

Cognome e nome: _____

NON usare **penna cancellabile, bianchetto, colore rosso.**

Tempo a disposizione: **110 minuti.**

Il punteggio sarà attribuito in base alla correttezza e alla completezza nella risoluzione dei quesiti, ed alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, organicità).

	Q 1	Q 2	Q 3	Q 4	Q 5	Totale	Voto
PUNTI	20	20	20	20	20	100	
Punti assegnati							

Quesito 1. Nel grafico in figura è riportata la rappresentazione di una funzione del tipo

$$y = f(x) = -a^{x+k} + b$$

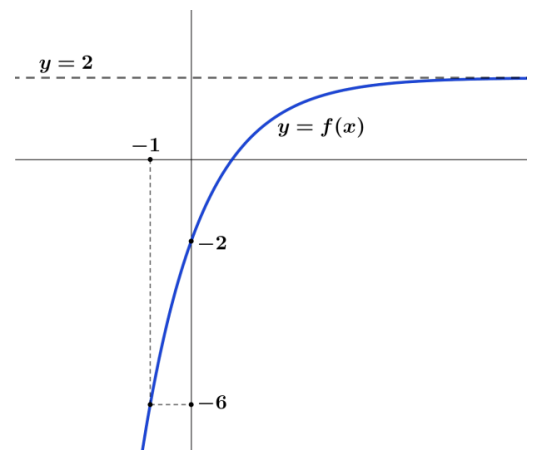
a) In base alle informazioni che puoi dedurre dal grafico, determina a, b, k .

b) Traccia il grafico di $y = h(x) = |f(x)|$ su questo foglio, indicando le trasformazioni utilizzate.

c) Discuti, al variare del parametro t , il numero delle soluzioni dell'equazione $h(x) = t$

d) In corrispondenza dei valori $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$, $k = -2$ in $y = f(x)$ risolvi la disequazione:

$$\left[\frac{3}{2} \cdot f(x)\right] + 2^x - 4 \geq 0$$



Quesito 2. È data la funzione: $y = f(x) = 1 - \log_2(x^2 - 4x + 4)$.

a) Dopo aver individuato il dominio \mathcal{D}_f di $f(x)$ e semplificato opportunamente, traccia il grafico di $y = f(x)$ deducendolo da quello di $y = \log_2 x$; metti in evidenza le trasformazioni utilizzate sia riportandole graficamente sia descrivendole a parole.

b) Risolvi algebricamente disequazione: $f(x) \geq -5$.

c) Giustifica perché la funzione $y = f(x)$ non è invertibile nel suo dominio, mentre lo è nell'intervallo $]2; +\infty[\subset \mathcal{D}_f$. Determina l'espressione analitica $y = h(x)$ della sua inversa, specificando dominio \mathcal{D}_h e insieme delle immagini Im_h della funzione h .

Quesito 3. Considera la funzione: $f(x) = 3 \cos x - \sqrt{3} \sin x$

- Riscrivi la funzione in modo da poterne disegnare il grafico. Traccia il grafico della funzione in un intervallo pari almeno al suo periodo, specificando le opportune trasformazioni utilizzate.
- Deduci, dal grafico di $y = f(x)$, quello della funzione $y = g(x) = f(|x|)$, indicando le trasformazioni utilizzate.
- Determina dominio e zeri della funzione $h(x) = \frac{f(x)}{1 - \tan^2 x}$
- Risolvi algebricamente in \mathbb{R} la disequazione $h(x) \geq 0$.

Quesito 4. Rispondi ai seguenti quesiti.

- Le ampiezze degli angoli di un triangolo sono α, β, γ .

Sapendo che $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ e $\cos \beta = \frac{12}{13}$, calcolare il valore esatto di $\cos \gamma$, specificando se il triangolo è ottusangolo, rettangolo o acutangolo.

Sapendo poi che l'area del triangolo è 30 cm^2 , determina il raggio della circonferenza ad esso circoscritta.

- Il trapezio isoscele ABCD ha base minore $CD = 36$, lati obliqui $AD = BC = 30$ e diagonale $DB = 6\sqrt{97}$. Determina gli angoli e l'area del trapezio.

Quesito 5. In un salvadanaio sono contenute 8 monete in euro, ciascuna di un differente valore (vedi figura).

Si vuole distribuire una moneta a testa a tre bambine (Arianna, Barbara, Cristina), estraendo ciascuna moneta dal sacchetto nel seguente modo: la prima estratta viene data ad Arianna, la seconda a Barbara, la terza a Cristina.



- Quante sono le possibili terne di monete?
- Quante sono le terne in cui è presente la moneta da 50 centesimi? Quante sono quelle per cui Barbara riceve la moneta da 50 centesimi?
- Quante sono le possibili terne tali che la somma rimanente nel salvadanaio sia maggiore di 1,37 euro?