5. PROPORZIONI E PERCENTUALI

PROPORZIONI

Teoria a pagina 80

$a:b=c:d \leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$

CHECKER **Determina x nelle seguenti proporzioni.**

234 $8:x=15:225$

235 $x:\frac{1}{3}=\frac{4}{9}:\frac{1}{18}$

236 $x:0,6=6:96$

237 $14:x=35:10$

238 $\left(\frac{2}{5}-x\right):x=\frac{1}{3}:\frac{1}{15}$

239 $2x:72=2:\frac{x}{2}$

240 $(x+14):14=9:2$

241 $\left(x+\frac{3}{4}\right):x=\frac{5}{4}:\frac{1}{16}$

242 $(12+x):11=x:3$

243 $(x+5):9=x:4$

244 $x:6=(x+15):11$

245 $2,\overline{7}:x=2,\overline{5}:\frac{1}{2,5}$

246 **ESEMPIO DIGITALE** $x:\frac{1}{8}=(6+2x):\frac{5}{4}$

247 $\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{4}\right):\left(3-\frac{15}{8}\right)=x:\left(\frac{11}{7}+1\right)$

248 $x:\frac{2^4\cdot 16}{125\cdot 9}=\frac{3^4\cdot 5}{8^4}:x$

Calcola il medio proporzionale tra i numeri assegnati.

249 6 e 54; $\frac{8}{5}$ e $\frac{2}{45}$; 2,88 e 2,42.

250 $\left(1+\frac{5}{3}\right)$ e $\left(\frac{1}{3}-\frac{7}{27}\right)$; $3,\overline{8}$ e $15,\overline{5}$.

Determina i valori incogniti nelle seguenti proporzioni applicando le proprietà delle proporzioni.

251 $a:b=8:14$, con $a+b=154$. [$a=56$; $b=98$]

252 $x:y=27:11$, con $x-y=144$. [$x=243$; $y=99$]

253 $24:a=15:b$, con $a+b=\frac{4}{5}$. [$a=\frac{32}{65}$; $b=\frac{4}{13}$]

254 **EUREKA!** **Al quadrato** Se vale la proporzione $x:y=7:5$, con $x^2-y^2=864$, calcola x e y. [42; 30]

255 Il rapporto tra due numeri è $\frac{5}{3}$ e la loro somma è 56. Trova i due numeri. [35; 21]

256 Trova due numeri il cui rapporto è $\frac{7}{5}$ e che hanno per differenza 16. [56; 40]

257 Dividi il numero 210 in due parti proporzionali a 8 e 27. [48; 162]

258 Dividi il numero 600 in due parti che stanno nel rapporto 7 a 5. [350; 250]

259 In un triangolo un lato è medio proporzionale tra gli altri due, che misurano in centimetri 24 e 54. Trova il perimetro del triangolo. [114 cm]

262 Un frutteto di forma rettangolare, riprodotto su una mappa in scala 1:8000, ha le dimensioni di 25 cm e 18 cm. Se in ogni ettaro (1 ettaro = 10 000 m^2) vengono piantati 420 alberi, quante piante occorrono? [120 960]

263 In una carta geografica è indicata la scala 1:250 000, cioè 1 cm nella carta corrisponde a 250 000 cm nella realtà. Se due paesi distano tra loro 13,8 km, a che distanza si trovano nella carta? [5,52 cm]

264 In un forno con 24 kg di farina si preparano 144 panini del peso di 200 g. Quanti kg di farina occorrono per confezionare 480 panini del peso di 175 g? [70 kg]

265 **Pomodori** L'anno scorso due fratelli si sono divisi i pomodori del loro orto in rapporto 4:5. Se quest'anno la produzione è triplicata rispetto a quella dell'anno scorso, in quale rapporto devono dividersi i pomodori affinché il fratello che ne aveva ricevuti meno ne prenda la stessa quantità dell'anno passato? [4:23]

PERCENTUALI Teoria a pagina 81

268 VERO O FALSO?

a. Il 100% di un numero è uguale al suo doppio. V F

b. Il 20% di 900 è 180. V F

c. Il 42% di x è uguale a $0,42 \cdot x$. V F

d. 27% equivale a 0,27%. V F

e. Il 3% del 10% di un numero a equivale al 30% di a. V F

f. Il 5% del 20% di 400 è uguale a 4. V F

269 COMPLETA

a. Il 27% di ____ è uguale a 1296.

