

1. Che cosa sono i numeri naturali

→ Teoria a pag. 1

RIFLETTI SULLA TEORIA

1 VERO O FALSO?

- a) 6 è precedente a 7.
b) 7 è il precedente di 8.
c) 8 è il successivo di 6.
d) 7 è successivo a 8.
e) 0 non ha il successivo.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

- 2 Di uno dei numeri naturali 1, 4, 0 non esiste il precedente. Quale?
Hanno tutti il successivo?

3 VERO O FALSO?

- a) $8 < 8$
b) $0 < 7$
c) $7 < 5$
d) $1 \neq 2$
e) $9 = 8$
f) $0 \geq 0$
g) $2 < 5$

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

- 4 Perché si dice che $\mathbb{N}$ è un insieme discreto?

ESERCIZI

L'ordinamento dei numeri naturali

- 5 **COMPLETA** inserendo fra le seguenti coppie di numeri il simbolo di minore ($<$) o di maggiore ($>$) al posto dei puntini:

4 7; 8 10; 0 12; 15 13;
15 0; 14 7; 1 2; 3 2.

- 6 Scrivi quanti numeri naturali sono compresi fra i numeri delle coppie precedenti.

- 7 **COMPLETA** le seguenti frasi, mettendo il numero giusto al posto dei puntini.

Il successivo di 7 è

Il precedente di 10 è

Il successivo di è 2001.

Il precedente di è 500 000.

- 8 Traduci le seguenti frasi usando i simboli $<$, $\leq$, $>$, $\geq$, $=$, $\neq$.

7 è minore di 9; a è uguale a 21.

x è maggiore o uguale a 2; 10 è diverso da 3.

b è maggiore di 9; x è minore o uguale a 4.

9 è maggiore di 7 e minore di 11; a è diverso da b .

- 9 Scrivi tutti i numeri naturali n , se esistono, che verificano le relazioni indicate.

$$\begin{array}{lll} n \leq 4; & n < 2; & 1 < n \leq 5; \\ 6 < n < 7; & 4 \leq n < 8; & 1 \leq n < 6. \end{array}$$

- 10 Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri:

6; 10; 2; 114; 38; 100.

- 11 Scrivi in ordine decrescente i seguenti numeri:

28; 0; 129; 14; 99; 237.

La rappresentazione dei numeri naturali

- 12 Rappresenta su una semiretta orientata i numeri:

0; 1; 10; 2; 5; 15; 3.

- 13 Rappresenta su una semiretta orientata i numeri:

0; 100; 250; 10; 50.

È conveniente scegliere come unità di misura la stessa dell'esercizio precedente? Motiva la risposta.

2. Le quattro operazioni

→ Teoria a pag. 2

RIFLETTI SULLA TEORIA

14 VERO O FALSO?

Dati tre numeri naturali qualsiasi a, b, c :

- a) $a + c = c + a$. ☐ V ☐ F
 b) $b - a = a - b$. ☐ V ☐ F
 c) $(a + b) - c = a + (b - c)$. ☐ V ☐ F
 d) $a - 0 = 0 - a$. ☐ V ☐ F

15 Perché lo 0 è detto elemento assorbente della moltiplicazione?

16 Se il prodotto di due numeri naturali è 0, sono nulli entrambi i fattori? Perché?

17 Perché le operazioni di sottrazione e di divisione non sono operazioni interne a $\mathbb{N}$?

18 VERO O FALSO?

La divisione fra due numeri naturali:

- a) è sempre possibile. ☐ V ☐ F
 b) è possibile solo se il secondo è diverso da 0. ☐ V ☐ F
 c) è possibile solo se il primo è multiplo del secondo e il secondo è diverso da 0. ☐ V ☐ F
 d) è possibile solo se il primo è maggiore del secondo. ☐ V ☐ F

ESERCIZI

19 Per ognuna delle operazioni seguenti, indica il nome di ogni operatore e del risultato.

$$5 + 10 = 15; \quad 7 - 5 = 2; \quad 5 \cdot 4 = 20; \quad 10 : 2 = 5;$$

20 **COMPLETA** scrivendo il numero mancante al posto dei puntini e indica quale operazione hai eseguito per ottenere quel numero:

$$5 + \dots = 18; \quad \dots \cdot 7 = 21;$$

$$329 + \dots = 742; \quad 32 \cdot \dots = 2368.$$

21 Nelle uguaglianze seguenti i simboli $\diamond, \star, \blacktriangle, \blacktriangledown$ rappresentano un'operazione. Quale?

$$9 \diamond 3 = 27 \quad 20 \blacktriangle 5 = 15$$

$$15 \star 5 = 3 \quad 10 \blacktriangledown 14 = 24$$

22 La somma di due numeri naturali *consecutivi* (cioè due numeri di cui uno è successivo dell'altro) è 27. Trova i due numeri.

23 La somma di un numero e del suo precedente è 683. Trova i due numeri.

Le operazioni interne in $\mathbb{N}$

24 Indica quali delle seguenti operazioni sono possibili in $\mathbb{N}$.

$$3 + 5; \quad 7 - 3; \quad 4 - 18; \quad 5 : 5;$$

$$12 : 9; \quad 3 : 6; \quad 4 \cdot 9; \quad 0 : 1.$$

25 Elimina con una crocetta le operazioni non possibili in $\mathbb{N}$.

$$3 - 4; \quad 4 - 4; \quad 5 - 4; \quad 4 : 3;$$

$$4 : 4; \quad 4 : 8; \quad 8 : 4; \quad 8 : 8.$$

26 **COMPLETA** Scrivi alcuni dei numeri che rendono possibili in $\mathbb{N}$ le seguenti operazioni.

$$\dots - 4 \quad \dots - 1 \quad 4 : \dots \quad 13 : \dots$$

$$\dots - 10 \quad 3 : \dots \quad 10 : \dots \quad \dots : 2$$

27 L'insieme $\{0, 1, 2, 3\}$ è chiuso rispetto all'addizione? E rispetto alla moltiplicazione?

28 L'insieme $\{0, 1\}$ è chiuso rispetto all'addizione? E rispetto alla moltiplicazione?

29 L'addizione è interna nell'insieme dei numeri pari? E la moltiplicazione?

30 L'addizione è interna nell'insieme dei numeri dispari? E la moltiplicazione?

Il numero 0 e il numero 1

31 **COMPLETA** le seguenti uguaglianze, quando è possibile.

$$\begin{array}{lll} 2 : \dots = 1 & \dots \cdot 0 = 0 & 3 : 0 = \dots \\ \dots : 4 = 4 & \dots + 0 = 0 & 2 - \dots = 2 \\ 3 \cdot \dots = 0 & \dots : 3 = 0 & \dots \cdot 1 = 1 \end{array}$$

32 Spiega perché non sono possibili le seguenti divisioni.

$$4 : 0; \quad 10 : 0; \quad 500 : 0; \quad 0 : 0.$$

33 **COMPLETA** scrivendo i risultati delle seguenti operazioni, quando esistono.

$$\begin{array}{ll} 3 : 1 = \dots & 0 : 3 = \dots \\ 3 : 0 = \dots & 3 \cdot 1 = \dots \\ 3 \cdot 0 = \dots & 3 : 3 = \dots \\ 0 : 5 = \dots & 0 \cdot 0 = \dots \end{array}$$

34 **VERO O FALSO?**

- a) La differenza fra due numeri consecutivi è 1. ☐ V ☐ F
- b) In $\mathbb{N}$ non è possibile la sottrazione con il sottraendo uguale a 0. ☐ V ☐ F
- c) Se si considera l'insieme dei naturali escluso lo 0, la divisione è operazione interna in tale insieme. ☐ V ☐ F
- d) Dati due numeri (il primo maggiore del secondo), se si aggiunge al secondo numero la differenza fra il primo e il secondo, si ottiene il primo. ☐ V ☐ F

3. I multipli e i divisori di un numero

→ Teoria a pag. 5

RIFLETTI SULLA TEORIA

35 **VERO O FALSO?**

- a) Ogni numero naturale diverso da 0 ha almeno due divisori. ☐ V ☐ F
- b) Il numero 0 ha solo un multiplo. ☐ V ☐ F
- c) Tra i multipli di ogni numero naturale c'è sempre 0. ☐ V ☐ F
- d) Tutti i multipli di 1 costituiscono l'insieme dei numeri naturali. ☐ V ☐ F

36 Quale numero naturale ha come multiplo solo se stesso e infiniti divisori? Quale invece ha solo un divisore e infiniti multipli?

37 **TEST** Se un numero naturale n è divisibile per 3 e per 7, allora è divisibile per:

- ☐ A $3 + 7$. ☐ B $3 \cdot 7$. ☐ C 37. ☐ D 3^7 . ☐ E 7^3 .

ESERCIZI

38 Scrivi alcuni multipli di ciascuno dei seguenti numeri:

$$3; 7; 8; 11; 13; 21; 25.$$

39 Scrivi tutti i divisori di ciascuno dei seguenti numeri:

$$6; 15; 18; 21; 24; 25; 27; 28; 30; 60.$$

40 VERO O FALSO?

- a) 0 è divisore di ogni numero. ☐ V ☐ F
- b) 0 è multiplo di ogni numero. ☐ V ☐ F
- c) 0 è divisibile per qualsiasi numero. ☐ V ☐ F
- d) 1 è divisore di ogni numero. ☐ V ☐ F
- e) Il divisore di un numero non è divisore di un suo multiplo. ☐ V ☐ F

41 VERO O FALSO?

- a) Se un numero è divisibile per 8, lo è anche per 4. ☐ V ☐ F
- b) Se un numero è divisibile per 4, lo è anche per 8. ☐ V ☐ F
- c) Se un numero è divisibile per 2 e per 3, lo è anche per 6. ☐ V ☐ F
- d) Se un numero è divisibile per due numeri, lo è anche per il loro prodotto. ☐ V ☐ F

42 COMPLETA la seguente tabella applicando i criteri di divisibilità.

a	è divisibile per	2	3	5	10	11	25
45							
60					sì		
171							
506			no				
1625							
2304		sì					
4950							
5400						sì	

4. Le potenze

→ Teoria a pag. 6

RIFLETTI SULLA TEORIA**43 VERO O FALSO?**

- a) Nell'espressione 5^3 , 5 è l'esponente e 3 la base. ☐ V ☐ F
- b) L'espressione 0^0 è indeterminata. ☐ V ☐ F
- c) Le potenze 5^0 e 1^{15} hanno lo stesso risultato. ☐ V ☐ F
- d) La potenza 2^4 è multipla della potenza 2^5 . ☐ V ☐ F

44 Qual è il risultato della potenza 0^n , con $n \in \mathbb{N}$?**45** Quale numero ha come potenza solo se stesso?**46** Quale numero non ha fra le sue potenze 1?**ESERCIZI****47** Scrivi le potenze di 5 comprese fra 0 e 11.

48 Indica fra i seguenti numeri quelli che sono potenze di 3.
3; 6; 9; 0; 1; 12; 27; 30; 33; 81; 121; 99.

Calcola il valore delle seguenti potenze.

