



LICEO SCIENTIFICO STATALE "E. FERMI"

Via Mazzini 172/2 – 40139 Bologna BO

Telefono: 051-4298511 - Codice Fiscale: 80074870371 – C.U.U. UFEC0B

PEO: hops02000d@istruzione.it

PEC: hops02000d@pec.istruzione.it

Sito: www.liceofermibo.edu.it

Prova comune di matematica per le classi terze

Data: 20 settembre 2022

Durata della prova: 110'

Nome e Cognome: _____

Classe ___ Sezione ___

È consentito l'uso della calcolatrice scientifica non programmabile.

Esercizio 1.

Esercizio 1.A) [pt 10] Determina l'insieme S delle soluzioni del seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 3x + 2}{2x - 3} \geq 1 \\ (2x - 1)^2 - (3x + 1) \cdot (3x - 1) \geq x - 28 \end{cases}$$

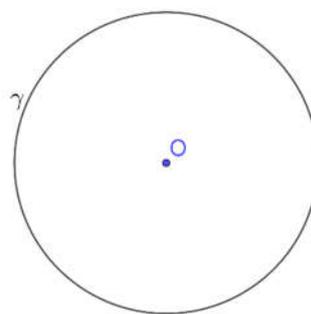
Esercizio 1.B) [pt 10] Determina l'insieme S delle soluzioni della seguente disequazione:

$$\frac{4 - 2\sqrt{3}x}{(1 - x)^3} > \frac{3 \cdot (x + 1)}{x^2 - 2x + 1}$$

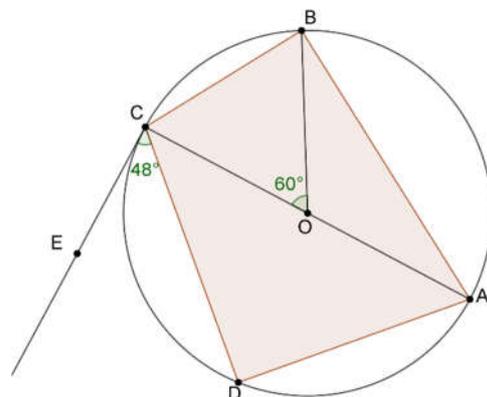
Esercizio 2.

Esercizio 2.A) [pt 12] Dal punto P , esterno alla circonferenza γ di centro O , conduci le rette tangenti s, t a γ ed indica con A, B i rispettivi punti di tangenza. Sia C il secondo estremo del diametro avente un estremo in A . Dimostra che:

1. gli angoli \widehat{AOB} e \widehat{APB} sono supplementari;
2. l'angolo \widehat{CAB} è congruente alla metà dell'angolo \widehat{APB} .



Esercizio 2.B) [pt 8] Osserva la figura in cui è rappresentata la circonferenza γ di centro O ; AC è un diametro; la semiretta CE è tangente alla circonferenza γ in C ; i punti B, D giacciono su γ . Sapendo che $\widehat{ECD} = 48^\circ$ e $\widehat{COB} = 60^\circ$, calcola le ampiezze degli angoli interni del quadrilatero $ABCD$ motivando brevemente le risposte.



Esercizio 3.

Esercizio 3.A) [pt 12] Determina l'insieme S delle soluzioni della seguente equazione:

$$\frac{x\sqrt{3}-12}{2x^2-x\sqrt{3}-3} + \frac{\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}}$$

Esercizio 3.B) [pt 8: +2 per ogni risposta corretta, 0 per ogni risposta non data, -0.5 per ogni risposta errata]

Scegli una e una sola tra le alternative proposte in ciascuno dei quattro quesiti. Non sono richieste motivazioni.