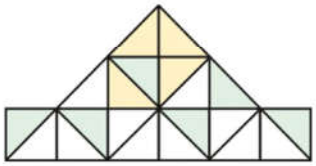
b. Il ____% di 6500 è uguale a 208.

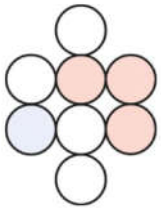
c. Il 4% del 10% di 200 è uguale a ____.

d. Se aumentiamo 284 del 30%, otteniamo ____.

e. Se diminuiamo 5400 del 4,2%, otteniamo ____.

270 Indica le percentuali che rappresentano le parti colorate di ciascuna figura.





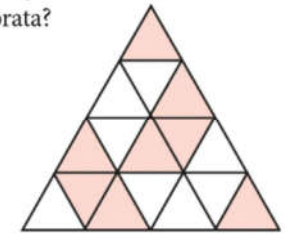
271 INVALSI 2005 Quale percentuale della figura è colorata?

A 80%

B 50%

C 45%

D 40%



272 Trasforma in percentuali le seguenti frazioni:

$\frac{3}{8}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{7}{50}$; $\frac{11}{25}$.

273 INVALSI 2005 A quale delle seguenti percentuali equivale la frazione $\frac{24}{30}$?

A 60% C 72%

B 70% D 80%

Trasforma in frazioni irriducibili le percentuali.

274 14%; 0,2%; 6%; 3%.

275 31%; 2,4%; 12%; 8,4%.

276 YOU & MATHS **Fractions as percentages**

a. Maria gave her friends «three fourths» of her pizza. What percentage of her pizza did she distribute?

b. Write the following fractions as percentages:

$\frac{3}{4}$; $\frac{5}{100}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{4}$.

Calcola i valori richiesti.

277 8% di 850; 4,8% di 1276; 70% di 2850; 6% di 32.

278 8% del 15% di 32; 0,4% di 9827; 20% di 65; 10% del 42% di 2000.

279 Se il 16% di un numero corrisponde a 1712, qual è il numero?

280 Il 14,2% di un numero equivale a 1349. Trova il numero.

Problemi INTORNO A NOI

284 **La bolletta cresce** Il prezzo del gas ha subìto in un anno tre aumenti del 4%. Puoi dire che complessivamente l'aumento è stato del 12%? [no]

285 Un capitale di € 12 000 è investito in azioni. Ieri la Borsa ha perso il 3%, mentre oggi ha riguadagnato il 3%. Il capitale investito è rimasto invariato? [no]

286 ESEMPIO DIGITALE Un negozio di arredamento vende una cucina a € 11 430, realizzando un utile del 27%. Calcola il costo di produzione della cucina. L'acquirente riesce poi a farsi scontare ancora € 430. Che guadagno percentuale realizza così il negozio?

287 **Sconti elettrici** Martina compra una chitarra elettrica a € 650. Dopo qualche tempo decide di rivenderla con uno sconto del 12%, ma, non trovando acquirenti, abbassa del 12% la cifra già scontata. A quanto rivende la chitarra Martina? Qual è la percentuale di sconto rispetto alla cifra iniziale?

[€ 503,36; 22,56%]

288 **Shopping!** In periodo di saldi Luisa compra in un negozio una gonna a € 27, una maglietta a € 46 e un paio di pantaloni a € 53. Sapendo che ha risparmiato € 54 rispetto ai prezzi originali, qual è la percentuale di sconto applicata? [30%]

289 Un automobilista deve percorrere una distanza di 340 km. Sapendo che ha percorso il 70% del tragitto, quanti kilometri deve ancora percorrere? [102 km]

290 Un computer costa € 700. Se viene scontato del 18%, qual è il suo prezzo finale? A quanto ammonta lo sconto? [€ 574; € 126]

291 **Sotto esame** A un appello di un esame 135 candidati vengono promossi. Sapendo che il tasso di bocciatura è stato del 25%, quanti studenti sono stati bocciati? [45]

292 Due amiche stanno programmando una vacanza. Il costo per i biglietti aerei e l'alloggio è mostrato sotto. Poiché prenotano con largo anticipo hanno diritto allo sconto indicato. Quanto spendono in totale? [€ 1020,80]

293 Un negoziante acquista una macchina fotografica a € 300. Se vuole ricavarne un utile del 25%, a quanto deve rivenderla? [€ 375]