49 2^2 ; 2^3 ; 2^4 ; 2^5 ; 2^6 . 3^2 ; 3^3 ; 3^4 ; 3^5 .**50** 2^3 ; 3^4 ; 5^2 ; 7^1 ; 8^0 . 7^2 ; 100^0 ; 1^0 ; 0^1 .**51** 9^3 ; 4^2 ; 2^5 ; 0^4 ; 3^5 . 1^8 ; 10^7 ; 2^6 ; 3^6 ; 5^3 .

COMPLETA, quando è possibile, mettendo il numero giusto al posto dei puntini.

52 $\dots^2 = 0$; $\dots^3 = 27$; $\dots^0 = 2$; $\dots^1 = 8$.

53 $0^{\dots} = 1$; $5^{\dots} = 10$; $7^{\dots} = 1$; $4^{\dots} = 16$.

54 $3^{\dots} = 6$; $2^{\dots} = 8$; $1^{\dots} = 2$; $5^{\dots} = 0$.

55 $\dots^2 = \dots$; $0^{\dots} = 0$; $6^{\dots} = 37$; $\dots^2 = 225$.

56 $0^6 = \dots$; $16^0 = \dots$; $3^{\dots} = 243$; $\dots^2 = 1$.

57 VERO O FALSO?

a) $1^n = 1, \forall n \in \mathbb{N}$.

☐ V ☐ F

b) $0^n = 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

☐ V ☐ F

c) $n^0 = 1$, con $n = 1, 2, 3, \dots$

☐ V ☐ F

d) $n^1 = n, \forall n \in \mathbb{N}$.

☐ V ☐ F

e) $0^0 = 0$.

☐ V ☐ F

f) $0^1 = 0$.

☐ V ☐ F

g) $n^2 > n, \forall n \in \mathbb{N}$.

☐ V ☐ F

5. Le espressioni con i numeri naturali

→ Teoria a pag. 6

RIFLETTI SULLA TEORIA

58 Tra le espressioni

$(12 - 4) \cdot 3$,

$12 - 4 \cdot 3$,

$12 + 3 \cdot 4$,

due hanno lo stesso risultato. Quali?

59 Considera le seguenti coppie di espressioni:

a) $(5 + 7) + 8$; $5 + 7 + 8$;

b) $7 + (2 \cdot 3)$; $7 + 2 \cdot 3$;

c) $20 : (5 - 4)$; $20 : 5 - 4$.

Solo in una coppia l'eliminazione della parentesi influisce sul risultato. Quale?

ESERCIZI

Dalle parole alle espressioni

ESERCIZIO GUIDA

60 Scriviamo le espressioni relative alle seguenti frasi:

a) «Sottrarre da 12 il quoziente fra 4 e 2»; b) «Dividere per 2 la differenza fra 12 e 4».

Traduciamo nell'ordine le parole in espressioni:

a) «Sottrarre da 12...» si traduce con:

$12 - \dots$

«... il quoziente tra 4 e 2» si traduce con:

$4 : 2$.

Pertanto l'espressione equivalente è:

$12 - 4 : 2$.

b) «Dividere per 2...» si traduce con: $\dots : 2$.

«... la differenza tra 12 e 4» si traduce con: $12 - 4$.

Scrivendo l'espressione $12 - 4 : 2$, poiché la divisione si esegue prima della sottrazione, verrebbe diviso per 2 solamente il 4. La frase invece dice di dividere per 2 la **differenza**..., quindi bisogna scrivere $12 - 4$ tra **parentesi**. L'espressione richiesta è $(12 - 4) : 2$.

Scrivi le espressioni relative alle seguenti frasi e calcolane il risultato.

61 Sottrarre 9 dal prodotto di 8 per 2.

63 Moltiplicare per 3 la differenza tra 12 e 7.

62 Dividere 15 per la differenza tra 9 e 4 e poi sommare 2.

64 Moltiplicare 3 per la somma di 9 e del quoziente di 14 e 2.

65 Sottrarre 3 al risultato della divisione di 12 per la differenza tra 5 e 1.

66 Dividere 18 per la differenza tra 9 e il prodotto di 3 per 2.

67 Sottrarre a 17 la differenza tra il prodotto di 8 per 2 e 9.

68 Dividere per 5 la differenza tra 15 e il prodotto di 5 per 2.

69 Moltiplicare per 7 la differenza tra 10 e 8; sottrarre al risultato 14.

70 Sommare 2 al prodotto di 3 per la differenza tra il quoziente di 16 e 4 e 3.

71 Sommare 7 al prodotto di 12 per la somma di 4 e la differenza tra 5 e il prodotto di 3 per 1.

■ Dalle espressioni alle parole

■ ESERCIZIO GUIDA

72 Traduciamo in parole le espressioni: a) $12 + 3 \cdot 5$; b) $(12 + 3) \cdot 5$.

Sostituiamo mano a mano le parole alle espressioni, facendo attenzione alla presenza delle parentesi.

a) Dato che non ci sono parentesi, la moltiplicazione si esegue prima dell'addizione:

... $3 \cdot 5$ si traduce in: «... il prodotto di 3 per 5»;

$12 + \dots$ si traduce in: «Aggiungere a 12 ...»

La frase corrispondente alla nostra espressione è:

«Aggiungere a 12 il prodotto di 3 per 5».

b) La **parentesi** ci dice che, al momento dello svolgimento, bisogna eseguire prima l'addizione e poi la moltiplicazione:

$12 + 3$ si traduce in: «La somma tra 12 e 3»;

... $\cdot 5$ si traduce in: «Moltiplicare ... per 5».

La frase corrispondente alla nostra espressione è:

«Moltiplicare la somma tra 12 e 3 per 5».

Traduci in parole le seguenti espressioni.

73 $12 - 6 : 3$;

$15 + 7 \cdot 3$.

75 $(15 : 5 - 2) - 1$;

$[4 : (15 : 3 - 3)] + 2$.

74 $(12 + 6 : 3) : 7$;

$(15 - 10) \cdot 3 + 2$.

76 $8 \cdot (12 : 6 - 2) + 1$;

$6 - [15 : (2 + 3)]$.

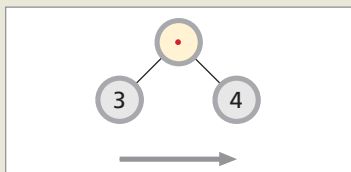
■ Espressioni e diagrammi ad albero

■ ESERCIZIO GUIDA

77 Nei seguenti esempi utilizziamo diagrammi ad albero per rappresentare delle espressioni e per comprendere l'ordine di esecuzione delle operazioni.

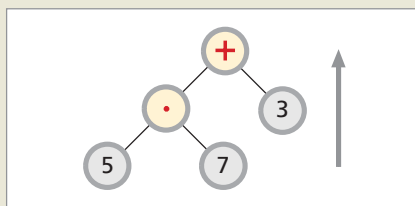
a) $3 \cdot 4$

Un'operazione si rappresenta come nella figura. L'ordine con cui sono scritti i termini va da sinistra a destra.



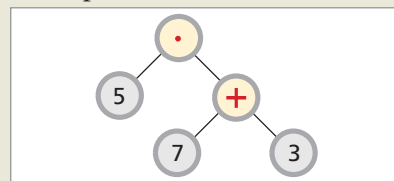
b) $5 \cdot 7 + 3$

La prima operazione da eseguire è in basso, l'ultima in alto.



c) $5 \cdot (7 + 3)$

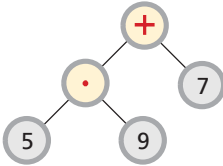
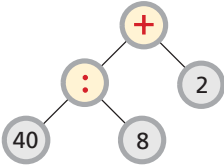
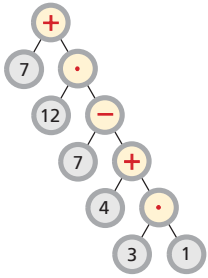
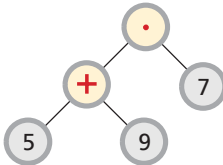
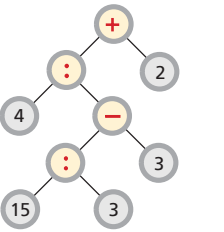
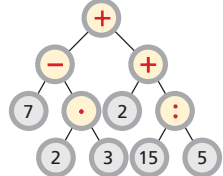
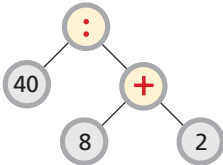
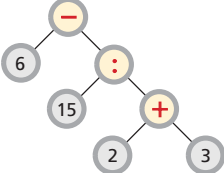
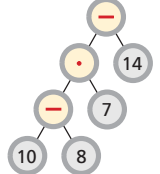
L'introduzione della parentesi cambia l'ordine delle operazioni, «legando» diversamente i numeri dell'espressione.



Rappresenta con diagrammi ad albero le seguenti espressioni.

- 78** $4 + 6 \cdot 9$; $(4 + 6) \cdot 9$. **81** $10 - 4 \cdot 2 + 3$; $10 - 4 \cdot (2 + 3)$.
79 $7 - 3 + 2$; $7 - (3 + 2)$. **82** $15 + 20 : 4 - 2$; $15 + 20 : (4 - 2)$.
80 $5 \cdot 6 : 2 + 1$; $5 \cdot (6 : 2) + 1$. **83** $4 \cdot 6 - 2 - 5$; $4 \cdot (6 - 2) - 5$.

Scrivi le espressioni relative ai seguenti diagrammi ad albero.

- 84**  **87**  **90** 
85  **88**  **91** 
86  **89**  **92** 

Dai problemi alle espressioni

ESERCIZIO GUIDA

- 93** Scriviamo l'espressione che fornisce la soluzione del seguente problema.
 Giorgia ha 10 euro. Compra 4 quaderni che costano ognuno 1 euro. Al suo ritorno la madre le regala 2 euro. Quanto ha in tasca Giorgia?

Costruiamo l'espressione:

$$\begin{aligned} &1 \cdot 4 \\ &10 - 1 \cdot 4 \\ &10 - 1 \cdot 4 + 2. \end{aligned}$$

Scrivi le espressioni che forniscono le soluzioni dei seguenti problemi e calcolane i valori.

