



LICEO SCIENTIFICO STATALE "E. FERMI"

Via Mazzini 172/2 – 40139 Bologna (BO)

Prova comune di matematica per le classi terze

Data: 19 settembre 2023

Durata della prova: 110'

Nome e Cognome: _____

Classe 3 Sezione ____

E' consentito l'uso della calcolatrice scientifica non programmabile

Esercizio 1

- a. Verifica che l'equazione $x^3 + (4 - h)x^2 - x - 4 + h = 0$ ammette 1 come soluzione per ogni parametro reale h . Dopo aver dimostrato che l'equazione ammette sempre tre soluzioni reali, trova per quali valori di h due delle tre sono coincidenti.
- b. Data l'equazione $x^2 - 2mx - 3m + 4 = 0$, determina per quali valori del parametro reale m
- L'equazione ammette soluzioni reali la cui somma è -10 ;
 - L'equazione ammette soluzioni reali il cui prodotto è -10 ;
 - L'equazione ammette soluzioni opposte;
 - L'equazione ammette una soluzione nulla.

Esercizio 2

- a. Calcola l'area di un rombo sapendo che la somma di $\frac{1}{6}$ della diagonale maggiore con $\frac{1}{3}$ della minore è di 14 cm e che la differenza fra il doppio della minore e la maggiore è di 12 cm.
- b. Dato il polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, trova a , b e c sapendo che

$$P(1) = P(-1) = 1 \quad \text{e} \quad \frac{1}{2}P(2) + \frac{1}{2}P(-2) = -6.$$

Esercizio 3

- a. Determina l'insieme S_1 delle soluzioni della seguente disequazione:

$$\frac{2}{x - \sqrt{6}} + \frac{x^2 + 8}{x^2 - 6} \leq \frac{x - \sqrt{6}}{x + \sqrt{6}}$$

- b. Determina l'insieme S_2 delle soluzioni della seguente disequazione:

$$\frac{x^2 \cdot (4x - 4x^2 - 1)}{x^3 - 4x^2 + x + 6} \geq 0$$

- c. Risolvi il sistema

$$\begin{cases} \frac{2}{x - \sqrt{6}} + \frac{x^2 + 8}{x^2 - 6} \geq \frac{x - \sqrt{6}}{x + \sqrt{6}} \\ \frac{x^2 \cdot (4x - 4x^2 - 1)}{x^3 - 4x^2 + x + 6} \leq 0 \end{cases}$$

Esercizio 4

Dato un parallelepipedo rettangolo di volume 10 m^3 avente base quadrata di lato x , esprimi in funzione della x l'area della superficie totale. Trova i valori del lato di base se l'area totale è 42 m^2 . Posto $x = 1 \text{ m}$, dopo aver trovato la diagonale del quadrato di base, determina la misura della diagonale del parallelepipedo.

Esercizio 5

- Un rombo ha un angolo di 60° e il perimetro che misura 80 cm . Quanto misura il lato dell'esagono regolare circoscritto alla circonferenza inscritta nel rombo?
- Data una semicirconferenza di centro O e diametro AB , siano P un punto della semicirconferenza e Q il punto di intersezione delle tangenti condotte da A e da P . Dimostra che il quadrilatero $AOPQ$ è inscrittibile e circoscrittibile a una circonferenza. Nel caso particolare in cui OP è perpendicolare al diametro AB , trova, in funzione di OA , il raggio della circonferenza inscritta e il raggio della circonferenza circoscritta al quadrilatero $AOPQ$.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza nella risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura, argomentazione).

	Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale
Punteggio max.	20	20	20	20	20	100
Punteggio						