294 Una città ha 214 000 abitanti. Si stima un tasso di crescita della popolazione del 2,1% per i prossimi due anni e dell'1,9% per l'anno successivo a questi. Calcola la popolazione stimata fra 3 anni. [circa 227 320]

GEOMETRIA (TERMINOLOGIA)

23 **VERO O FALSO?**

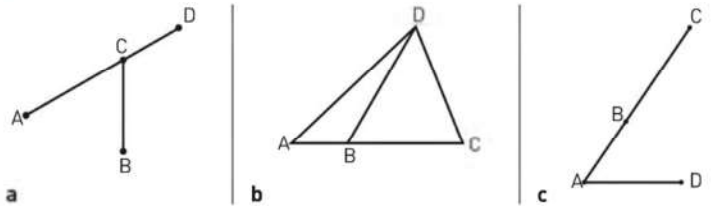
a. Se due segmenti sono adiacenti, allora sono anche consecutivi. V F

b. Due segmenti consecutivi non possono essere adiacenti. V F

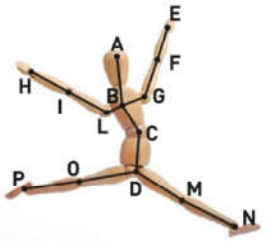
c. Due segmenti che giacciono sulla stessa retta sono adiacenti. V F

d. Tre segmenti adiacenti appartengono alla stessa retta. V F

25 Osserva le tre figure e individua, tra i segmenti disegnati, quelli consecutivi e quelli adiacenti.



26 Individua, tra i segmenti della figura, quelli consecutivi e quelli adiacenti.



27 Disegna un segmento *AB* e:

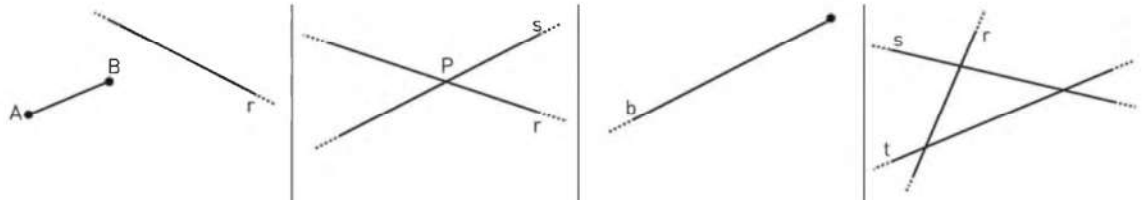
a. un segmento *AC* adiacente ad *AB*;

b. due segmenti *BD* e *BE*, consecutivi ad *AB*;

c. un segmento *BF* adiacente ad *AB*.

28 Disegna cinque segmenti, consecutivi a due a due, in modo che ci siano due coppie di segmenti adiacenti.

29 In ognuna delle seguenti figure completa il disegno seguendo le indicazioni date.



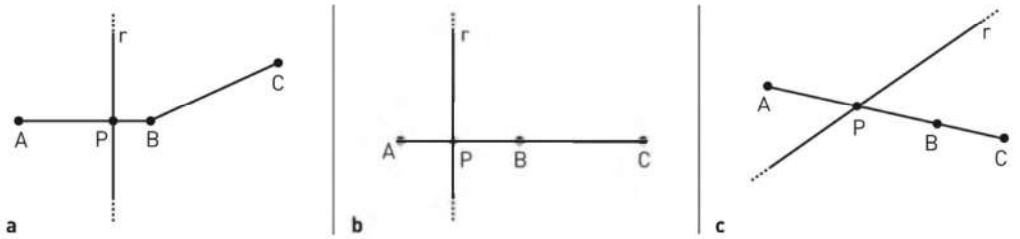
a. Disegna un segmento consecutivo ma non adiacente al segmento *AB* avente un estremo sulla retta *r*.

b. Disegna tre segmenti consecutivi, non adiacenti, in modo che gli estremi appartengano alle rette *r* e *s* e che il punto *P* appartenga a uno dei segmenti.

c. Disegna due segmenti adiacenti in modo che entrambi intersechino la semiretta *b*.

d. Disegna tre segmenti consecutivi, di cui due adiacenti, in modo che almeno un estremo di ciascun segmento appartenga a una delle tre rette.

30 Dato il seguente enunciato, stabilisci quale, tra le figure proposte, lo rappresenta correttamente e senza che si verifichino casi particolari non richiesti.
Dati due segmenti adiacenti AB e BC, considera la retta r che passa per un punto P di AB.