- 94** Anna riceve dalla madre € 8 e va ad acquistare 2 scatole di colori del costo di € 3 l'una. Al ritorno si ferma dalla nonna che le regala € 5. Con quanto denaro arriva a casa Anna? [€ 7]
95 Luca e suo fratello Andrea vanno al cinema ricevendo € 10 ciascuno dai genitori. Il costo di un biglietto è di € 5; Luca acquista prima di entrare al cinema una bibita del costo di € 2, mentre Andrea compera 2 pacchetti di patatine da € 2 l'uno: complessivamente con quanto denaro tornano a casa i due fratelli? [€ 4]

- 96** Una cuoca possiede 4 sacchetti di farina del peso di 1 kg ciascuno. Deve fare 7 dolci: nei primi 3 occorrono 350 g di farina per ciascuno e negli altri 600 g di farina per ciascuno. Alla fine quanta farina rimane alla cuoca? [550 g]
- 97** Una nonna ha 5 nipoti e 25 torroncini. Decide di dare 3 torroncini al primo nipote e uno in più a ciascuno degli altri nipoti. Quanti torroncini le rimangono? [6]
- 98** In uno stabilimento tessile, in una settimana (6 giorni lavorativi), si producono 26 304 m di tela. La tela viene suddivisa in pezze da 32 m ciascuna. Quanti giorni lavorativi occorrono per fabbricare 1233 pezze? [9]

Le espressioni con le quattro operazioni

Nel sito: ► 11 esercizi di recupero



ESERCIZIO GUIDA

99 Calcoliamo: $[(9 + 1 - 6) \cdot (3 \cdot 4 - 2)] : \{10 \cdot 2 - [4 \cdot (5 + 1 - 3)]\}$.

Svolgiamo i calcoli all'interno delle parentesi tonde:

$$= [(4) \cdot (10)] : \{10 \cdot 2 - [4 \cdot (3)]\} =$$

Eliminiamo le parentesi tonde ed eseguiamo i calcoli all'interno delle parentesi quadre:

$$= [40] : \{10 \cdot 2 - [12]\} =$$

Eliminiamo le parentesi quadre e svolgiamo i calcoli all'interno delle parentesi graffe:

$$= 40 : \{20 - 12\} = 40 : 8 =$$

Scriviamo il risultato:

$$= 5.$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

100 $[12 - (3 + 2)] \cdot 2 - [6 + (3 + 1) \cdot 2 - 5 + 1]$ [4] **102** $[20 : (3 \cdot 2 - 2) + 4] : (6 - 3 \cdot 2 + 3)$ [3]

101 $\{[10 \cdot (3 + 2)] : [16 + 3 \cdot 3]\} + 3 \cdot (2 + 1)$ [11] **103** $\{[12 + 2 \cdot (3 + 1)] : (3 + 2)\} - (3 + 1)$ [0]

104 $\{12 \cdot [(5 + 2) \cdot 3 - 19]\} : [(3 + 1) \cdot (2 + 1)]$ [2]

105 $\{15 - [13 + (2 + 14) : (2 + 2 \cdot 3) - 3]\} : [(2 + 7) : 3]$ [1]

106 $\{(2 + 7 - 3 \cdot 2) \cdot [4 - (1 + 2)]\} : [7 - (3 \cdot 2 + 0)]$ [3]

107 $\{[(10 - 7 + 3 + 2 - 5) \cdot (25 : 5) - 2] \cdot [(30 - 5 + 1 - 16) : (30 : 15) + 10 + 7 - 20]\} : 2$ [13]

108 $13 - \{8 \cdot 15 - [(7 \cdot 5 + 5) : 8 + 20 : (28 : 4 - 3)]\} : 11$ [3]

109 $(22 - 5 \cdot 4) : 2 + \{[36 : 2 + 7 \cdot 3 - 1 - (2 \cdot 8 + 6)] - 2^3\}$ [9]

110 $(2^0 \cdot 3^0 + 8) : 3 + [3^2 - (2^1 + 4) : 2] + (2^4 + 2) : 3^2$ [11]

111 $[(4 + 3^2 - 1) : 2^2 + 45 : 3^2] : 2^2 + (21 \cdot 3) : 9 + 1^0$ [10]

112 $\{[7 \cdot (2 + 1) - 2 \cdot 3] : (1 + 2)\} - [(3 \cdot 2 + 5) - 10]$ [4]

113 $[(2 - 1) \cdot 7 + 5] : [3 - (1 - 1)] + [15 - 3 \cdot (1 + 2)]$ [10]

- 114** $\{[2 \cdot (3 + 7) - 15] \cdot [3 + 4 \cdot (1 + 2) - 14] + 2\} : 7$ [1]
- 115** $[(10 + 3 - 9) \cdot (3 \cdot 2 - 4)] : [(14 + 24 - 30 - 6) \cdot (40 - 10 + 2 - 30)]$ [2]
- 116** $(16 \cdot 2 - 18) : [48 : (69 : 3 + 1)] \cdot \{6 \cdot 3 - [40 - (9 \cdot 8 - 2) : 2] - 10\}$ [21]
- 117** $(2 \cdot 3 - 12 : 4) - \{4 + 3 \cdot [(42 : 3 + 2) - (6 \cdot 8 : 3) + 4]\} : (5 \cdot 4 - 16 : 4)$ [2]
- 118** $63 - [48 - (14 + 2 \cdot 16)] \cdot (2 \cdot 12) - (2 + 28 : 4) - 18 : (14 - 48 : 24 - 56 : 8 - 2)$ [0]
- 119** $\{2 + 2 \cdot 6 \cdot [36 - (4 + 7 \cdot 4) + 48 : (4 + 4 \cdot 11)] + (100 : 2) : (45 : 3 + 35)\} : \{21 - [140 : 7 - (2 + 2 \cdot 2)]\}$ [9]
- 120** $\{[135 + 3 \cdot 5 + (4 + 3 \cdot 7) \cdot 2] : 8\} : \{2 + [8 \cdot 11 - (5 + 7 \cdot 5)] : 4 + (39 : 3 - 2)\}$ [1]
- 121** $\{(25 - 9) : 4 + 40 : [20 - (2 + 3 \cdot 4) : 7 - 4 \cdot 3 - 2] - 18 : (48 : 4 - 6)\} \cdot 10 : [18 - (21 : 7 + 60 : 15) + (44 \cdot 2) : (4 \cdot 2)]$ [5]
- 122** $5 \cdot 8 : (2^3 - 2 + 2^2) + (7 \cdot 9 + 7) \cdot 5^0 - 28 : 2^2$ [67]
- 123** $3^3 - \{[(4^2)^3]^2\}^0 - 2^4 - [(5^2)^1]^2 : 5^3$ [5]
- 124** $2 \cdot 6 - (3^2 + 1) + (2^2 \cdot 3^2)^0 + 15^3 : 5^3 - (3^2)^2 : 3^3$ [27]
- 125** $(2^2 \cdot 3^6 \cdot 2^4) : (3^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 3^3) - 1$ [0]
- 126** $[(1 + 2)^3 \cdot (1 + 4)^3] : [(6^8 : 6^4) : 3^4 - 1]^2$ [15]
- 127** $[(15 : 3 \cdot 2)^3 : 10^2 + 2 \cdot 2^2] : (2 \cdot 3)$ [3]
- 128** $4 \cdot 5 - 2^2 \cdot 2^3 : 2 + (3^2 \cdot 2^2) : 6 - (2^4 \cdot 3^4)^0$ [9]
- 129** $7 \cdot [(5^2 \cdot 5^3)^3 : 5^{14}] - 3 \cdot 2^0 - 6^5 : 3^5$ [0]
- 130** $[(2^2 \cdot 2^4) : 2^3]^2 : 2^4 + 5 \cdot 7 - 3^2 \cdot 2^2 + (5^2 \cdot 3^2)^0$ [4]
- 131** $[(243 : 81 + 4^3 : 4 - 3) : (5 - 3^0) + 125 : 25] \cdot 2^2 : 3$ [12]
- 132** $7 \cdot 4 + (2^6 : 2^4)^0 - 25^2 : 5^2 + (7 \cdot 3 - 5 \cdot 4) \cdot (5^3 : 5^2)$ [9]
- 133** $\{[(53^2 - 45^2) : 7 + 3 \cdot 2^4] : [(21^2 - 7 \cdot 8) : 7 - 17 \cdot 3]^2 + 2 \cdot 5^2\}^2 : (2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) + 10 \cdot 2^2$ [100]
- 134** $3^3 - \{3 \cdot 2^3 - [(5 \cdot 2^2 - 7)^2 : 13 + 12 : (3 \cdot 2^3 - 2^2 \cdot 3)] : 2\}^2 : 17^2$ [26]
- 135** $15 \cdot [(12^2 : 3^2) : 2^2] - [(2)^2]^2 + 7 \cdot 3 - (20^4 : 5^4)^0 - 15^3 : 5^3$ [37]
- 136** $[(2^2)^3 : (2^2)^2] + \{(3^4 \cdot 3^2)^3 : [(3^2)^3]^2\} : (3^2 \cdot 3^3) - 6$ [1]
- 137** $\{[(2^3 + 2^2) : 2^2 - 3^0]^2 - 1\}^3 - \{(8^2 : 4^2 - 1) \cdot [(3^3)^4 : (3^4)^3]^5\}^2$ [18]
- 138** $\{[(3^2 + 11) : 2^2]^2 : 5 - 1\} \cdot 2^3 - [7^2 : (2 \cdot 3 + 1) + 2^3 + 10^0]$ [16]
- 139** $\{[(6^0 + 2 \cdot 5^2 - 11) : 2^3 + 8] - 2^0\} : 4 + (7 - 4) \cdot 2 + 3^2 \cdot 2$ [27]

Indica in quali casi lo spostamento o l'eliminazione delle parentesi non influisce sul risultato dell'espressione. Verifica le tue indicazioni calcolando il valore delle espressioni.

$$140 \quad (5 + 2) + 8; \quad 5 + 2 + 8.$$

$$143 \quad 5 + (3 + 9); \quad 5 + 3 + 9.$$

$$141 \quad 7 + (5 \cdot 3); \quad 7 + 5 \cdot 3.$$

$$144 \quad 40 : (5 - 4); \quad 40 : 5 - 4.$$

$$142 \quad (3 + 2) \cdot 11; \quad 3 + 2 \cdot 11.$$

$$145 \quad 24 + 6 : 3; \quad (24 + 6) : 3.$$

ESERCIZIO GUIDA

146 Calcoliamo il valore dell'espressione $3a^2 - 2b$, per $a = 2$ e $b = 5$.

Operiamo la sostituzione mettendo al posto delle lettere i valori scritti tra parentesi:

$$3 \quad a^2 - 2 \quad b$$

$$2 \downarrow \quad 5 \downarrow$$

$$3(2)^2 - 2(5) = 3 \cdot 4 - 10 = 12 - 10 = 2.$$

Dopo un po' di pratica puoi evitare l'uso delle parentesi, avendo cura di scrivere i segni di moltiplicazione:

$$3a^2 - 2b, \text{ se } a = 2 \text{ e } b = 5, \text{ è uguale a } 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 5.$$

Negli esercizi seguenti, calcola il valore delle espressioni (quando esiste) per i valori delle lettere scritti a fianco.

$$147 \quad \begin{array}{ll} 5x & x = 0, 2, 50. \\ 2y & y = 1, 6, 32. \end{array}$$

$$151 \quad \begin{array}{ll} a^b & a = 299, \quad b = 0; \\ & a = 0, \quad b = 6. \\ (2a)^b & a = 9, \quad b = 0; \\ & a = 1, \quad b = 5. \end{array}$$

$$148 \quad \begin{array}{lll} 2a - 5b & a = 8, & b = 3. \\ 3a - 2b & a = 4, & b = 5. \end{array}$$

$$149 \quad \begin{array}{lll} 2ab & a = 7, & b = 8. \\ 3a^2b & a = 4, & b = 3. \\ 3ab^2 & a = 1, & b = 2. \end{array}$$

$$152 \quad \begin{array}{lll} (a - b)^3 - 3ab & a = 7, & b = 3. \\ 2ab^2 - (a + b)^2 & a = 2, & b = 3. \\ 2a^2 + b^2 - 2(a - b)^2 & a = 9, & b = 1. \end{array}$$

$$150 \quad \begin{array}{lll} a^2 - b^2 & a = 3, & b = 2. \\ a^2 + b^2 & a = 1, & b = 4. \end{array}$$

[1; 11; 35]

$$153 \quad (a - b)^2 + 4a^2b^3 - 7b^2 - 7a^3$$

$$a = 4, \quad b = 2.$$

[40]

$$154 \quad a^3 + b^3 - 2a^2 - (a + b - 4)^3$$

$$a = 5, \quad b = 3.$$

[38]

$$155 \quad a^3 : b^2 - (a - b)^2 - (a - b - 2)^3$$

$$a = 8, \quad b = 4.$$

[8]

$$156 \quad (a : b)^2 - 4a^2 : b^3 + a(a - b)^2 : b^5$$

$$a = 36, \quad b = 4.$$

[36]

$$157 \quad (a + b)^2 : 3a^2 + (b^2 - a^2) : (2a^2)$$

$$a = 2, \quad b = 10.$$

[24]

$$158 \quad (1 + a^3) : b^2 + 49(b^3 + 1) : (a + 2b)^2$$

$$a = 3, \quad b = 2.$$

[16]

$$159 \quad (a - 2b + 1)^3 : (a + b - 5)^2 + (a + 2b)^2 : (a - b)$$

$$a = 8, \quad b = 2.$$

[29]

$$160 \quad (a - b)^3 : 3b + 2a^3 : (4b) - b(a + b)^2 : (2a - 3)^2$$

$$a = 6, \quad b = 3.$$

[36]

Dalle parole alle espressioni

Nel sito: ► 11 esercizi di recupero



ESERCIZIO GUIDA

- 161** Traduciamo in espressione la frase «Aggiungi al quadrato di a il quadrato di b e sottrai il doppio prodotto di a con b », poi calcoliamo il valore dell'espressione per $a = 9$ e $b = 5$.

