Liceo Scientifico Statale "Enrico Fermi"

Classi III

Prova comune di ingresso di MATEMATICA

Nome e cognome:_____ **Data:** ___/9/2024 **Classe:**_____

Tempo a disposizione: **110 minuti.**

Esercizio 1 [geometria sintetica].

Sia ABC un triangolo acutangolo e siano AD, BE, CF le tre altezze relative ai lati BC, AC, AB condotte dai vertici A, B, C. Indica con H il loro punto di intersezione, ossia l'ortocentro del triangolo ABC.

a. Dimostra che il quadrilatero $AEHF$ è inscrivibile in una circonferenza; indica con γ_1 tale circonferenza e rappresentala, specificando dove si trova il suo centro.

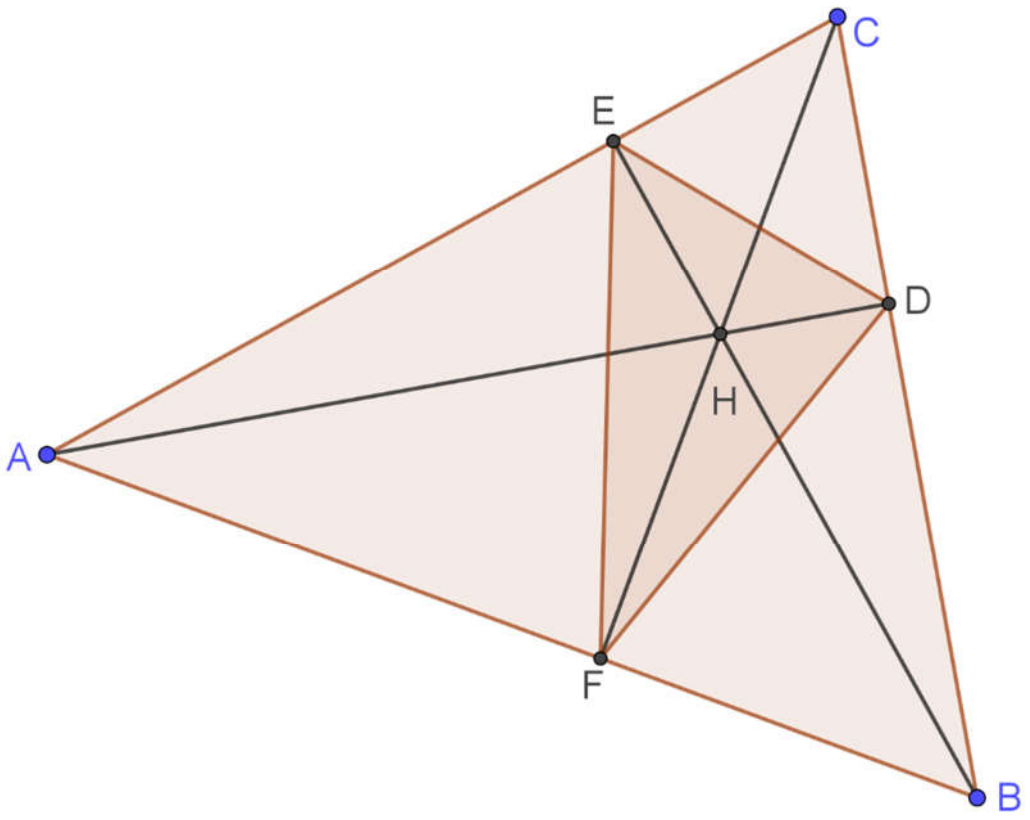
In modo del tutto analogo si dimostra che il quadrilatero $BDHF$ è inscrivibile in una circonferenza; indica con γ_2 tale circonferenza e rappresentala. Non sono richieste argomentazioni per il quadrilatero $BDHF$: dovrai solo rappresentare γ_2.

Puoi usare la figura fornita per rappresentare γ_1 e γ_2.

b. Dimostra che i triangoli ACD e BCE hanno gli angoli ordinatamente congruenti.