31 Su una retta r considera le semirette a e b rispettivamente di origini A e B. Disegna i casi in cui l'intersezione tra a e b è:

a. l'insieme vuoto; **b.** un punto; **c.** un segmento; **d.** una semiretta.

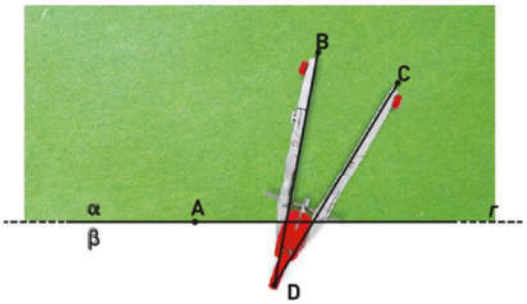
32 **ASSOCIA** la frase alla corretta scrittura simbolica e per ogni affermazione fai una possibile rappresentazione grafica.

1. Il punto A non appartiene alla retta r.
2. La retta a interseca la retta b nel punto P.
3. Il punto C appartiene al segmento DE.
4. La retta t interseca il piano α nel punto P.
5. Le rette a e b non si intersecano.

a. $C \in DE$
b. $t \cap \alpha = \{P\}$
c. $a \cap b = \varnothing$
d. $A \notin r$
e. $a \cap b = \{P\}$

33 **COMPLETA** le scritture in riferimento alla figura, utilizzando anche i simboli $\in$, $\notin$, $\cap$ (α e β sono i du semipiani di origine r).

a. $A \in$ ____
b. D ____ α
c. BD ____ $r \neq \varnothing$
d. C ____ α
e. $CD \cap$ ____ $\neq \varnothing$
f. B ____ β
g. α ____ $\beta = r$



34 Disegna due rette in modo che l'intersezione di due dei quattro semipiani originati dalle rette sia ancora u semipiano. Cosa puoi dire degli altri due semipiani?

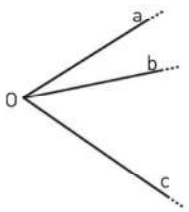
Angoli

40 Nella figura indica:

a. l'angolo concavo $a\widehat{O}c$;

b. l'angolo convesso $b\widehat{O}c$;

c. l'angolo concavo $b\widehat{O}a$.



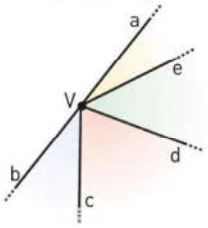
41 TEST Osserva la figura. Quali angoli sono consecutivi?

A $a\widehat{V}e$ ed $e\widehat{V}d$.

B $a\widehat{V}e$ e $a\widehat{V}d$.

C $e\widehat{V}d$ e $c\widehat{V}b$.

D $d\widehat{V}b$ e $c\widehat{V}b$.



42 TEST Con riferimento alla figura dell'esercizio 41, l'angolo $a\widehat{V}d$ è:

A nullo.

B adiacente a $b\widehat{V}e$.

C consecutivo di $d\widehat{V}c$.

D concavo.

43 TEST Con riferimento alla figura dell'esercizio 41, quali angoli sono adiacenti?

A $a\widehat{V}e$ ed $e\widehat{V}d$.

B $a\widehat{V}e$ e $a\widehat{V}d$.

C $a\widehat{V}c$ e $c\widehat{V}b$.

D $e\widehat{V}d$ e $c\widehat{V}b$.

FAI UN ESEMPIO

44 Disegna due angoli con il vertice in comune che non siano né consecutivi né opposti al vertice.

45 Disegna due angoli consecutivi in modo che uno sia concavo e l'altro convesso. Possono essere adiacenti?

46 Disegna tre angoli, di cui il secondo adiacente al primo e il terzo consecutivo al secondo.

47 Disegna tre angoli, di cui il secondo adiacente al primo e il terzo adiacente al secondo.

48 Considera la coppia $a\widehat{O}b$ e $b\widehat{O}c$ di angoli consecutivi non adiacenti, con $a\widehat{O}c$ angolo convesso. Scegli un punto A sul lato a, un punto B sul lato b e un punto C sul lato c. Traccia i segmenti OA, AB, BC e CO. Come devono essere scelti i punti A, B, C in modo che la figura ottenuta tracciando i segmenti sia convessa? E perché sia concava?