«quadrato di a » $\rightarrow a^2$;

«quadrato di b » $\rightarrow b^2$;

«prodotto di a con b » $\rightarrow ab$;

«doppio prodotto» $\rightarrow 2ab$.

L'espressione è: $a^2 + b^2 - 2ab$.

Sostituiamo $a = 9$, $b = 5$:

$$9^2 + 5^2 - 2 \cdot 9 \cdot 5 =$$

$$= 81 + 25 - 90 = 106 - 90 = 16.$$

Negli esercizi seguenti, traduci le frasi in espressioni letterali e calcola il loro valore per i numeri indicati.

- 162** Somma ad a il suo successivo; $a = 10$; $a = 7$.

- 163** Somma ad a i due consecutivi di a ; $a = 4$; $a = 9$.

- 164** Somma ad a il suo precedente; $a = 1$; $a = 5$.

- 165** Somma al triplo di a il doppio di b ;
 $a = 7$, $b = 0$; $a = 9$, $b = 4$.

- 166** Sottrai dal quintuplo di a il triplo di b ;
 $a = 1$, $b = 0$; $a = 7$, $b = 9$.

- 167** Sottrai b dal prodotto del triplo di a col doppio di b ;
 $a = 3$, $b = 5$; $a = 2$, $b = 10$.

- 168** Dividi la somma di a con b per la differenza fra a e b ; $a = 5$, $b = 4$; $a = 8$, $b = 6$.

- 169** Moltiplica il doppio di a per il quadrato di b ;
 $a = 5$, $b = 3$; $a = 2$, $b = 1$.

- 170** Dividi il doppio di a per la differenza tra a e b ;
 $a = 3$, $b = 1$.

[3]

- 171** Al quintuplo di a sottrai la somma tra il doppio di b e a ;
 $a = 3$, $b = 2$.

[8]

- 172** Dividi la somma di a e b per il doppio di a ;
 $a = 1$, $b = 5$.

[3]

- 173** Dividi il cubo di a per la somma di a e b ;
 $a = 4$, $b = 12$.

[4]

- 174** Moltiplica la somma di a e b per il doppio di a e poi aggiungi il triplo di b ;
 $a = 2$, $b = 1$.

[15]

- 175** Ad a diminuito di 3 somma la differenza dei quadrati di b e di a ;
 $a = 4$, $b = 5$.

[10]

- 176** Moltiplica il doppio di a per la somma di a e b e poi sottrai il triplo di b ;
 $a = 3$, $b = 2$.

[24]

- 177** Moltiplica la differenza tra a e b per il quadrato di a e poi aggiungi la metà di b ;
 $a = 6$, $b = 4$.

[74]

Scrivi il precedente e il successivo dei numeri indicati dalle seguenti espressioni. Calcola le espressioni ottenute per $a = 2$, $b = 5$, $c = 1$, $n = 3$, $x = 4$.

- 178** a ; $2a$; a^2 ; $a + 1$; $b + 1$; c^2 .

- 179** $c - 1$; $2c + 1$; $2n + 1$; $n - 4$; $2n + 5$.

- 180** $n^2 + 1$; $2x^2$; $2x^2 - 1$; x^3 ; $(a + b)^2$.

Traduci in espressione letterale e calcola per i valori indicati.

- 181** Il successivo del doppio di un numero; 7.

- 182** Il doppio del successivo di un numero; 7.

- 183** Il precedente di un numero; 3.

- 184** Il quadrato del precedente di un numero; 4.

185 Il doppio prodotto di un numero per un altro; 2; 9.

186 Il triplo prodotto del quadrato di un numero; 5.

187 La somma di due numeri per la loro differenza; 6; 1.

188 La differenza fra i quadrati di due numeri; 5; 3.

Dalle espressioni alle parole

ESERCIZIO GUIDA

189 Scriviamo la frase corrispondente all'espressione $2a(a + b)^2$.

Poiché a e b indicano due numeri, nella frase traduciamo le due lettere a e b proprio con la parola «numeri». Facciamo una traduzione analitica:
 $2a$ è il doppio di un numero;
 $a + b$ è la somma di quel numero con un altro;
 $(a + b)^2$ è il quadrato della somma di quel numero con un altro.

Fra $2a$ e $(a + b)^2$ è sottintesa una moltiplicazione.

La frase richiesta è la seguente:

«Il prodotto del doppio di un numero per il quadrato della somma di quel numero con un altro».

Scrivi per ogni espressione la frase corrispondente. Calcola il valore delle espressioni per $a = 1$, $b = 6$; $a = 5$, $b = 2$.

190 $2a$; $3a$; b^2 ; $2ab$; $3a^2$; $3a^2b$.

192 $a - b$; $(a + b)(a - b)$; $a^2 - b^2$; $a^3 - b^3$.

191 $a + 1$; $b - 1$; $b + 2$; $2a - 1$; $a + b$.

193 $a^3 + b^3$; $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)^3$; $(a - b)^3$.

Dalle immagini alle espressioni

Nel sito: ► 10 esercizi in più



ESERCIZIO GUIDA

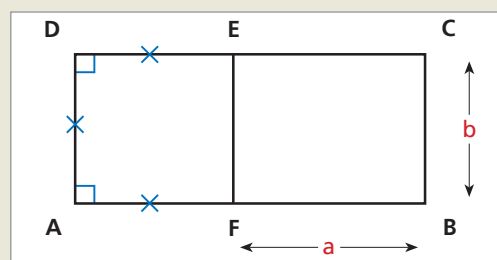
194 Esprimiamo con un'espressione letterale la misura dell'area del rettangolo $ABCD$.

$AFED$ è un quadrato;
 a indica la misura di FB ;
 b indica la misura di BC .

La misura dell'area del rettangolo $ABCD$ è data dalla somma di quelle delle due figure:

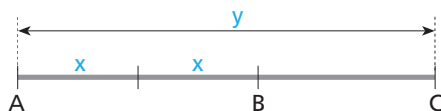
- quadrato $AFED$, di area b^2 ;
- rettangolo $FBCE$, di area ab .

L'espressione richiesta è: $b^2 + ab$.



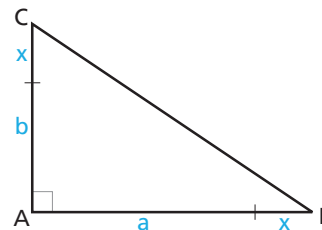
Per ognuna delle figure seguenti determina l'espressione della misura di ciò che è scritto sotto.

195



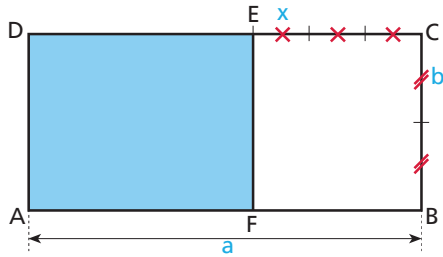
Lunghezza di BC .

196



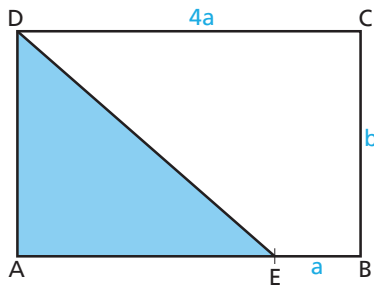
Area del triangolo ABC .

197



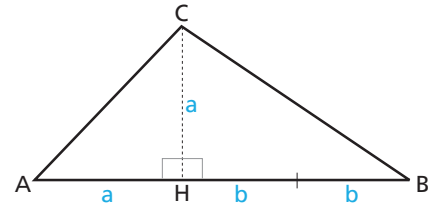
Perimetro e area del rettangolo $AFED$.

198



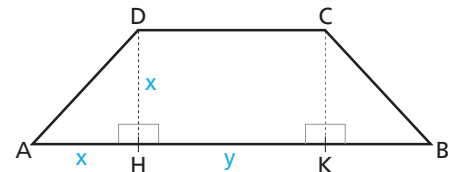
Perimetro del rettangolo $ABCD$ e area del triangolo AED .

199



Area dei triangoli ABC , ACH e CHB .

200



Area del trapezio isoscele $ABCD$.

6. Le proprietà delle operazioni

→ Teoria a pag. 8

RIFLETTI SULLA TEORIA

201

Sono date le uguaglianze:

$$2 \cdot (4 + 5) = (2 \cdot 4) + (2 \cdot 5); \quad (2 - 4) : 2 = (2 : 2) - (4 : 2); \quad 2 \cdot (4 \cdot 5) = (2 \cdot 4) \cdot 5.$$

Solo in due è stata applicata la proprietà distributiva. Quali?

202

VERO O FALSO?

a) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot (a \cdot c)$

☐ V ☐ F

b) $(a + b) + c = a + (c + b)$

☐ V ☐ F

c) $(a - b) + c = a - (b + c)$,
con $a \geq b$

☐ V ☐ F

d) $a \cdot (b + c) = (a \cdot c) + (b \cdot a)$

☐ V ☐ F

e) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

☐ V ☐ F

f) $a - b = (a - c) + (b - c)$,
con $a \geq b \geq c$

☐ V ☐ F

203

Discuti la validità della seguente affermazione:

«In $\mathbb{N}$ la proprietà associativa vale sia per l'addizione sia per la sottrazione».

204

TEST Fra le seguenti coppie di operazioni, individua quella in cui entrambe *non* godono della proprietà commutativa:

☐ A addizione e moltiplicazione.

☐ B divisione e sottrazione.

☐ C addizione e divisione.

☐ D addizione e sottrazione.

☐ E sottrazione e moltiplicazione.

ESERCIZI

Ciascuna delle seguenti uguaglianze fornisce un esempio di applicazione di una delle proprietà formali delle operazioni. Indica di quale proprietà si tratta.

