- 21** Un sistema isolato evolve spontaneamente fino a raggiungere uno stato di equilibrio a cui corrisponde:
- A** il minimo aumento dell'entropia.
 - B** il massimo aumento dell'entropia.
 - C** la massima diminuzione dell'entropia.
 - D** la minima diminuzione dell'entropia.
- 22** Metti una bottiglia d'acqua nel congelatore e dopo un po' osservi che l'acqua si è trasformata in ghiaccio. L'entropia dell'Universo è:
- A** aumentata.
 - B** diminuita.
 - C** rimasta la stessa.
 - D** diventata negativa.
- 23** Il secondo principio della termodinamica è in accordo con l'esperienza perché:
- A** i fenomeni che lo violano sono estremamente improbabili.
 - B** i fenomeni che lo violano sono impossibili per le leggi della dinamica.
 - C** i fenomeni che lo violano evolvono verso stati con molteplicità maggiore dello stato iniziale.
 - D** i fenomeni che lo violano sono impossibili per il primo principio della termodinamica.