Angoli

135 **TEST** Il tuo orologio da polso segna le 11:40. Qual è l'angolo tra la lancetta delle ore e quella dei minuti?

A 90° B 100° C 110° D 120°

136 **EUREKA!** **Complementare e supplementare** Ricava la misura di un angolo tale che la differenza tra il suo supplementare e il doppio del suo complementare sia 48°. [48°]

[CAN John Abbott College, Final Exam, 2003]

137 **EUREKA!** **Un ventaglio di angoli** Se BD è la bisettrice dell'angolo $A\widehat{B}C$ e BE è la bisettrice dell'angolo $A\widehat{B}D$, sapendo che la misura dell'angolo $D\widehat{B}C$ è 24°, qual è la misura dell'angolo $E\widehat{B}C$?

A 36° B 48° C 12° D 24° E Nessuna delle precedenti.

[USA Catawba College NCCTM Mathematics Contest, 2005]

138 **INVALSI 2006** La lancetta delle ore di un orologio è passata dalle 3 alle 12. Qual è l'ampiezza dell'angolo descritto?

A 270° B 180° C 120° D 90°

139 **YOU & MATHS** **Maths in English** Translate the following statements from symbols to words:

a. $A\widehat{B}C = 45.9°$; **b.** $JK \cong AQ$.

140 **COMPLETA** inserendo la misura.

a. Il complementare di $\alpha = 27°$ è ____.

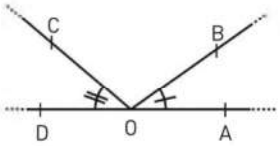
b. La quarta parte di un angolo piatto è ____.

c. Il supplementare di $\beta = 115°$ è ____.

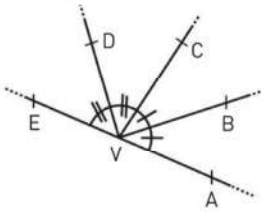
d. La metà della terza parte di un angolo piatto è ____.

In ognuno dei seguenti esercizi calcola, se possibile, la misura degli angoli indicati.

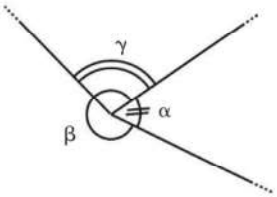
141 $C\widehat{O}D = 40°$,
$A\widehat{O}C \cong 4A\widehat{O}B$,
$A\widehat{O}C$ e $C\widehat{O}D$
sono supplementari.
$A\widehat{O}B = ?$



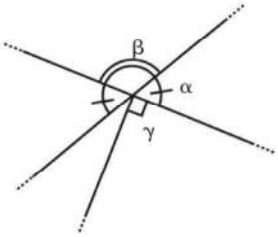
142 $C\widehat{V}D - B\widehat{V}C = 10°$.
$A\widehat{V}B = ?$ $C\widehat{V}E = ?$



143 $\gamma \cong \frac{1}{3}\beta$, $\alpha = 60°$.
$\beta = ?$ $\gamma = ?$



144 $\gamma \cong \frac{3}{4}\beta$.
$\alpha = ?$ $\beta = ?$



Bisettrici, mediane, altezze

7 Nel triangolo della figura traccia:

a. la mediana relativa al lato CB;

b. la bisettrice di $A\widehat{C}B$;

c. l'altezza relativa al lato AB;

d. l'altezza relativa al lato AC;

e. la bisettrice di ciascun angolo esterno di vertice B.

Disegna tre triangoli: a. acutangolo; b. rettangolo; c. ottusangolo. In ciascuno, traccia i seguenti elementi.

9 Le mediane.

10 Le altezze.

11 Le bisettrici.

Disegna le figure richieste nelle seguenti descrizioni.

15 Dato un segmento AB, conduci da parti opposte rispetto alla retta AB due semirette r e s con origine rispettivamente in A e in B e che formano angoli congruenti con AB. Considera su di esse due punti, rispettivamente C e D, e indica con P il punto di intersezione tra i segmenti CD e AB.

16 Sui prolungamenti dei lati AB e AC del triangolo isoscele ABC, con base BC, considera rispettivamente i punti D ed E tali che $BD \cong CE$. Indica con Q il punto di intersezione tra BE e CD.

17 Indica con M il punto medio dell'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A. Considera sulla bisettrice dell'angolo $M\widehat{A}C$ il punto P tale che $AP \cong \frac{1}{3}AM$ e traccia i segmenti CP e PM.