205 $24 + 31 = 31 + 24$; $7 + 2 + 4 = 7 + 6$.

206 $(3 + 1) + 4 = 3 + (1 + 4)$;
 $(5 + 2) + 3 = 3 + (5 + 2)$.

207 $(18 + 24) : 3 = 18 : 3 + 24 : 3$;
 $(64 - 16) : 4 = 64 : 4 - 16 : 4$.

208 $4 \cdot (2 + 3) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3$;
 $(2 + 3) \cdot 4 = 4 \cdot (2 + 3)$.

209 $18 - 6 = (18 + 4) - (6 + 4)$;
 $27 - 12 = (27 - 2) - (12 - 2)$.

210 $180 : 15 = (180 \cdot 2) : (15 \cdot 2)$;
 $120 : 15 = (120 : 5) : (15 : 5)$.

211 $15 + 9 = 9 + 15$; $7 \cdot 3 = 3 \cdot 7$.

212 $15 : (3 \cdot 1) = 15 : (1 \cdot 3)$;
 $3 \cdot (1 + 2) = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2$.

213 $(15 + 2) + 4 = 15 + (2 + 4)$;
 $(3 \cdot 6) \cdot 1 = 3 \cdot (6 \cdot 1)$.

214 $17 - (4 \cdot 3) = 17 - (3 \cdot 4)$;
 $(2 + 4) \cdot 6 = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 6$.

215 $17 - 3 = (17 + 3) - (3 + 3)$;
 $(17 + 2) \cdot 3 = 17 \cdot 3 + 2 \cdot 3$.

216 $(15 + 75) : 15 = (15 : 15) + (75 : 15)$;
 $(7 + 3) + 2 = 7 + (3 + 2)$.

217 $12 - 4 = (12 - 2) - (4 - 2)$;
 $80 : 40 = (80 : 10) : (40 : 10)$.

218 Fra le seguenti uguaglianze indica quali sono vere e qual è la proprietà applicata.

a) $(127 + 3) + 8 = 127 + (3 + 8)$;

b) $12 : (4 + 2) = 12 : 4 + 12 : 2$;

c) $(6 + 9) \cdot 3 = 3 \cdot (6 + 9)$;

d) $(70 - 12) - 8 = 70 - (12 - 8)$;

e) $4 \cdot (20 : 2) = (4 \cdot 20) : (2 \cdot 20)$;

f) $10 - 8 = 15 - 13$;

g) $36 - 12 = 6 \cdot (6 - 2)$;

h) $36 : 12 = (36 : 6) : (12 : 6)$.

219 **COMPLETA** precisando la proprietà che viene applicata.

$6 \cdot (3 + \dots) = 6 \cdot 3 + 6 \cdot 7$

$15 \cdot 9 + 3 \cdot \dots = (\dots + \dots) \cdot 9$

$7 \cdot (\dots + 4) = 7 \cdot 5 + \dots \cdot 4$

$2 \cdot 8 \cdot \dots = \dots \cdot (\dots \cdot 6)$

$\dots \cdot (5 + 7) = 6 \cdot \dots + 6 \cdot \dots$

$12 - 4 = (\dots + 5) - (4 + \dots)$

$(3 + \dots) + 13 = 3 + (1 + \dots)$

$5 \cdot 3 \cdot \dots = 4 \cdot (5 \cdot \dots)$

220 **COMPLETA** scrivendo di fianco a ogni uguaglianza la proprietà delle operazioni su cui è basata. Scegli fra le seguenti: commutativa, associativa, distributiva, raccoglimento, invariantiva.

$5 + 7 + 9 = 9 + 5 + 7$

$20 : 4 = 10 : 2$

$5 \cdot 8 \cdot 9 = 5 \cdot 72$

$5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 5 \cdot (1 + 2 + 3)$

$15 - 8 = 16 - 9$

$18 - 5 = 15 - 2$

$3 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = (3 + 6 + 5) \cdot 2$

$60 : 30 = 6 : 3$

7. Le proprietà delle potenze

→ Teoria a pag. 11

RIFLETTI SULLA TEORIA

221 VERO O FALSO?

- a) $a^n \cdot a^m = a^{m-n}$ ☐ V ☐ F
 b) $a^n + a^m = a^{n+m}$ ☐ V ☐ F
 c) $a^n \cdot a^0 = a^n$ ☐ V ☐ F
 d) $a^n : a^m = a^{m-n}$ ☐ V ☐ F
 e) $(a^m)^n = (a^n)^m$ ☐ V ☐ F
 f) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ☐ V ☐ F

222 TEST Una sola delle seguenti espressioni è equivalente a $6^2 + 6^3$. Quale?

- ☐ A $(2 \cdot 3)^3 + (2 \cdot 3)^2$
☐ B $2 \cdot (3^2 + 3^3)$
☐ C $3 \cdot (2^2 + 2^3)$
☐ D 6^3
☐ E $(2 \cdot 3)^5$

223 VERO O FALSO?

- a) La somma dei quadrati di due numeri è uguale al quadrato della loro somma. ☐ V ☐ F
 b) La somma di due potenze è una potenza che ha per base la somma delle basi e per esponente la somma degli esponenti. ☐ V ☐ F
 c) Il prodotto dei quadrati di due numeri è uguale al quadrato del prodotto dei due numeri. ☐ V ☐ F
 d) Il prodotto di due potenze uguali è uguale al quadrato della potenza. ☐ V ☐ F

224 TEST All'espressione $(5 \cdot a^3 \cdot b^2 \cdot c)^2$ viene applicata una proprietà delle potenze. Qual è l'espressione equivalente ottenuta?

- ☐ A $25 \cdot a^3 \cdot b^2 \cdot c^2$ ☐ D $25 \cdot a^6 \cdot b^4 \cdot c^2$
☐ B $25 \cdot a^6 \cdot b^2 \cdot c$ ☐ E $5 \cdot a^3 \cdot b^2 \cdot c^2$
☐ C $5 \cdot a^6 \cdot b^4 \cdot c^2$

ESERCIZI

Applica, quando è possibile, le proprietà delle potenze e indica la proprietà applicata.

225 $(3^4)^2 \cdot 3^7$; $2^4 \cdot 3^4$; $(5^3)^5 \cdot 2^{15}$.

226 $3^2 \cdot (3^4)^2$; $(10^2)^5 : 2^{10}$; $3^4 : 3^2$.

227 $(8^4 : 2^4) \cdot 4^3$; $(2^2 : 2^1)^4$; $(3^2)^3 \cdot 2^6$.

228 $(7^2 \cdot 2^2) : 7^2$; $(4^3)^2 : 2^6$; $2^4 \cdot 3^4$.

229 $6^5 : 2^5$; $(4^5)^2$; $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^1$.

230 $2^2 \cdot 5^2$; $3^3 : 3^2$; $12^4 : 4^4$.

231 $(2^4)^2$; $3^2 \cdot 3^5$; $6^2 \cdot 2^2$.

COMPLETA quando è possibile.

232 $2^5 \cdot 2^{\dots} = 2^{10}$; $7^2 \cdot \dots = 7^8$.

233 $2^4 \cdot (\dots)^4 = 16^4$; $(5^{\dots})^4 = 5^7$.

234 $3^{\dots} : 3^3 = 3^3$; $2^{\dots} : 2^8 = 2^5$.

235 $2^4 \cdot 2^{\dots} = 2^7$; $8^4 : (\dots)^4 = 2^4$.

236 $15^2 : (\dots)^2 = 5^2$; $(4^{\dots})^5 = 4^{10}$.

237 $2^3 \cdot (\dots)^3 = 16^3$; $(5^{\dots})^3 = 5^{15}$.

238 $4^3 \cdot 4^{\dots} = 4^5$; $2^4 \cdot (\dots)^4 = 6^4$.

239 $5^2 \cdot 5^{\dots} = 5^{10}$; $5^3 : (\dots)^3 = 5^3$.

240 CACCIA ALL'ERRORE Le seguenti uguaglianze sono false. Correggi l'errore.

$2^9 : 2^3 = 2^3$; $(5^0)^2 = 5^2$.

$4^3 + 4^2 = 4^5$; $4^5 \cdot 3^5 = 12^{10}$.

$(2^3)^2 = 2^5$; $4^3 + 2^3 = 6^3$.

$8^3 \cdot 8^2 = 8^6$; $5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 = 5^6$.

241 $A = \{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots\}$ è l'insieme delle potenze di 2. A è chiuso rispetto all'operazione di addizione? E a quella di moltiplicazione? Giustifica le risposte.

242 VERO O FALSO?

a) $5^3 + 5^4 = 5^7$

☐ V ☐ F

b) $3^5 - 3 = 3^4$

☐ V ☐ F

c) $2^3 \cdot 2^6 = 2^9$

☐ V ☐ F

d) $6^2 \cdot 6^4 = 6^8$

☐ V ☐ F

e) $10^2 : 5^2 = 2^2$

☐ V ☐ F

f) $3^5 + 7^5 = 10^5$

☐ V ☐ F

g) $(4^2)^3 = 4^5$

☐ V ☐ F

h) $(10^2)^3 = 1\,000\,000$

☐ V ☐ F

i) $2^4 \cdot 3^4 = 6^8$

☐ V ☐ F

j) $8^3 - 3^3 = 5^3$

☐ V ☐ F

243 Scrivi i prodotti mediante potenze, come nell'esempio svolto.

$2 \cdot 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2^2 \cdot 7 = 2^3 \cdot 7.$

$9 \cdot 2 \cdot 81 \cdot 8; \quad 5 \cdot 3 \cdot 125 \cdot 9. \quad 6 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 32.$

$24 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 3^4; \quad 10 \cdot 25 \cdot 100 \cdot 10^4; \quad 40 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 9.$

244 ASSOCIA a ogni espressione il proprio risultato.

1. $(5^4)^2 \cdot 5$ A. 5^7

2. $(5^2)^4 : 5$ B. 6

3. $(5^3 + 5^2) : 5^2$ C. 100

4. $(2^3 \cdot 5^3) : 10$ D. 5^9

245 VERO O FALSO?

a) $5^4 \cdot 5^2 = 5^6$

☐ V ☐ F

b) $5^4 + 5^2 = 5^6$

☐ V ☐ F

c) $(2^2)^3 = 2^5$

☐ V ☐ F

d) $2^8 = 2^4 + 2^4$

☐ V ☐ F

e) $3^9 = 3^5 \cdot 3^4$

☐ V ☐ F

f) $2^8 = (2^2)^4$

☐ V ☐ F

g) $2^2 \cdot 3^2 = 6^2$

☐ V ☐ F

h) $3^2 \cdot 3^2 = 9^4$

☐ V ☐ F

i) $2^6 : 2^0 = 2^6$

☐ V ☐ F

j) $20^2 : 4^2 = 5^2$

☐ V ☐ F

k) $20^5 : 4^2 = 5^3$

☐ V ☐ F

COMPLETA le seguenti uguaglianze.

