



Nome e cognome: _____ Data: 19/9/2024 Classe: _____

Tempo a disposizione: **110 minuti**.**Quesito 1**

a) Considera la funzione di equazione $y = f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4x-x-1}}{\sqrt{9-x^2}}$.

Determina il suo dominio e successivamente l'intervallo in cui assume valori positivi.

b) Considera la funzione di equazione $y = f(x) = |x^2 - 4x|$.

Determina, al variare di k nell'insieme \mathbb{R} , il numero delle soluzioni reali distinte dell'equazione $f(x) = k$.

Quesito 2

Considera la curva γ di equazione $2x^2 - 4x + 2 - y = 0$.

- Disegna il grafico di γ dopo averne determinate le caratteristiche, in particolare le eventuali intersezioni con gli assi.
- Verifica analiticamente che γ è simmetrica rispetto alla retta di equazione $x = 1$.
- Determina le equazioni delle rette tangenti a γ passanti per l'origine O. Infine, dopo avere determinato le coordinate P e Q dei punti di tangenza calcola l'area del triangolo OPQ.

Quesito 3

- Determina l'equazione della circonferenza passante per i punti $A(2;4)$ e $B(-1;1)$ il cui centro appartiene alla retta r di equazione $y = x + 1$. Rappresenta la circonferenza in un sistema cartesiano, dopo averne determinato centro C e raggio r .
- Verificato che l'equazione richiesta è $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ ricava l'equazione della retta t tangente alla circonferenza nel punto A . Determina l'equazione della retta t' simmetrica di t rispetto al centro C della circonferenza.
- Verificato che t e t' sono parallele determina la loro distanza.

Quesito 4

Considera la funzione di equazione $y = g(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{x-1} + 1$.

a) Traccia il grafico, scrivi dominio e insieme delle immagini e stabilisci, motivandolo, se la funzione è iniettiva.

b) Dal grafico tracciato al punto a) deduci, motivando i grafici delle seguenti funzioni:

- $y = |g(x)|$
- $y = g\left(x + \frac{1}{2}\right) + 2$

(rappresenta le due funzioni trasformate usando sistemi di riferimento distinti).

c) Utilizzando il grafico tracciato al punto a) risolvi graficamente la disequazione

$$-\frac{1}{2}\sqrt{x-1} + 1 > \frac{1}{2}x - 1$$

Il punteggio sarà attribuito in base alla correttezza e alla completezza nella risoluzione dei quesiti ed alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, organicità).

	Q1	Q2	Q3	Q4	TOTALE	Voto
PUNTI	25	25	25	25	100	
PUNTI ASSEGNATI						