

	<div style="text-align: center;">  <p>LICEO SCIENTIFICO STATALE “E.FERMI” Via Mazzini 172/2 – 40139 Bologna (BO) Telefono: 051-4298511 - Codice Fiscale: 80074870371 – C.U.U. UFEC0B</p> <p>PEO: bops02000d@istruzione.it PEC: bops02000d@pec.istruzione.it Web-Site: www.liceofermibo.edu.it</p> </div>
<p>Prova comune di matematica per le classi quinte</p> <p>Data: 19 Settembre 2022 Durata della prova: 110'</p> <p>Nome e Cognome: _____ Classe 5 Sezione ____</p> <p>E' consentito l'uso della calcolatrice scientifica non programmabile</p>	

Esercizio 1

E' data la funzione:

$$f(x) = \ln(x^2 + 2x + 1) \quad \text{dove } \ln x = \log_e x$$

- a. Dopo aver individuato il dominio di $f(x)$ e semplificato opportunamente la funzione, traccia il grafico di $y = f(x)$ deducendolo dal grafico $y = \ln x$; chiarisci quali trasformazioni hai utilizzato sia riportandole graficamente sia spiegandole a parole (ricorda di tracciare gli eventuali asintoti delle funzioni).
- b. Scrivi l'insieme delle soluzioni della disequazione:

$$f(x) \leq \ln(x + 1) + \ln(x^2 - x)$$

- c. dopo aver motivato perché la funzione $g(x) = \ln(x + 1)$ è invertibile, traccia il grafico della funzione inversa $y = h(x) = g^{-1}(x)$ in un nuovo piano cartesiano e deduci l'espressione analitica della funzione inversa fornendo il suo dominio, l'equazione dell'asintoto e l'insieme immagine.

Esercizio 2

Considera la parola DIVERTIRSI.

- a. Quanti sono i suoi anagrammi, anche privi di significato?
- b. Quanti sono i suoi anagrammi che iniziano con la lettera E?
- c. Quanti sono i suoi anagrammi che iniziano con una vocale?
- d. Considerato l'insieme X formato dalle lettere distinte da cui è composta la parola DIVERTIRSI, quanti sono i sottoinsiemi di 3 elementi di X ?
- e. Quanti sono complessivamente i sottoinsiemi (propri o impropri) di X ?

Esercizio 3

Data la funzione di equazione $f(x) = 2 \cos(x - \pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

- semplifica la sua espressione;
- determina a e b in modo che il grafico della funzione $g(x) = a + b \sin x$ passi per i punti del grafico di $y = f(x)$ di ascisse $\frac{\pi}{3}$ e 0 ;
- Posti $a = -1$ e $b = \frac{\sqrt{3}}{3}$, traccia il grafico della funzione di equazione

$$y = h(x) = -\cos x + \sqrt{3}g(x) + \sqrt{3}$$

deducendolo dal grafico di $y = \sin x$

- Dimostra che la disequazione $h^2(x) > 1$ è equivalente alla disequazione $\tan x < 0$.
La disequazione $h^2(x) \geq 1$ è equivalente alla disequazione $\tan x \leq 0$?

Esercizio 4

Data la funzione

$$f(x) = \frac{3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3}{3^{x+1} - 9^x}$$

- determina il dominio;
- trova gli eventuali zeri;
- studia il segno e trova le regioni del piano in cui giace la funzione;
- Determina il dominio della funzione $g(x) = \frac{1}{\log(f(x))}$.

Esercizio 5

E' dato il triangolo ABC con $\overline{AB} = 3(\sqrt{6} + \sqrt{2})$, $\overline{AC} = 6\sqrt{2}$ e $\widehat{CAB} = \alpha = \frac{\pi}{3}$.

- Determina il valore esatto (non approssimato) di \overline{BC} .
- Dopo aver trovato che $\overline{BC} = 6\sqrt{3}$, determina il valore esatto di $\sin(\widehat{ACB})$.
- Conduci, esternamente al triangolo ABC , una semiretta di origine C che forma con il lato BC un angolo congruente a \widehat{ACB} ; sulla semiretta prendi il punto H tale che $\overline{CH} = 6\sqrt{2}$. Determina \overline{AH} e approssima il risultato a due cifre decimali.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza nella risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura, argomentazione).

	Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale
Punteggio max.	20	20	20	20	20	100
Punteggio						