246 $7^0 = 5^{\dots\dots\dots}; \quad (2^3)^2 = (2^2)^{\dots\dots\dots};$
 $(2^{\dots\dots\dots})^2 \cdot \dots\dots = 2^7.$

247 $3^4 - 4^3 = (\dots\dots)^1; \quad (1^6)^{\dots\dots\dots} = 5^0;$
 $(15^{\dots\dots})^2 : 15 = 15^5.$

248 $\dots\dots^3 \cdot \dots\dots^3 = 6^3; \quad (7^3)^4 : 7^{\dots\dots\dots} = 7^7;$
 $(3^{\dots\dots\dots})^4 = 3^{24}.$

249 $3^4 : 3^{\dots\dots\dots} = 3^4; \quad (18 : 3)^3 = 18^3 : \dots\dots\dots;$
 $(2 \cdot 4 \cdot 5^2)^2 = 2^{\dots\dots\dots} \cdot 4^{\dots\dots\dots} \cdot 5^{\dots\dots\dots}.$

Proprietà delle operazioni e proprietà delle potenze

Per ogni uguaglianza indica quale proprietà è stata applicata. Verifica le uguaglianze per i valori indicati.

250 $a^4b = ba^4; \quad a = 3, b = 2.$
 $c^3 + d^3 = d^3 + c^3; \quad c = 4, d = 1.$

251 $(a^2 + b^2) + c = a^2 + (b^2 + c); \quad a = 1, b = 2, c = 3.$
 $a - b^2 = (a + c^3) - (b^2 + c^3); \quad a = 3, b = 1, c = 2.$

252 $a^4 : b^4 = (a : b)^4; \quad a = 20, b = 5.$
 $a^4 : b^4 = (a^4d) : (b^4d); \quad a = 6, b = 2, d = 3.$

253 $c^3 \cdot c^7 \cdot c^2 = c^{12}; \quad c = 2.$
 $(a^2)^b = a^{2b}; \quad a = 2, b = 3.$

254 $(1 + a^4)b = b + a^4b; \quad a = 2, b = 7.$
 $2a(b^2 - c) = 2ab^2 - 2ac; \quad a = 9, b = 3, c = 6.$

255 $a^2b^2c^2 = (abc)^2; \quad a = 2, b = 3, c = 2.$
 $8a^3b^3 = (2ab)^3; \quad a = 3, b = 1.$

256 $10 - 3a = 4 - (3a - 6); \quad a = 3.$
 $x(1 + x) = x + x^2; \quad x = 1.$

257 $(3a + 2b) : c = 3a : c + 2b : c; \quad a = 4, b = 7, c = 2.$
 $(2a)^b \cdot (2a)^c = (2a)^{b+c}; \quad a = 3, b = 2, c = 3.$

258 $20^n : 4^n = 5^n; \quad n = 2.$
 $5^x \cdot 5^y = 5^{x+y}; \quad x = 3, y = 2.$

259 $2(a^2 - 1) = 2a^2 - 2; \quad a = 12.$
 $3a : 3b = (3a : 3) : (3b : 3); \quad a = 21, b = 7.$

260 $a - 10 = (a + 2) - 12; \quad a = 15.$
 $x : y = 6x : 6y; \quad x = 30, y = 5.$

261 $(2x)^3 : (2x)^2 = 2x; \quad x = 3.$
 $(a + x)x^2 = ax^2 + x^3; \quad a = 5, x = 2.$

Espressioni e proprietà delle potenze

Nel sito: ► 12 esercizi di recupero



Applicando le proprietà delle potenze, calcola il valore delle seguenti espressioni.

- | | | |
|--|---|-------|
| 262 $2^5 : 2^4 + 2 \cdot 2^2 - 2^0$ | [9] 271 $(4^2 : 2^2)^3 \cdot 2^2 : (6^6 : 3^6)$ | [4] |
| 263 $(3^4 : 3^3)^4 \cdot 3^5 : (3^2)^4$ | [3] 272 $[(3)^2 \cdot (3)^3] : (3)^2 + [(2)^5 : (2)^3]^2 : (2^2)^2$ | [28] |
| 264 $4^2 \cdot 4^0 - 3^5 : 3^3 + 5^0$ | [8] 273 $[6^6 \cdot 4^6 : (3^2 \cdot 8^2)] : 8^4$ | [81] |
| 265 $5^3 : 5^1 \cdot 2^2 : 5^2$ | [4] 274 $(4^2 \cdot 2^2) : 2^2 - 5^2 : 5^1 + (2^2 \cdot 3^2)^3 : 6^5$ | [17] |
| 266 $2^6 \cdot 3^6 : (18^4 : 3^4)$ | [36] 275 $[(8^6 \cdot 16^4) \cdot 64^3] : (2^9 \cdot 4^5) : (8^7 \cdot 4^4)$ | [16] |
| 267 $(2^2 \cdot 3^2)^4 : 6^4 : 3^4$ | [16] 276 $(9^4 \cdot 6^7) : 54^5 + (3^6 \cdot 18^3) : (9^4 \cdot 3^3)$ | [28] |
| 268 $(3^2)^3 : (3^2)^2 \cdot [(3^4)^3 : (3^2)^6]$ | [9] 277 $(12^5 \cdot 24^4) : (72^3 \cdot 8^4) + 6^3 \cdot 9^3 : 54^2$ | [108] |
| 269 $(2)^3 \cdot (2^2 \cdot 2^3)^3 : \{[(2^4)^3] \cdot (2^2)^2\}$ | [4] 278 $\{64^9 : [(4^3 \cdot 8 \cdot 2^7)^2 : 8^3]\} : (4^5 \cdot 2^4)^2 - 2^2$ | [4] |
| 270 $3^5 : (3^2)^2 \cdot [(3^2)^3] : [(3^3)^2] \cdot (3)^2$ | [27] 279 $(3^4 \cdot 2^4 \cdot 7^4) : (3^3 \cdot 2^3 \cdot 7^3) - 2^5 - [(3^2)^2]^2 : 3^6$ | [1] |

-
- | | |
|--|------|
| 280 $3^2 \cdot 2^2 + (3^6 : 3^4)^0 - 25^2 : 5^2 + (7 \cdot 3 - 5 \cdot 4) \cdot (4^3 : 4^2)$ | [12] |
| 281 $10 \cdot [(12^2 : 3^2) : 2^2] - [(2^2)^2] + 7 \cdot 3 - (25^4 : 5^4)^0 - 10^3 : 5^3$ | [36] |
| 282 $[(6^2 \cdot 6^4) : (6 \cdot 6^2)]^2 : (6^2)^2 - [(2^2 \cdot 8^2) : 16] \cdot 2$ | [4] |
| 283 $[(3^2)^3 : (3^2)^2] + \{(5^4 \cdot 5^2)^3 : [(5^2)^3]^2\} : (5^2 \cdot 5^3) - 6$ | [8] |
| 284 $\{[(2^3 + 2^2) : 2^2 - 3^0]^2 - 1\}^3 - \{(8^3 : 4^3 - 5) \cdot [(5^3)^4 : (5^4)^3]^5\}^2$ | [18] |

BRAVI SI DIVENTA ► E01



- | | |
|--|------|
| 285 $8^2 \cdot 2^8 \cdot 16^4 : (4^3)^4 + (15^5 - 15^4) : 15^4 + (2^8)^0 \cdot 2 + (39^4 : 13^4)^2 : 9^4$ | |
| 286 $(7^4 : 7)^2 : (7^2)^2 - [(3^2 \cdot 3^0 \cdot 3^3)^2 : (3^3)^3 + 2^0 + 2^2 - 3^1] + 5^2$ | [69] |
| 287 $[(10^3 : 2^3) \cdot 5^3] : (5^3)^2 + \{[(4^0 \cdot 4^4)^3 : (4^2 \cdot 4^3)^2 - 2^3] + 9^0\}$ | [10] |
| 288 $[27^2 : (2^2 - 2^0)^5]^{10} : 9^4 + (2^3 - 3)^4 : (27^3 : 9^4 + 2)^3$ | [14] |
| 289 $(20^4 - 20^3) : 20^3 + \{24^2 : 3^2 - (5 \cdot 2^4)^2 : [(7^4)^2 : 7^6 - 9]^2\} - (5^0 \cdot 2^2 - 1)^3 - 5^2$ | [27] |

8. Il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo

→ Teoria a pag. 14

RIFLETTI SULLA TEORIA

290 Qual è il più piccolo numero primo?

291 Fra i numeri 121, 37, 14, solo due sono scomponibili in fattori primi. Quali?

292 VERO O FALSO?

- a) Ogni numero primo è dispari. ☐ V ☐ F
- b) Ogni numero dispari è primo. ☐ V ☐ F
- c) Ogni numero pari si scompone in fattori primi. ☐ V ☐ F
- d) Ogni numero scomposto in fattori primi non è primo. ☐ V ☐ F

293 Il m.c.m. tra 4 e 5 è 20. Perché? Come sono tra loro questi numeri?

294 VERO O FALSO?

- a) Il M.C.D. di due numeri esiste sempre. ☐ V ☐ F
- b) Il M.C.D. di due numeri primi è 0. ☐ V ☐ F
- c) Il M.C.D. di due numeri pari è il numero minore tra i due. ☐ V ☐ F

d) Il M.C.D. di due numeri è divisibile per entrambi i numeri. ☐ V ☐ F

e) Dati due numeri, ognuno è divisore del loro m.c.m. ☐ V ☐ F

f) Se $\text{m.c.m.}(a, b) = c$, allora a e b sono divisori di c . ☐ V ☐ F

g) Se $\text{M.C.D.}(a, b) = \text{m.c.m.}(a, b)$, allora $a = b$. ☐ V ☐ F

h) Se $\text{m.c.m.}(a, b) = a$, allora b è divisore di a . ☐ V ☐ F

i) Se $\text{m.c.m.}(a, b) = a \cdot b$, allora a e b sono numeri primi. ☐ V ☐ F

j) Se $\text{M.C.D.}(a, b) = a$, allora b è divisore di a . ☐ V ☐ F

k) Il M.C.D. di due numeri primi è uguale al più grande dei numeri. ☐ V ☐ F

l) Il m.c.m. di due numeri primi non esiste. ☐ V ☐ F

m) Il M.C.D. di due numeri primi fra loro è uguale al minore dei due numeri. ☐ V ☐ F

ESERCIZI

■ La scomposizione in fattori primi

Le seguenti scomposizioni non sono in fattori primi. Modificalle in modo che ogni fattore sia primo e scrivi la scomposizione in potenze di numeri primi.

295 $5 \cdot 15$; $4 \cdot 3$; $4 \cdot 8$; $21 \cdot 3$.

296 $4 \cdot 9$; $4 \cdot 10$; $5 \cdot 25$; $6 \cdot 6$.

297 $2 \cdot 3 \cdot 9$; $7 \cdot 8 \cdot 3$; $2 \cdot 10 \cdot 14$; $2 \cdot 15 \cdot 6$.

298 $2 \cdot 6 \cdot 8$; $3 \cdot 6 \cdot 9$; $3 \cdot 33 \cdot 21$; $26 \cdot 22 \cdot 34$.

299 $15^3 \cdot 3^2$; $13^2 \cdot 26$; $144 \cdot 13$; $58 \cdot 2$.

300 49^5 ; 18^6 ; $8^2 \cdot 27^3$; $6^3 \cdot 35^2$.

