



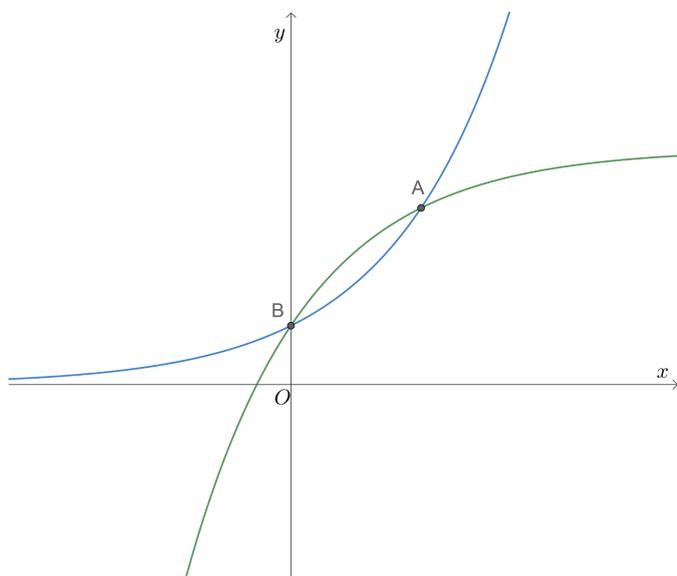
Nome e cognome: \_\_\_\_\_ Data: 19/9/2024 Classe: \_\_\_\_\_

Tempo a disposizione: **110 minuti**.

### Quesito 1.

Nel grafico in figura sono riportati i grafici delle funzioni

$$y = f(x) = 4\left(1 - \frac{3}{4}e^{-\frac{x}{2}}\right) \quad \text{e} \quad y = g(x) = e^{\frac{x}{2}}$$



- Stabilisci per ciascuna funzione le equazioni dell'asintoto e le intersezioni con gli assi.
- Calcola le coordinate dei punti A e B e risolvi in maniera esatta la disequazione  $f(x) \leq g(x)$ .
- Traccia in un nuovo sistema di riferimento il grafico della funzione  $y = h(x) = |f(x)|$
- Trova il dominio e l'espressione analitica della funzione inversa di  $y = f(x)$ .

### Quesito 2.

Data la funzione  $y = f(x) = 2 \sin(kx) + b$

- determina i parametri  $k$  e  $b$  in modo tale che la funzione abbia periodo  $T = 8\pi$  e passi per il punto A  $(2\pi; 0)$ . Disegna quindi il grafico della funzione nell'intervallo  $[-4\pi; 4\pi]$
- Posti  $k = \frac{1}{4}$  e  $b = -2$ , risolvi la disequazione  $f(x) < 0$
- Posto  $y = g(x) = \log_2(f(x) + 2)$  trova il suo dominio, le equazioni degli asintoti e risolvi la disequazione  $g(x) > 0$ .
- Determina l'espressione analitica e il dominio di  $y = 2^{g(x)}$ .

### Quesito 3.

Nella circonferenza di raggio  $R$  è inscritto il triangolo acutangolo  $ABC$  avente lati  $\overline{AB} = \sqrt{2} R$  e  $\overline{BC} = \frac{8}{5} R$ .

- Calcola i valori esatti del seno e coseno degli angoli  $\hat{BAC}$  e  $\hat{ACB}$ .
- Verifica che  $\sin(\hat{ABC}) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$ , calcola la lunghezza del lato  $\overline{AC}$  e l'area del triangolo  $ABC$ .
- Sulla corda  $CB$  scegli un punto  $D$  tale che  $\overline{CD} = \frac{1}{5}R$ . Determina la lunghezza di  $\overline{AD}$ .

### Quesito 4.

Un'urna contiene 7 palline bianche numerate da 1 a 7 e 3 palline nere numerate da 8 a 10.

Si estraggono contemporaneamente 5 palline dall'urna. Calcola in quanti modi possono essere estratte:

- tre palline bianche e due nere;
- quattro palline con numero pari ed una con un numero dispari;
- almeno tre palline bianche.

Il punteggio sarà attribuito in base alla correttezza e alla completezza nella risoluzione dei quesiti, ed alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, organicità).

|                        | Q 1 | Q 2 | Q 3 | Q 4 | Totale | Voto |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|--------|------|
| <b>PUNTI</b>           | 25  | 25  | 25  | 25  | 100    |      |
| <b>Punti assegnati</b> |     |     |     |     |        |      |