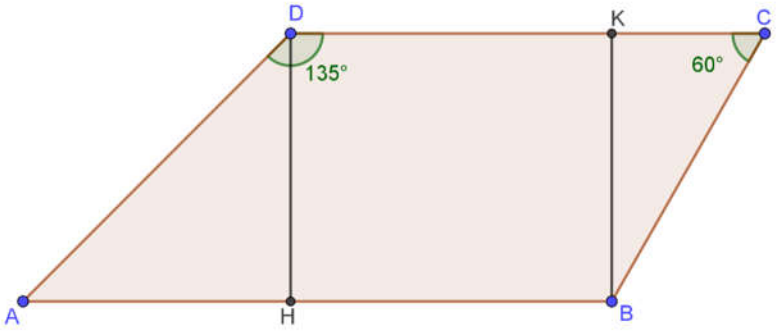
c. Dimostra che gli angoli $E\hat{F}H$ e $D\hat{F}H$ sono congruenti.

Suggerimento: che cos'è $E\hat{F}H$ per γ_1? che cos'è $D\hat{F}H$ per γ_2? Ci sono in figura altri... per γ_1 e per γ_2?



Esercizio 2A [problema di geometria con le misure].

Sia $ABCD$ un trapezio di base maggiore AB e base minore CD. Gli angoli $B\hat{C}D$ e $C\hat{D}A$ adiacenti alla base minore CD hanno ampiezza pari a 60° e 135° rispettivamente.



L'altezza del trapezio misura 3 cm (in figura sono rappresentate le altezze DH e BK).

Il perimetro del trapezio misura $\left(3\sqrt{3}+11+3\sqrt{2}\right)$ cm.

Poni $\overline{BH}=x$.

Determina x e calcola l'area del trapezio.

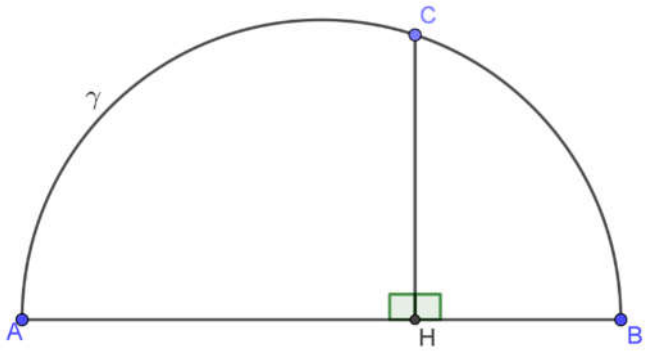
Esercizio 2B [problema di geometria con le misure].

Sia γ una semicirconferenza di diametro AB.

Sia C un punto su γ e H la sua proiezione sul diametro AB.

È noto che CH misura 12 cm e che AH supera HB di 7 cm.

Posto $\overline{HB}=x$, determina $\overline{HB}$, $\overline{AH}$ e calcola area e perimetro del triangolo ABC.



Esercizio 3 [disequazioni].

Determina l'insieme S_A delle soluzioni del seguente sistema di disequazioni e l'insieme S_B delle soluzioni della successiva disequazione:

a. $\begin{cases} 3x^2-4\sqrt{3}\ x+3\leq 0 \\ \frac{x-1}{1-\sqrt{3}}>0 \end{cases}$

b. $\frac{\left(4x^2-\sqrt{3}\,x+1\right)\cdot\left(2x^2-3x+1\right)}{4x^3+4x^2+x}\leq 0$

Esercizio 4A [sistemi di equazioni].

Siano x e y due numeri naturali con $x > y$. Sapendo che:

- il quoziente della divisione con resto tra x e y vale 2 e il resto vale 4 e
- il triplo di y supera x di 1.

determina i due numeri. Non saranno prese in considerazione risoluzioni "a tentativi".

Esercizio 4B [sistemi di equazioni].

Risolvi il seguente sistema di equazioni nelle incognite reali x, y.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x^2 - 2xy + x = 1 \end{cases}$$

Il punteggio sarà attribuito in base alla correttezza e alla completezza nella risoluzione dei quesiti ed alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, organicità).

	Es.1	**Es.2**	**Es.3**	**Es.4**	**Totale**	**Voto**
PUNTI	25	25	25	25	100	
Punti assegnati						