ESERCIZIO GUIDA

301 Scomponiamo in fattori primi 980 e 360.

Cerchiamo il più piccolo divisore primo di 980; è 2, poiché l'ultima cifra è pari. Scriviamo:

$$980 \mid 2$$

Calcoliamo $980 : 2$, riportiamo il quoziente sotto 980 e cerchiamone il più piccolo divisore primo:

$$\begin{array}{r} 980 \mid 2 \\ 490 \mid 2 \end{array}$$

Procediamo in questo modo fino a ottenere come quoziente 1:

$$\begin{array}{r} 980 \mid 2 \\ 490 \mid 2 \\ 245 \mid 5 \\ 49 \mid 7 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \end{array}$$

La scomposizione in fattori primi di 980 è:

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7^2.$$

Possiamo seguire anche un metodo più veloce, ma meno automatico: con il calcolo mentale operiamo delle scomposizioni parziali, come negli esercizi precedenti dal 295 al 300, poi applichiamo le proprietà delle potenze.

Scomponiamo in questo modo 360:

$$\begin{aligned} 360 &= 10 \cdot 36 = 2 \cdot 5 \cdot 6^2 = 2 \cdot 5 \cdot (3 \cdot 2)^2 = \\ &= 2 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5. \end{aligned}$$

Scomponi in fattori primi i seguenti numeri.

302 6; 15; 18; 21; 24.

304 69; 70; 121; 125; 144.

306 320; 660; 740; 850; 1000.

303 25; 27; 28; 30; 35.

305 40; 42; 75; 225; 300; 405.

307 1500; 2000; 3300; 4800; 5000.

Calcola il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri.

308 6, 8; 21, 24; 20, 30; 5, 6.

309 4, 20; 6, 18; 20, 60; 5, 10.

310 12, 18, 24; 8, 20, 16; 10, 20, 30.

Calcola il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri.

311 3, 4; 30, 40; 300, 400.

312 15, 20; 25, 30; 56, 72; 8, 12.

313 7, 14; 9, 27; 6, 18; 22, 44.

Nel sito: ► 9 esercizi di recupero



ESERCIZIO GUIDA

314 Mediante la scomposizione in fattori primi, determiniamo il M.C.D. e il m.c.m. dei numeri: 60, 15, 18.

Scomponiamo ciascun numero in fattori primi, incolonnando i fattori uguali:

$$\begin{aligned} 60 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5, \\ 15 &= 3 \cdot 5, \\ 18 &= 2 \cdot 3^2. \end{aligned}$$

Il M.C.D. è il prodotto dei fattori comuni, ciascuno preso con l'esponente più piccolo:

$$\text{M.C.D.}(60, 15, 18) = 3.$$

Il m.c.m. è il prodotto di tutti i fattori, comuni e non comuni, ciascuno preso con l'esponente più grande:

$$\text{m.c.m.}(60, 15, 18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180.$$

Mediante la scomposizione in fattori primi determina il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri.

315 12, 4, 6.

318 14, 24, 22.

321 528, 18, 24.

316 12, 8.

319 63, 168.

322 63, 9, 25.

317 90, 30, 150.

320 28, 18.

323 10, 45, 90.

324 Il M.C.D. di due numeri naturali è 2 e il loro m.c.m. 60. Se si moltiplicano entrambi i numeri per 2, quanto vale il loro M.C.D.? Se si moltiplica il primo per 2 e il secondo per 7, si può stabilire quanto diventa il loro m.c.m.? [4; no]

9. I sistemi di numerazione

→ Teoria a pag. 17

RIFLETTI SULLA TEORIA

325 VERO O FALSO?

- a) Un numero può essere scritto in forma polinomiale solo se è in base 10. ☐ V ☐ F
- b) I simboli che si possono usare in base 4 sono 0, 1, 2, 3, 4. ☐ V ☐ F
- c) Nel numero $(143)_5$ la cifra 1 indica $1 \cdot 5^2$. ☐ V ☐ F
- d) $1 + 1 = 10$ in base 2. ☐ V ☐ F
- e) Il numero 10 in qualunque base n indica la base n . ☐ V ☐ F

326 CACCIA ALL'ERRORE I seguenti numeri scritti in forma polinomiale non sono scritti in forma corretta. Trova l'errore.

a) $(3220)_4 = 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0$.

b) $(254)_6 = 2 \cdot 6^3 + 5 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6^1$.

c) $(1101)_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$.

327 Fra i numeri 7, 15, 29, solo uno ha come corrispondente $(11101)_2$. Quale?

ESERCIZI

Il sistema a base dieci

Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri.

328 138; 427; 3321; 1000.

329 1010; 1001; 1100; 2222.

Scrivi i numeri a cui corrispondono le seguenti espressioni senza svolgere i calcoli.

330 $2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 7$;
 $5 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 1$.

331 $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^3 + 5 + 9 \cdot 10$;
 $1 \cdot 10 + 2 + 7 \cdot 10^2$.

I sistemi con altre basi

332 Scrivi i primi dieci numeri naturali in base due.

Scrivi i seguenti numeri in forma polinomiale.

333 $(1)_2$; $(1)_3$; $(1)_4$; $(1)_5$.

334 $(10)_2$; $(10)_3$; $(10)_4$; $(10)_6$.

335 $(11)_2$; $(11)_3$; $(111)_2$; $(111)_3$.

336 $(1101)_2$; $(1001)_2$; $(1111)_2$; $(1000)_3$.

337 $(1231)_3$; $(1000)_4$; $(1222)_3$; $(200)_4$.

Operazioni in altre basi

ESERCIZIO GUIDA

338 Dopo aver costruito le tabelle di addizione e moltiplicazione in base tre, calcoliamo:
 $(211)_3 + (122)_3$; $(212)_3 \cdot (21)_3$.

Le tabelle cercate sono:

base tre	+	0	1	2
	0	0	1	2
	1	1	2	10
	2	2	10	11

base tre	·	0	1	2
	0	0	0	0
	1	0	1	2
	2	0	2	11

Eseguiamo i calcoli utilizzando le tabelle e la tecnica del riporto.

base tre	11		
	211	+	212
	122		21
	1110		212
			1201

base tre	212	·	21
			212
			1201
			12222

Dopo aver costruito le tabelle di addizione e moltiplicazione in base due, esegui i seguenti calcoli (i numeri sono espressi in base due).

339 $1101 + 111$; $1001 + 1110$; $111 + 111$.

340 $110 + 10110$; $1000 + 1010 + 1011$.

341 $110 \cdot 11$; $1010 \cdot 100$; $1110 \cdot 1101$.

Calcola i risultati delle seguenti operazioni fra numeri espressi in base tre.

342 $201 + 111$; $101 + 220$; $222 + 111$.

343 $212 + 100$; $1011 + 2112$; $2001 + 2212$.

344 $21 \cdot 12$; $21 \cdot 100$; $21 \cdot 22$.

345 $122 \cdot 110$; $12 \cdot 200$; $10 \cdot 212$.

346 Costruisci le tabelle di addizione e moltiplicazione in base cinque.

Da una base qualsiasi a base dieci e viceversa

Scrivi nel sistema decimale i seguenti numeri.

347 $(101)_2$; $(1110)_2$; $(10000)_2$; $(10111)_2$.

348 $(10)_3$; $(100)_3$; $(2012)_3$; $(222)_3$.

349 $(10)_5$; $(100)_5$; $(222)_5$; $(314)_5$.

350 $(321)_4$; $(123)_4$; $(27A)_{12}$; $(2B)_{12}$.

351 $(100)_8$; $(19F)_{16}$; $(1ABC)_{16}$; $(100)_{12}$.

Trasforma i seguenti numeri in base dieci nella base indicata, a mente o aiutandoti con uno schema grafico.

352 5, 8, 16, 15, 17, 64, 66; base 2.

353 4, 9, 12, 13, 15, 30, 32, 81, 80; base 3.

354 5, 8, 20, 27, 32; base 4.

355 5, 10, 15, 16, 20, 19, 50, 56; base 5.

356 12, 16, 23, 32, 41, 64, 80, 100, 800; base 8.

357 21, 62, 124, 240; base 12.

358 17, 64, 144, 1025; base 16.

Nei seguenti esercizi scrivi nella base indicata i numeri espressi in base dieci, mediante il metodo delle divisioni successive.

359 10, 15, 26, 37, 48; base 2.

360 100, 204, 327, 412; base 3.

361 64, 88, 137, 1600; base 4.

362 1712, 350, 427, 1000; base 5.

10. Che cosa sono i numeri interi

→ Teoria a pag. 19

RIFLETTI SULLA TEORIA

363 VERO O FALSO?

Il numero intero -6 appartiene all'insieme dei:

- a) numeri interi compresi tra -4 e -2 . ☐ V ☐ F
 b) numeri interi maggiori di -5 . ☐ V ☐ F
 c) numeri interi minori di -4 . ☐ V ☐ F
 d) numeri interi compresi tra -8 e -1 . ☐ V ☐ F

364 VERO O FALSO?

- a) $-4 > -2$. ☐ V ☐ F
 b) $-6 < -3$. ☐ V ☐ F
 c) $-5 < +2$. ☐ V ☐ F
 d) $0 < -4$. ☐ V ☐ F

365 VERO O FALSO?

- a) Due numeri interi con lo stesso valore assoluto sono uguali. ☐ V ☐ F
 b) Due numeri interi opposti hanno lo stesso valore assoluto. ☐ V ☐ F
 c) Tra due numeri negativi il minore è quello che ha valore assoluto maggiore. ☐ V ☐ F
 d) $|-5| < |-6|$. ☐ V ☐ F
 e) Ogni numero intero ha un precedente. ☐ V ☐ F
 f) Il successivo di -1 è $+1$. ☐ V ☐ F

ESERCIZI

366 Rappresenta su una retta orientata i seguenti numeri.

$+3, -7, +4, -2, 0, +1, -6$.

367 Scrivi gli opposti dei numeri dell'esercizio precedente e rappresentali sulla stessa retta. Che proprietà geometrica hanno due punti corrispondenti a numeri opposti?

368 Scrivi il valore assoluto dei numeri dei due esercizi precedenti.

369 Scrivi tutti i numeri interi che hanno valore assoluto minore di 4.

370 Scrivi cinque numeri di cui tre positivi e due negativi. Considerandoli a coppie, quante sono le coppie di numeri concordi e quante di numeri discordi?

371 Scrivi due numeri interi discordi che abbiano lo stesso valore assoluto. Come sono i due numeri?

372 Scrivi due numeri interi discordi il cui valore assoluto sia maggiore di 16.

373 Scrivi quattro numeri interi, concordi con -1 , il cui valore assoluto sia compreso fra 4 e 11.

374 Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri.
 $-6, +9, -1, +7, -2, -4$.

375 Scrivi in ordine decrescente i seguenti numeri.
 $+8, -3, 0, -5, +4, -11$.

376 Quanti sono gli interi compresi fra $+3$ e $+9$? E fra -25 e $+2$? E fra $+21$ e -1 ? E fra -27 e $+26$?

COMPLETA con i segni $<$ o $>$.

377 $|-2| \dots |-2|$; $+4 \dots |-9|$; $0 \dots |-6|$.

378 $-5 \dots +7$; $0 \dots -2$; $+6 \dots -3$; $-21 \dots -4$.

Le lettere a , b e c indicano generici numeri interi: mettili in ordine crescente, quando è possibile. Per ogni situazione fornisci un esempio numerico, sostituendo le lettere con opportuni numeri interi.

379 $a > +5$, $b < -4$;
 $a > -3$, $|a| > |b|$;
 $b < +4$, $|a| > |b|$.