1. Risolvendo la disequazione: $\boxed{(1-\sqrt{3})x < 1}$, Andrea ottiene quale insieme delle soluzioni: $x < \frac{1}{1-\sqrt{3}}$,

Barbara ottiene: $x > \frac{-1}{\sqrt{3}-1}$, Carlo ottiene: $x > -\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ e Daniela ottiene: $x > \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

- Andrea ha ragione e tutti gli altri sbagliano.
- Barbara ha ragione e tutti gli altri sbagliano.
- Due studenti hanno ragione e due sbagliano.
- Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

2. Dato il numero reale $b > 0$, l'espressione $\boxed{\frac{b^{-\frac{3}{4}}}{\sqrt[6]{b} \cdot \sqrt{b}}}$ si può riscrivere come:

- $\sqrt[6]{b}$
- $-b$
- b^{-1}
- $\sqrt[6]{b^{-1}}$

3. È dato il radicale $\boxed{\sqrt{x^2}}$; esso:

- esiste per ogni $x \in \mathbb{R}$ ed è uguale a x .
- esiste per ogni $x \in \mathbb{R}$ ed è uguale a $\pm x$.
- esiste se e solo se $x \geq 0$ e per tali valori è uguale a x .
- esiste per ogni $x \in \mathbb{R}$ ed è uguale a $|x|$.

4. L'espressione $\boxed{a\sqrt{a+1}}$

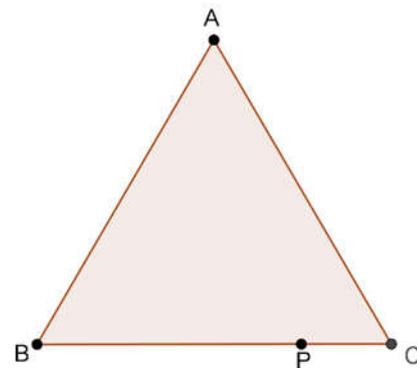
- se $a \geq 0$ è uguale a $\sqrt{a^3+a^2}$ ed invece se $-1 \leq a < 0$ allora essa è uguale a $-\sqrt{a^3+a^2}$.
- esiste se e solo se $a \geq 0$ e per tali valori essa è uguale a $\sqrt{a^3+a^2}$.
- esiste se e solo se $a \geq 0$ e per tali valori essa è uguale a $\sqrt{a^2+a+1}$.
- esiste se e solo se $a \geq -1$ e per tali valori essa è uguale a $\sqrt{a^3+a^2}$.

Esercizio 4.

Esercizio 4.A) [pt 12] Sia ABC un triangolo equilatero il cui lato ha misura 1.

Sia P un punto giacente sul lato BC ; determina $\overline{PB} = x$ in modo tale che

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = \frac{8}{9}.$$



Esercizio 4.B) [pt 8] Data l'equazione nell'incognita x

$$kx^2 + 2(k-1)x + k + 2 = 0$$

determina per quali valori del parametro reale k essa

- ha soluzioni reali;
- ha soluzioni la cui somma sia minore di 3.

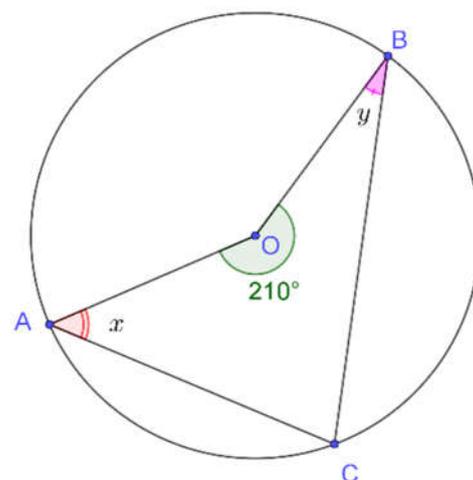
Esercizio 5.

Esercizio 5.A) [pt 10] Determina l'insieme S delle soluzioni del seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{x^2-4y^2} + \frac{x+1}{x^2-4xy+4y^2} = 0 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$$

Esercizio 5.B) [pt 10] Osserva la figura in cui è rappresentata una circonferenza γ di centro O e A, B, C sono tre punti giacenti su γ .

Determina l'ampiezza degli angoli $x = \widehat{OAC}$ e $y = \widehat{OBC}$, sapendo che l'ampiezza di \widehat{OAC} è superata di 9° dal doppio dell'ampiezza di \widehat{OBC} .
Suggerimento: congiungi A e B .



GRIGLIA DI VALUTAZIONE

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza nella risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura, argomentazione).

	Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale
Punteggio max.	20	20	20	20	20	100
Punteggio						