Con le misure

24 **COMPLETA**

a. Se un triangolo ha un angolo di 95°, allora gli angoli esterni adiacenti a esso misurano ____.

b. Se un angolo esterno di un triangolo misura 128°, l'angolo interno misura ____.

c. Se la bisettrice di un angolo interno divide l'angolo in due angoli di 20°, l'angolo esterno misura ____.

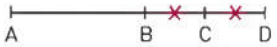
6. LUNGHEZZE, AMPIEZZE, MISURE

Teoria a pagina G18

Segmenti

In ognuno dei seguenti esercizi calcola, se possibile, la misura dei segmenti indicati, usando le informazioni date.

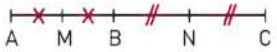
118



$AB = 9$ cm, $BC \cong \frac{2}{3} AB$.

$\overline{AD} = ?$

119



$AC = 64$ cm, $MB \cong \frac{3}{5} BN$.

$\overline{CN} = ?$ $\overline{AM} = ?$

120

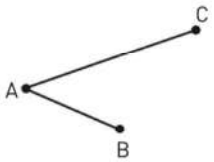
$AC - BC \cong \frac{3}{2} BC$, $AB = 6$ cm.

$\overline{AC} = ?$

121 $AC \cong \frac{7}{4} AB$,

$AC + AB = 33$ cm.

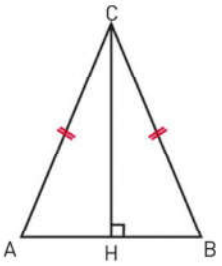
$\overline{AB} = ?$



122 $AB \cong \frac{4}{5} CH$,

$CH - AB = 3$ cm.

$\overline{BC} = ?$



123 Su una semiretta orientata di origine O, considera, nell'ordine, i punti A, B, C, D. Sapendo che $OA \cong CD$, $AB \cong 2BC$, $BC + CD = 20$ cm e che $OD = 46$ cm, determina le lunghezze dei segmenti AC e OA. [$AC = 18$ cm; $OA = 14$ cm]

124 ESEMPIO DIGITALE I punti P e Q dividono il segmento AB in tre parti in modo che $AP \cong \frac{1}{3} PB$ e $AQ \cong PB$. Sapendo che $QB = 5{,}5$ cm, trova la lunghezza di AB e di PQ.

125 Determina le lunghezze di due segmenti, sapendo che la loro somma è 34,5 cm e la loro differenza è 19,3 cm. [7,6 cm; 26,9 cm]

126 Due segmenti adiacenti sono uno i $\frac{5}{3}$ dell'altro. Sapendo che il segmento che ha per estremi i punti medi dei due segmenti è lungo 12,4 cm, determina i due segmenti. [9,3 cm; 15,5 cm]

127 Trova le lunghezze di due segmenti, sapendo che il primo è il triplo del secondo e che la loro differenza è 18 cm. [27 cm; 9 cm]

128 TEST Se D è il punto medio di AC e C è il punto medio di AB, sapendo che $BD = 12$ cm, qual è la lunghezza di AB?

A 4 cm.
B 12 cm.
C 16 cm.
D 32 cm.
E Nessuna delle precedenti.

[USA Catawba College NCCTM Mathematics Contest, 2005]

129 La somma dei segmenti adiacenti AB, BC e CD è 49 cm. Trova le loro lunghezze, sapendo che AC è i $\frac{3}{4}$ di CD e che la differenza fra il triplo di CD e DB è 46 cm. [11 cm; 10 cm; 28 cm]

130 Siano AB, BC e CD tre segmenti adiacenti e M, N e O i rispettivi punti medi. Sapendo che $MO = 60$ cm, $MN \cong CD$ e $AB = 24$ cm, determina le lunghezze dei segmenti BC e CD. [33,6 cm; 28,8 cm]

131 Trova le misure di tre segmenti sapendo che il primo è $\frac{1}{5}$ del secondo, il secondo è i $\frac{7}{4}$ del terzo e la somma del primo e del terzo è 16,2 cm. [4,2 cm; 21 cm; 12 cm]

132 Disegna una poligonale chiusa composta da cinque segmenti, in modo che tre segmenti consecutivi siano tra loro congruenti e i restanti due siano uno il doppio e uno il triplo degli altri. Determina le lunghezze dei cinque segmenti, sapendo che la somma delle lunghezze è 40 cm. [5 cm; 5 cm; 5 cm; 10 cm; 15 cm]