380 a e b sono discordi, a e c sono concordi, $b < 0$, $|a| < |b| < |c|$;
 a e b sono concordi, b e c sono discordi, $a > +9$, $|a| < |b| < |c|$.

11. Le operazioni nell'insieme dei numeri interi

→ Teoria a pag. 22

RIFLETTI SULLA TEORIA

381 VERO O FALSO?

- a) La differenza tra due numeri opposti è 0. ☐ V ☐ F
- b) La somma dei valori assoluti di due numeri opposti è 0. ☐ V ☐ F
- c) La somma di due numeri discordi è un numero negativo. ☐ V ☐ F
- d) Se la somma di due numeri interi è 0, allora i due numeri sono discordi. ☐ V ☐ F
- e) Per la sottrazione di numeri interi vale la proprietà commutativa. ☐ V ☐ F

382 VERO O FALSO?

- a) Il prodotto di un numero per la somma di due opposti è 0. ☐ V ☐ F
- b) Il quoziente di due numeri concordi è un numero positivo. ☐ V ☐ F
- c) Il prodotto degli opposti di due numeri è uguale all'opposto del loro prodotto. ☐ V ☐ F
- d) Il quoziente di due numeri interi è 0 se il divisore è 0. ☐ V ☐ F
- e) Se si moltiplica per -1 un qualunque numero intero a , si ottiene un risultato negativo. ☐ V ☐ F

383 Discuti la validità della seguente affermazione: «La divisione è un'operazione interna all'insieme $\mathbb{Z}$; infatti $(-8) : (+4) = (-2)$ ».

384 VERO O FALSO?

- a) Se il risultato di una potenza è negativo, il suo esponente è dispari. ☐ V ☐ F
- b) Se il risultato di una potenza è positivo, il suo esponente è pari. ☐ V ☐ F
- c) $(-2)^4 = (+2)^4$ ☐ V ☐ F
- d) $a^0 = 0$ ☐ V ☐ F
- e) $(-1)^0 = 1$ ☐ V ☐ F

385 TEST Fra le seguenti uguaglianze una sola è vera per qualunque valore di $a \in \mathbb{Z}$. Quale?

- ☐ A $a^0 = a$ ☐ D $a : 1 = 0$
☐ B $a - 0 = a$ ☐ E $a : a = a$
☐ C $a \cdot a = 2 \cdot a$

386 TEST Due numeri interi a e b sono discordi. La loro somma è:

- ☐ A sempre positiva.
☐ B sempre negativa.
☐ C positiva se $|a| > |b|$ e $a > 0$.
☐ D negativa se $|a| > |b|$ e $a > 0$.
☐ E nulla.

ESERCIZI

■ L'addizione e la sottrazione

Per ciascuna delle seguenti coppie di numeri interi, scrivi l'addizione fra i due numeri e calcola la somma.

387 $+ 5, + 8;$ $+ 5, - 8;$ $- 5, + 8;$ $- 5, - 8;$ $+ 4, + 4;$ $+ 4, - 4;$ $- 4, + 4;$ $- 4, - 4.$

388 $0, + 2;$ $0, - 2;$ $- 2, 0;$ $+ 2, 0;$ $- 36, + 6;$ $+ 36, - 6;$ $+ 42, + 8;$ $+ 25, - 7.$

389 **COMPLETA** la seguente tabella.

a	$- 5$	$+ 2$	$- 8$	$+ 5$	$- 3$		$- 7$		$+ 14$
b	$+ 7$		$+ 6$	$- 5$		$- 1$		$- 12$	$+ 4$
$a + b$		$- 6$			$+ 2$	$- 4$	0	$- 9$	$+ 4$

390 Scrivi tre coppie di numeri interi concordi che abbiano come somma $+ 7$ e tre coppie che abbiano come somma $- 15$.

391 Scrivi tre coppie di numeri interi discordi che abbiano come somma $- 8$ e tre coppie che abbiano come somma $+ 11$.

Per ciascuna delle seguenti coppie di numeri interi, scrivi la sottrazione fra i due numeri e calcola la differenza.

392 $+ 3, + 8;$ $+ 2, - 6;$ $- 3, + 9;$ $- 11, - 14;$ $0, - 4;$ $+ 4, 0.$

393 $+ 5, - 5;$ $- 2, + 2;$ $+ 6, + 6;$ $- 6, - 6;$ $- 8, - 1;$ $- 8, + 1.$

394 **COMPLETA** la seguente tabella.

a	$+ 5$	0	$- 2$		$+ 8$	$- 12$		0	0	$+ 6$
b	$- 5$	$- 4$		0	$+ 8$	0	0	$+ 15$		
$a - b$			0	$+ 4$			$- 21$		$+ 8$	0

■ Espressioni con addizioni e sottrazioni

■ ESERCIZIO GUIDA

395 Calcoliamo il valore dell'espressione $+ 7 - (+ 3 - 5 + 4)$.

Possiamo procedere in due modi.

Primo modo

$$+ 7 - (+ 3 - 5 + 4) =$$

Calcoliamo il valore della somma fra parentesi:

$$= + 7 - (+ 2) =$$

Eseguiamo la sottrazione:

$$= + 5.$$

Secondo modo

$$+ 7 - (+ 3 - 5 + 4) =$$

Eliminiamo le parentesi. Le parentesi precedute dal segno $-$ si eliminano cambiando di segno a ogni termine in esse contenuto:

$$= + 7 - 3 + 5 - 4 =$$

Eseguiamo le addizioni algebriche:

$$= + 5.$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

396	$(+3) + (-7) + (+8) + (-21)$	$[-17]$
397	$(+4) + (+5 - 9) + (-2 + 6) + (+12 - 19)$	$[-3]$
398	$(15 - 9) + (16 - 8 - 11) + (13 + 2 - 30 - 7)$	$[-19]$
399	$-15 - (+12 - 5 + 6 - 10) + (-3 + 7 - 11)$	$[-25]$
400	$-5 + (+7 - 3 + 5 - 6) - (+12 - 5 - 6 + 7)$	$[-10]$
401	$+10 - (+15 - 8 - 6) + (+12 - 15 - 3) + (+7 - 3 - 12)$	$[-5]$
402	$+17 - (+6 - 7 - 5) + (+12 - 16 + 1) - (1 + 7 - 15)$	$[+27]$
403	$[+15 - (+7 + 3 - 2)] - [-15 - (-6 + 7 - 1)] - (-1 + 6 - 2)$	$[+19]$
404	$+12 - [+13 + (-15 - 7 - 8)] + [-20 - (+15 - 7 - 12)]$	$[+13]$
405	$(74 - 85) + [(+35) + (42 - 51 + 1) - 6] + [23 + (14 - 8 - 2)]$	$[+37]$
406	$(-28 + 37) + \{(-25 + 11) + [1 + (36 - 44)] - (+9)\} + 1$	$[-20]$
407	$+25 + \{+37 + [49 + (-6 - 8 - 20) + (13 - 7)]\} + (-80)$	$[+3]$

■ Problemi con addizioni e sottrazioni

Risolvi i seguenti problemi, scrivendo un'espressione con i numeri interi e calcolandone il valore.

- 408** Mettendo un corpo alla temperatura di -17°C vicino a un altro corpo più caldo, la temperatura del primo aumenta di 70°C . Successivamente si pone il corpo iniziale in frigorifero: la sua temperatura diminuisce di 4°C . Qual è attualmente la temperatura del corpo? $[49^{\circ}\text{C}]$
- 409** Parto da un certo punto di una scala e poi salgo 7 gradini, scendo 5 gradini, salgo 13 gradini, scendo 20 gradini. In che punto mi trovo rispetto a quello di partenza? $[-5, \text{cioè 5 gradini al di sotto}]$
- 410** Ho ottenuto un prestito di € 75 senza interessi. Dopo un certo tempo ho restituito al creditore € 37, poi ho preso in prestito altri € 42. Oggi, dopo aver restituito altri € 25, qual è la mia situazione con il creditore, considerando positivamente i crediti e negativamente i debiti? $[-€ 55]$
- 411** Un automobilista parte con il serbatoio contenente 50 l di benzina, percorre un primo tragitto consumando 17 l di carburante, un secondo tratto consumando 13 l, poi si ferma a un distributore dove fa rifornimento di 36 l di benzina. Quanto carburante ha nel serbatoio prima di ripartire? $[56 \text{ l}]$
- 412** Giocando a carte con tre avversari, effettuo due partite che terminano nel modo seguente:
1. vincita di 40 punti con il primo giocatore; perdita di 170 punti con il secondo giocatore; vincita di 10 punti con il terzo giocatore;
 2. vincita di 60 punti con ciascun giocatore.
- Qual è la mia situazione attualmente? $[60 \text{ punti}]$

■ La moltiplicazione e la divisione

413 Nella moltiplicazione $(-3) \cdot (-2) \cdot (+5)$ è possibile eliminare le parentesi di -3 , ottenendo un'espressione equivalente? E le parentesi di -2 ? E quelle di $+5$?

414 Le seguenti scritture vogliono indicare moltiplicazioni fra due interi. Indica le moltiplicazioni scritte in modo corretto e spiega perché le altre sono sbagliate.

$$\begin{array}{lll} (-3) \cdot (-5); & +7 \cdot (-8); & +6 \cdot -4; \\ -2 + 1; & -2(+1); & (-4) \cdot (-1); \\ (-5) - 8; & -5(-8); & -3(-2); \\ 3 \cdot 2; & (+3)2; & +3(-5). \end{array}$$

Calcola i seguenti prodotti.

415 $(+3)(+4);$ $(-5)(-2);$
 $(-1)(+7);$ $(+8)(-6).$

416 $(+9)(-11);$ $(-12)(+7);$
 $(+15)(+6);$ $(-13)(-5).$

417 $(+2)(-12)(-5);$ $(-2)(+2)(-2)(-2).$

418 **COMPLETA** la seguente tabella.

a	$+4$	-1	$+2$	-3		-3		-4
b	$+7$	-6			$+1$	-1	$+4$	-2
ab			-10					
$a \cdot (-b)$				-9	$+4$	-1		
$-a \cdot (-b)$						-18	$+16$	
$-ab$							0	$+24$

419 Nell'insieme $\{-2, 0, +2\}$ l'addizione è operazione interna? E la moltiplicazione?

420 Nell'insieme $\{-1, 0, +1\}$ l'addizione è operazione interna? E la moltiplicazione?

■ ESERCIZIO GUIDA

421 Determiniamo due numeri interi il cui prodotto p è -6 e la cui somma s è $+1$.

Le coppie di numeri interi la cui somma è 1 sono infinite, mentre le coppie di numeri interi che hanno un prodotto assegnato sono in numero finito.

Scomponiamo quindi il numero -6 in tutti i modi possibili:

$$-6 = (+1)(-6) = (-1)(+6) = (+2)(-3) = (-2)(+3).$$

Compiliamo una tabella, mettendo in una colonna i prodotti e nell'altra colonna le somme dei due numeri. Noi cerchiamo la somma uguale a 1 :

p	s
$(+1)(-6)$	$+1 - 6 = -5$
$(-1)(+6)$	$-1 + 6 = +5$
$(+2)(-3)$	$+2 - 3 = -1$
$(-2)(+3)$	$-2 + 3 = +1$

I due numeri richiesti sono -2 e $+3$.